

**Н. А. Вихарева  
В. Я. Черепанов**

# **ПРИКЛАДНАЯ МЕТРОЛОГИЯ**

**Новосибирск  
СГГА  
2014**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СИБИРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ»  
(ФГБОУ ВПО «СГГА»)

Н. А. Вихарева  
В. Я. Черепанов

# **ПРИКЛАДНАЯ МЕТРОЛОГИЯ**

Утверждено редакционно-издательским советом академии в качестве  
практикума для студентов 4-го курса, обучающихся по направлению  
подготовки бакалавров 221700.62 «Стандартизация и метрология»

Новосибирск  
СГГА  
2014

УДК 006

В 549

Рецензенты: кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой метрологического обеспечения теплотехнических и физико-химических измерений, НФ АСМС *Б. С. Могильницкий*  
доктор технических наук, профессор СГГА *В. С. Айрапетян*

**Вихарева, Н. А.**

В 549 Прикладная метрология [Текст] : практикум / Н. А. Вихарева, В. Я. Черепанов. – Новосибирск : СГГА, 2014. – 47 с.

ISBN 978-5-87693-724-7

Практикум предназначен для самостоятельной подготовки студентов к практическим работам, а также к зачету и экзамену по дисциплине «Прикладная метрология». Решение задач способствует закреплению знаний по таким важнейшим для практических приложений разделам дисциплин, как погрешности измерений и их оценка, метрологические характеристики средств измерений и их нормирование, обработка результатов многократных и косвенных измерений.

Адресован студентам 4-го курса, обучающимся по направлению подготовки бакалавров 221700.62 «Стандартизация и метрология», также может быть рекомендован студентам при изучении дисциплины «Метрология».

Печатается по решению редакционно-издательского совета СГГА

УДК 006

ISBN 978-5-87693-724-7

© ФГБОУ ВПО «СГГА», 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

Обозначения величин.....	4
Введение .....	6
1. Погрешности средств измерений .....	7
2. Метрологические характеристики средств измерений .....	15
3. Обработка результатов многократных измерений .....	24
4. Обработка результатов косвенных измерений.....	34
Приложение 1. Значения коэффициентов Стьюдента.....	43
Приложение 2. Основные соотношения между измеряемыми величинами .....	44
Библиографический список.....	46

## ОБОЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН

$A, B$  – произвольные измеряемые величины

$c$  – скорость света

$d, D$  – малый и большой диаметры

$f$  – частота колебаний

$F$  – площадь поверхности

$G$  – массовый расход теплоносителя

$h$  – высота

$I$  – электрический ток

$K$  – калорический коэффициент теплоносителя

$l$  – длина

$m$  – масса

$n$  – число оборотов (или измерений)

$p$  – давление

$P$  – электрическая мощность (или доверительная вероятность)

$Q$  – тепловой поток

$R$  – электрическое сопротивление

$S$  – средняя квадратическая погрешность единичного измерения

$\bar{S}$  – средняя квадратическая погрешность результата измерений

$t$  – температура, °C

$t(P, n)$  – коэффициент Стьюдента

$T$  – период (или температура, К)

$U$  – электрическое напряжение

$v$  – скорость

$V$  – объём

$W$  – электрическая или тепловая энергия

$x$  – значение величины при многократных измерениях

$\bar{x}$  – среднее арифметическое значение

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи

$\delta$  – относительная погрешность

$\Delta$  – абсолютная погрешность

$\Delta t$  – разность (или интервал) температуры

$\Delta \tau$  – интервал времени

$\square$  – коэффициент черноты

$\pi$  – число 3,14

$\rho$  – плотность

$\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана

$\tau$  – время

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что метрология – это наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. Метрология включает в себя 3 раздела: теоретический, законодательный и прикладной. Предметом прикладной метрологии являются вопросы практического применения разработок теоретической метрологии и положений законодательной метрологии.

При изучении дисциплины «Прикладная метрология» студентам важно освоить практические навыки использования разработок теоретической метрологии, прежде всего, в области теории погрешностей. Результаты этих разработок являются основой для оценки показателей точности измерений во всех видах человеческой и, особенно, метрологической деятельности. К наиболее распространённым и ответственным видам такой деятельности относятся: утверждение типа и поверка средств измерений, разработка методик измерений, метрологическая экспертиза технической документации, метрологический надзор за применением эталонов и средств измерений, за соблюдением методик измерений и выполнением метрологических правил и норм.

Порядок применения этих правил и норм регламентируют нормативные документы, основанные на положениях законодательной метрологии. Требования нормативных документов являются обязательными в сферах деятельности, относящихся к государственному регулированию обеспечения единства измерений. К сожалению, большинство учебной литературы и электронных ресурсов метрологической направленности не отвечает современным требованиям законодательной метрологии и содержит, как правило, избыточный по сложности математический аппарат, имеющий в большей степени отношение к теоретической, а не к прикладной метрологии.

Решение задач, представленных в практикуме, позволит освоить современные приёмы и практические навыки обработки результатов измерений, выявления и оценки значений погрешности результатов и средств измерений.

# 1. ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

## Основные сведения

*Измерение* – это совокупность операций, выполняемых с помощью специальных технических средств, с целью определения значения величины. Технические средства, предназначенные для измерений, называют *средствами измерений*. Результатом измерений является количественная оценка величины в виде её *значения*, которое содержит число и указание на единицу измерения, характеризующую измеряемую величину.

Достоверность *результатов измерений* характеризуют их погрешностью. *Погрешность результата измерений* – это отклонение результата измерений от действительного значения измеряемой величины. Она складывается из *методической погрешности* (погрешности метода), *инструментальной погрешности* (погрешности средства измерений) и *субъективной погрешности* (погрешности оператора).

*Методическая погрешность* обусловлена несовершенством метода измерений или упрощениями, допущенными при измерениях. Она возникает, например, из-за использования неправильной методики измерений или приближенных формул при расчете их результатов. Причиной несовершенства методики может являться несоответствие измеряемой величины и ее физической модели. Методическая погрешность может также являться следствием искажающего влияния средства измерений на измеряемую величину. Например, такая погрешность возникает из-за шунтирующего действия вольтметра, при котором значение измеряемого напряжения уменьшается.

*Инструментальная погрешность* обусловлена несовершенством применяемых средств измерений. *Погрешность средства измерений* – это разность между его показанием и действительным значением измеряемой величины. Причинами ее возникновения являются неточности, допущенные при изготовлении и регулировке приборов, изменении параметров элементов их конструкции, а также вследствие их старения.

*Субъективная (личная) погрешность* измерений обусловлена недостаточным уровнем квалификации оператора, индивидуальными особенностями его характера (рассеянность, безответственность, непунктуальность, невнимательность), а также психологическим состоянием оператора и несовершенством его органов чувств.

Необходимо чётко различать понятия «погрешность измерений», и «погрешность средства измерений». Погрешности *результата измерений* и *средства измерений* могут быть близкими по значению только в случае, когда методические и субъективные погрешности пренебрежимо малы по сравнению с погрешностью средства измерений. По мере совершенствования средств измерений (цифровой отсчёт, обработка измеренного сигнала и т. д.) субъективная погрешность, обусловленная участием оператора в процессе получения результата измерений, может быть сведена к минимуму. В связи с этим, особое внимание необходимо уделять двум другим составляющим погрешности: методической и инструментальной.

Помимо этих погрешностей существует еще несколько разновидностей погрешностей измерений и средств измерений.

*Абсолютная погрешность* – это погрешность, выраженная в единицах измеряемой величины:

$$\Delta = x_{изм} - x_{\partial}.$$

*Относительная погрешность* – это отношение абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины или результату измерений:

$$\delta = \frac{\Delta}{x_{\partial}} \cdot 100 \text{ \%}.$$

*Приведенная погрешность* – это отношение абсолютной погрешности к установленному нормирующему значению  $x_n$  измеряемой величины:

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_n} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Для приборов, имеющих шкалу, используют следующие правила установления нормирующего значения:

– если шкала прибора односторонняя и нижний предел измерений равен нулю (например, диапазон измерений от 0 до 100), то значение  $x_n$  устанавливают равным верхнему пределу измерений ( $x_n = 100$ );

– если шкала прибора односторонняя и нижний предел измерений больше нуля (например, диапазон измерений от 30 до 100), то значение  $x_n$  устанавливают как разность между максимальным и минимальным значениями диапазона ( $x_n = x_{max} - x_{min} = 100 - 30 = 70$ );

– если шкала прибора двухсторонняя (например, диапазон измерений от  $-50$  до  $+50$ ), то нормирующее значение устанавливают равным диапазону измерений ( $x_n = 100$ ).

*Систематическая погрешность* – это погрешность, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины. Систематические погрешности являются в общем случае функцией измеряемой величины и влияющих величин (температуры, влажности, напряжения питания, времени и пр.).

Одним из способов учёта систематической погрешности является внесение поправок в показания прибора или в результат измерений. *Поправка* численно равна значению систематической погрешности, противоположна ей по знаку и алгебраически суммируется с показанием прибора или с результатом измерений.

*Случайной* называют погрешность, изменяющуюся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности являются следствием совместного действия ряда причин, например, шумами электронных схем и наводками на входные цепи средств измерений, пульсацией питающего напряжения, дискретностью отсчетного устройства.

*Аддитивной погрешностью* называют погрешность, значение которой постоянно во всём диапазоне измерений.

*Мультипликативной погрешностью* называют погрешность, значения которой прямо пропорциональны значениям измеряемой величины.

*Статическая погрешность* – это погрешность, которую определяют при постоянном во времени значении измеряемой физической величины.

*Динамическая погрешность* – это погрешность, которая появляется при измерениях изменяющейся во времени физической величины.

*Округление результатов измерений* проводят по следующим правилам.

1. Результат измерений округляют до того же десятичного знака, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности.

**Пример.** Показание цифрового вольтметра 4,0826 В, его абсолютная погрешность  $\pm 0,001$  В. Требуется представить результат измерений напряжения после округления.

Ответ:  $(4,083 \pm 0,001)$  В.

2. Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов меньше 5, то остальные цифры числа не изменяют. Лишние цифры в целых числах заменяют нулями, а в десятичных дробях отбрасывают.

**Пример.** Значение частоты составляет 174 637 Гц. При сохранении четырех значащих цифр оно должно быть округлено до 174 600 Гц, а значение 174,637 кГц – до 174,6 кГц.

3. Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов больше или равна 5, то последнюю сохраняемую цифру увеличивают на единицу.

**Пример.** При сохранении пяти значащих цифр значение 174 637 Гц округляют до 174 640 Гц, а значение 174,637 кГц – до 174,64 кГц.

4. Если отбрасываемая цифра равна 5, а следующие за ней неизвестны или нули, то последнюю сохраняемую цифру не изменяют, если она четная, и увеличивают на единицу, если она нечетная.

**Пример.** Значение 174 650 Гц при сохранении четырёх значащих цифр округляют до 174 600 Гц, а значение 174 750 Гц – до 174 800 Гц.

5. Округление результатов измерений проводят лишь в окончательном ответе, а все промежуточные вычисления проводят с одним-двумя лишними знаками.

*Округление погрешностей* результата измерений проводят по следующим правилам:

1) относительную погрешность измерений обычно указывают двумя значащими цифрами, если первая из них 1 или 2, и одной — если первая цифра 3 или больше. Это правило не относится к погрешностям воспроизведения и передачи единиц измерений;

2) значение погрешности, полученное расчётом или экспериментально, округляют только в сторону увеличения её значения.

### Пример решения задач

При установлении мирового рекорда на спринтерской дистанции 100 м использовали электронный секундомер с погрешностью 0,2 %. Результат измерений составил  $(8,75 \pm 0,01)$  с. Можно ли утверждать, что время 8,70 с является новым мировым рекордом?

1) найдем абсолютную погрешность измерений времени  $\tau$  предполагаемого рекорда:

$$\Delta = \tau \cdot \frac{\delta}{100 \%} = \frac{8,70 \text{ с} \cdot 0,2 \%}{100 \%} = 0,02 \text{ с};$$

2) результат измерений представим в виде интервала:

$$(8,70 \pm 0,02) \text{ с.}$$

3) сравним результат с действующим рекордом:

$$(8,75 \pm 0,01) \text{ с.}$$

4) значение времени 8,70 с является новым мировым рекордом, так как выполняются неравенства:

$$(8,75 - 0,01) \text{ с} > (8,70 + 0,02) \text{ с};$$

$$8,74 \text{ с} > 8,72 \text{ с.}$$

### Вопросы для самопроверки

1. В чем отличие понятий «истинное» и «действительное» значения измеряемой величины?
2. Что такое методическая погрешность измерений?
3. В чем отличие понятий «погрешность измерений» и «погрешность средства измерений»?
4. Какие существуют виды погрешностей?
5. Что такое систематическая и случайная погрешности?
6. Что такое поправка?
7. Как округляют результаты измерений?

## Задачи

1. Погрешность измерений одного и того же значения величины выражена в долях этого значения: 0,001 – для одного прибора; 0,002 – для другого. Какой из этих приборов точнее?

2. Сигнал точного времени раздался в 12 ч 00 мин. При этом часы показали 12 ч 05 мин. Найдите абсолютную и относительную погрешности часов.

3. Определите относительную погрешность измерений напряжения переменного тока, если при напряжении 127 В вольтметр показывает 128 В.

4. Определите относительную погрешность измерений расстояния до Луны (384 395 км) лазерным дальномером с абсолютной погрешностью 0,5 м.

5. Линейкой длиной 30 см измерили два объекта контроля, имеющих размеры 12 мм и 255 мм. Какие результаты измерений объекта более точные?

6. Штангенциркулем (цена деления – 0,05 мм) и линейкой (цена деления 1 мм) проведены измерения длины детали. При этом были получены следующие значения: 25,35 мм и 26 мм. Определите значения относительных погрешностей измерений.

7. Определите приведенную погрешность акселерометра, имеющего диапазон измерений от 0 до 100 м/с, если при измерениях виброускорения получено значение  $(50 \pm 2)$  м/с<sup>2</sup>.

8. Показания амперметра составляют 20 А, а его пределы измерений –  $\pm 50$  А. Показания эталонного амперметра составляют 20,5 А. Определите относительную и приведенную погрешности амперметра.

9. Амперметр с диапазоном измерений от 0 до 10 А показал значение 5,3 А. Действительное значение тока при этом равно 5,23 А. Определите абсолютную, относительную и приведенную погрешности, а также поправку к показаниям амперметра.

10. Определите действительное значение тока в электрической цепи, если стрелка миллиамперметра отклонилась на 37 делений, его цена деления равна 2 мА/дел., а поправка для этого деления шкалы составляет – 0,3 мА.

11. При измерениях напряжения получено показание вольтметра 21,5 В. Затем в него внесена поправка +0,1 В. Определите погрешность вольтметра и значение поправки, если действительное значение напряжения составляет 21,55 В.

12. Основная приведенная погрешность магнитоэлектрического прибора 0,5 %. Вычислите наибольшие относительные погрешности измерений при отклонении стрелки на 75, 25 и 5% его шкалы?

13. Измерения электрического напряжения солнечной батареи проводят милливольтметром, имеющим относительную погрешность 0,25 %. Напряжение батареи должно быть не менее 1,2 В. В результате измерений получено значение 1,25 В. Можно ли утверждать, что солнечная батарея пригодна к эксплуатации?

14. Допустимое отклонение напряжения в электрической сети от номинального 220 В должно составлять не более  $\pm 10\%$ . Соответствует ли напряжение, равное 199 В, этому требованию?

15. При испытаниях резервуара допустимое отклонение от номинального давления 300 МПа должно составлять не более 5 %. С какой максимальной абсолютной погрешностью необходимо измерять давление?

16. Двумя манометрами с верхним пределом 600 кПа измерено давление воздуха в камере компрессора. Один манометр имеет погрешность 1 % от верхнего предела измерений, а другой – 4 %. Первый показал 600 кПа, а второй – 590 кПа. Найдите значения абсолютной и приведённой погрешности манометров.

17. Допустимая погрешность современных бензораздаточных колонок составляет 0,25 %. Вычислите пределы абсолютной допускаемой погрешности, возникающей при покупке 100 л бензина. Определите выгоду покупателя или продавца, если эта погрешность имеет максимальное и минимальное значение, а стоимость бензина составляет 30 рублей за литр.

18. Датчик путейской координаты ультразвукового дефектоскопа представляет собой катящийся по рельсу ролик известного диаметра. В результате измерений количества оборотов ролика длина пути оказалась равной 968 м. Оцените абсолютную погрешность измерений длины пути при одинаковом числе оборотов, если из-за износа ролика его диаметр уменьшился на 2 % от первоначального значения.

19. Частоту вращения двигателя (12 Гц) вычисляют по результатам измерений количества оборотов за некоторый интервал времени. Определите такое значение этого интервала, при котором погрешность измерений частоты не превышает 0,01 Гц (погрешность измерений интервала времени равна 0,2 с).

20. Частота колебаний маятника составляет 1 Гц, а реакция человека при пользовании ручным секундомером составляет 0,22 с. Поэтому для повышения точности определения периода его колебаний измеряют длительность нескольких колебаний. Какое минимальное количество колебаний маятника необходимо, чтобы относительная погрешность определения их периода не превышала 0,2 %.

21. Выравнивание температуры термометра от 20 °С до температуры человеческого тела происходит по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\tau_0$ , равной одной минуте. Оцените абсолютную погрешность показаний  $\Delta t$ , если измерения выполняют за 3 минуты. Определите минимально необходимое время  $\tau_x$  измерений температуры человеческого тела, для того чтобы абсолютная погрешность не превышала 0,1 °С.

## 2. МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

### Основные сведения

*Метрологическими характеристиками средства измерений*, согласно ГОСТ 8.009-84 [5], называют характеристики свойств средства измерений, оказывающие влияние на результаты и погрешности измерений. Они предназначены для оценки технического уровня и качества средства измерений, для определения показателей точности результатов измерений и расчетной оценки характеристик инструментальной составляющей погрешности измерений.

Метрологические характеристики средств измерений обеспечивают:

- возможность установления точности измерений;
- достижение взаимозаменяемости и сравнение средств измерений между собой;
- выбор нужных средств измерений по точности, диапазону и другим характеристикам;
- определение погрешностей измерительных систем и установок;
- оценку технического состояния средств измерений при их поверке и калибровке.

На практике наиболее востребованы следующие метрологические характеристики средств измерений.

*1. Диапазон измерений* – область значений измеряемой величины, для которой нормированы допускаемые пределы погрешности средств измерений.

*2. Предел измерений* – наибольшее или наименьшее значение диапазона измерений.

*3. Шкала измерительного прибора* – совокупность точек и делений на отсчетном устройстве средств измерения, соответствующих ряду последовательных значений измеряемой величины. Различают равномерные и неравномерные шкалы.

4. *Цена деления шкалы* – разность значений измеряемой величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы. Приборы с равномерной шкалой имеют постоянную цену деления, а с неравномерной – переменную. В этом случае нормируется минимальная цена деления.

5. *Чувствительность* – это отношение изменения выходного сигнала  $\Delta Y$  на выходе средства измерений к соответствующему изменению измеряемой величины  $\Delta X$ . Чувствительность  $S$  определяют, как

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dy}{dx}.$$

Эта величина является размерной и зависит от единиц, в которых измеряют  $X$  и  $Y$ . Для линейной зависимости  $Y$  от  $X$  чувствительность  $S = \text{const}$ . Для нелинейной зависимости чувствительность является переменной величиной, различной для разных значений  $X$ .

Часто используют понятие относительной чувствительности:

$$S_0 = \frac{\Delta Y}{\Delta X / X}.$$

где  $\Delta X / X$  – относительное изменение входной величины, выражаемое чаще всего в процентах. Относительная чувствительность  $S_0$  имеет размерность выходной величины на 1 % изменения входной величины.

Чувствительность нельзя отождествлять с *порогом чувствительности* – наименьшим значением измеряемой величины, способным вызвать заметное изменение показаний измерительного прибора.

6. *Класс точности средств измерений* – обобщенная характеристика средств измерений, определяемая пределами допускаемых основной и дополнительной погрешностей, а также другими свойствами средств измерений, влияющими на их точность. Классы точности устанавливают в нормативных документах на средства измерений и присваивают при утверждении их типа.

Классы точности по ГОСТ 8.401-80 обозначают условными знаками, приведёнными в следующих примерах:

- 1,5 – для средств измерений, приведенная погрешность  $\gamma = \Delta/x_n$  которых составляет 1,5 % от нормирующего значения  $x_n$ . При этом  $x_n$  при-

нимают равным большему из значений (по модулю) пределов измерений, если нулевое значение входного (выходного) сигнала находится на краю или вне диапазона;

- $\overset{0,5}{\surd}$  – то же, что и в предыдущем случае, но при значении  $x_n$ , равном длине шкалы или её части;
- $\textcircled{1,0}$  – для средств измерений, у которых относительная погрешность  $\delta = \Delta/x_n$  составляет 1,0 % от полученного значения  $x$  измеряемой величины;
- 0,02/0,01 — для средств измерений, у которых значения показаний не могут отличаться от значения  $x$  измеряемой величины больше, чем на  $\pm [c + d \cdot (|x_k/x| - 1)]\%$ , где  $c$  и  $d$  – соответственно числитель и знаменатель в обозначении класса точности;  $x_k$  – больший (по модулю) предел измерений.

### Пример решения задач

Показания прибора с равномерной шкалой и с пределами измерений от 0 В до 50 В равны 25 В. Оцените пределы допускаемой абсолютной погрешности этого отсчета для приборов следующих классов точности:

1) 0,02/0,01; 2) 1,5; 3)  $\textcircled{1,5}$ .

1) найдем абсолютную погрешность для прибора класса точности 0,02/0,01:

$$\delta = \frac{\Delta}{x_{\text{изм}}} \cdot 100 \% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot x_{\text{изм}}}{100 \%},$$

где

Так как  $x = 25$  В,  $x_k = 50$  В,  $c = 0,02$ ,  $d = 0,01$ , получаем:

2) найдем абсолютную погрешность для прибора класса точности 1,5:

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_n} \cdot 100 \% \Rightarrow \Delta = \frac{\gamma \cdot x_n}{100 \%} = \frac{1,5 \% \cdot 50 \text{ В}}{100 \%} = 0,75 \text{ В};$$

3) найдем абсолютную погрешность для прибора класса точности  $\textcircled{1,5}$ .

$$\delta = \frac{\Delta}{x_{\text{изм}}} \cdot 100 \% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot x_{\text{изм}}}{100 \%} = \frac{1,5 \% \cdot 25 \text{ В}}{100 \%} = 0,38 \text{ В}.$$

Ответ: 1) 0,008 В; 2) 0,75 В; 3) 0,38 В.

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое средство измерений?
2. Какие существуют виды средств измерений?
3. Какой нормативный документ определяет метрологические характеристики средств измерений?
4. Что такое метрологические характеристики средств измерений?
5. Какие метрологические характеристики относят к основным?
6. На какие группы делят нормируемые метрологические характеристики?
7. Какие метрологические характеристики предназначены для определения погрешностей средств измерений?
8. Что такое чувствительность и разрешающая способность средств измерений?
9. Что такое относительная чувствительность и порог чувствительности средств измерений?
10. Что такое класс точности средств измерений?
11. Какие существуют способы выражения класса точности?

### Задачи

1. С помощью стрелочного амперметра класса точности 0,5 с диапазоном измерений  $\pm 40$  А получено значение электрического тока 24 А. Найдите значения абсолютной, относительной и приведенной погрешности.

2. Класс точности счетчика электроэнергии  $\textcircled{1}$ . Найдите предел абсолютной допускаемой погрешности измерений электроэнергии за месяц, если результат измерений составляет 125 кВт·ч.

3. Определите необходимый класс точности вольтметра для измерений напряжения питания бортовой сети самолета ТУ-134 ( $27 \pm 2,7$ ) В, если пределы измерений составляют  $\pm 50$  В.

4. Класс точности магазина сопротивлений  $\frac{0,02}{0,01}$ , а диапазон его измерений – от 0 до 120 Ом. Допустимо ли использовать его для воспроизведения значений сопротивления в интервале от 20 до 40 Ом с абсолютной погрешностью 0,1 Ом?

5. Для проверки работоспособности омметра класса точности  $\textcircled{0,5}$  провели измерения сопротивления эталонной меры, имеющей значение  $(300 \pm 0,1)$  Ом. В результате измерений получено значение 298,3 Ом. Необходимо ли отправить омметр на внеочередную поверку?

6. В результате поверки амперметра с диапазоном измерений  $\pm 30$  А получены следующие значения  $I_x$  тока и их эталонные значения  $I_0$ :

$I_0, \text{ А}$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$I_x, \text{ А}$	4,8	10,3	15,2	19,7	25,4

Допустимо ли метрологу выдать свидетельство о поверке прибора, если его класс точности  $\textcircled{2,5}$ ?

7. В результате поверки амперметра с диапазоном измерений  $\pm 60$  А получены следующие значения  $I_x$  тока и их эталонные значения  $I_0$ :

$I_0, \text{ А}$	7,0	15,0	21,0	28,0	45,0
$I_x, \text{ А}$	6,9	15,2	21,1	27,8	45,1

Допустимо ли метрологу выдать свидетельство о поверке прибора, если его класс точности 0,5?

8. При калибровке вольтметра с диапазоном измерений от 0 до 5 В получены следующие результаты измерений напряжения  $U_x$  при разных значениях  $U_0$  эталонного напряжения:

$U_0, \text{ В}$	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
$U_x, \text{ В}$	0,95	2,01	3,02	3,97	4,96

Считая, что основная погрешность вольтметра является мультипликативной, записать класс точности прибора.

9. В результате калибровки амперметра с диапазоном измерений от 0 до 80 А получены следующие относительные погрешности измерения  $\delta i$  при разных эталонных значениях  $I_0$  тока:

$I_0, \text{ А}$	15,0	30,0	45,0	60,0	75,0
$\delta i, \%$	1,5	1,1	0,98	0,52	0,43

Считая, что погрешность является аддитивной, запишите класс точности амперметра.

10. При измерениях тока прибором с классом точности 2,0 и шкалой 15 А получено значение 11,5 А. Найти погрешность этого значения.

11. Отсчет по шкале прибора с пределами измерений от 0 до 100 В и равномерной шкалой составил 75 В. Оцените пределы допускаемой абсолютной погрешности при использовании таких приборов с классами точности 0,02/0,01; 0,5 и (0,5).

12. Определите абсолютную и относительную погрешности измерений, если вольтметр с пределом измерений 300 В класса 2,5 показывает 100 В.

13. Для измерений напряжения используют два вольтметра: один – с диапазоном измерений 30 В и классом точности 2,5; другой – с диапазоном измерений 150 В и классом точности 1,0. Определите, какой вольтметр измеряет напряжение точнее, если первый показал 29,5 В, а другой – 30 В.

14. В цепь с током 15 А включены три амперметра: класса точности 1,0 со шкалой на 50 А, класса 1,5 со шкалой на 30 А и класса 2,5 со шкалой на 20 А. Определите, какой из амперметров обеспечит большую точность измерений.

15. Имеются три вольтметра: класса 1,0 – нормированное значение напряжения 300 В, класса 1,5 – 250 В и класса 2,5 – 150 В. Определите, какой из вольтметров обеспечит большую точность измерений при значении 130 В.

16. Цифровым омметром класса точности 1,0/0,5 со шкалой от 0 до 1 000 Ом измерены значения сопротивления 0, 100, 200, 400, 500, 600, 800, 1 000 Ом. Рассчитайте значения абсолютной и относительной погрешно-

стей и установите их зависимость от результата измерений. Результаты представьте в виде таблицы и графиков.

17. Вольтметром класса точности 0,5 со шкалой от 0 до 100 В измерены значения напряжения 0, 10, 20, 40, 50, 60, 80, 100 В. Рассчитайте значения абсолютной и относительной погрешностей и установите их зависимость от результата измерений. Результаты представьте в виде таблиц и графиков.

18. Амперметром класса точности 2,0 со шкалой от 0 до 50 А измерены значения тока 0, 5, 10, 20, 25, 30, 40, 50 А. Рассчитайте значения абсолютной и приведенной погрешностей и установите их зависимость от результата измерений. Результаты представьте в виде таблицы и графиков.

19. Для измерений напряжения от 50 В до 130 В с относительной погрешностью, не превышающей 5 %, был заказан вольтметр с диапазоном измерений от 0 до 150 В и классом точности 1,0. Удовлетворяет ли он поставленным условиям?

20. Определите класс точности измерительного прибора при условии, что относительная погрешность в середине шкалы не должна превышать 1 %.

21. Класс точности весов составляет 0,2. Определите допускаемую относительную погрешность этих весов в начале (1 деление) и в середине шкалы, если она содержит 100 делений.

22. Определите, в каком случае относительная погрешность измерений тока 10 мА меньше, если использованы два амперметра, имеющих соответственно шкалы на 15 мА (класс точности прибора 0,5) и 100 мА (класс точности прибора 0,1).

23. Вольтметром с цифровым отсчетом измерено напряжение постоянного тока 20 В на пределе 30 В. Основная относительная погрешность прибора

$\delta_0 = \pm \left[ 0,25 + 0,1 \left( \frac{U_{\text{пр}}}{U_x} - 1 \right) \right]$ . Вычислите абсолютную погрешность

и запишите класс точности вольтметра.

24. Для измерений электрического тока используют магнитоэлектрические миллиамперметры с аддитивной погрешностью и предельными значениями шкалы 0,5 мА. Определите, какой необходим класс точности

этих приборов для измерений в пределах от 0,1 до 0,5 мА с относительной погрешностью  $\pm 1\%$ .

25. При однократном измерении ТЭДС автоматическим потенциометром класса 0,5 со шкалой от 200 до 600 °С получено значение 550 °С. Оцените максимальную относительную погрешность измерений. Зависит ли относительная погрешность от показаний прибора?

26. При поверке амперметра с диапазоном измерений  $\pm 5$  А получены следующие показания: 0,95; 2,06; 3,05; 4,07 и 4,95 А, соответствующие показаниям эталонного прибора: 1; 2; 3; 4 и 5 А. Определите абсолютные, относительные и приведенные погрешности для каждого показания и класс точности амперметра.

27. Поверка вольтметра в диапазоне от 0 до 5 В методом сравнения с показаниями эталонного прибора дала следующие результаты:

- эталонный прибор, В: 1, 2, 3, 4, 5;
- поверяемый прибор, В: 1,020; 1,990; 2,980; 3,975; 4,950 (повышение значений); 4,975; 3,980; 2,990; 2,010; 1,025 (снижение значений).

Определите значение приведенной погрешности и класс точности прибора.

28. Определите приведенную погрешность и класс точности миллиамперметра, который необходим для измерений тока от 0,1 до 0,5 мА с относительной погрешностью не более 1%.

29. Манометр типа МТ-100 с диапазоном измерений от 0 до 160 кг·с/см<sup>2</sup> с классом точности 1,5 используют для контроля давления 120 кг·с/см<sup>2</sup>. Определите абсолютную и относительную погрешности манометра.

30. На шкале омметра нанесено 75 основных отметок. Диапазон показаний омметра от 0 до 150 кОм. Найдите цену деления шкалы?

31. Стрелочный вольтметр имеет два диапазона показаний с верхним пределом 90 В и 240 В. Чему равна цена деления на втором диапазоне, если на первом она равна 3 В.

32. Электродинамический ваттметр имеет два предела измерений: по току –  $I_x = 0,25; 0,5$  А и четыре предела по напряжению –  $U_x = 30; 75; 150; 300$  В. Двухрядная шкала разбита на 300 делений. Определите цену

деления шкалы в Вт/дел для всех возможных вариантов включения прибора и заполните таблицу:

$I_x, A$	0,25				0,5			
$U_x, B$	30	75	100	300	30	75	100	300
$C, Bт/дел$								

33. Аналоговым вольтметром класса точности 0,5 с диапазоном измерений от 0 до 3 В и шкалой, содержащей 150 делений, измерено напряжение постоянного тока. С округлением до десятых долей деления получено значение 51,3 дел. Запишите результат измерений.

34. Милливольтметр имеет равномерную шкалу, содержащую 100 делений с нижним пределом измерений  $-10$  мВ и верхним пределом  $+10$  мВ. Определите цену деления шкалы.

35. Микроамперметр на 100 мкА имеет шкалу в 200 делений. Определите погрешность в делениях шкалы, если на шкале прибора имеется обозначение класса точности 1,0.

36. Температуру в термостате измерили термометром со шкалой от 0 до 500 °С, имеющим пределы допускаемой основной погрешности  $\pm 4$  °С. Показания термометра составили 346 °С. Одновременно с этим термометром в термостат был погружен эталонный термометр. Показания эталонного термометра составили 352 °С, а поправка по свидетельству для этого значения составила  $-1$  °С.

Определите, выходит ли показание термометра за пределы допускаемой погрешности.

37. При контроле метрологических характеристик деформационных манометров со шкалой на 300 делений смещение стрелки от постукивания по корпусу прибора должно оцениваться с погрешностью, не превышающей 0,1 цены деления шкалы. Сопоставьте эту погрешность отсчета с допускаемой погрешностью для манометра класса 0,15.

38. Для технического манометра класса 1,5 нормальная температура окружающей среды равна  $20 \pm 5$  °С, а рабочая температура – от  $+5$  до  $+50$  °С. Одинаковыми ли погрешностями будут характеризоваться показания прибора при температуре окружающей среды  $t = 24$ ,  $t = 10$  и  $t = 55$  °С при условии, что остальные влияющие величины имеют нормальные значения?

### 3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

#### Основные сведения

Многократные измерения – это измерения физической величины одного и того же значения, результат которых получен из нескольких следующих друг за другом измерений, т. е. состоящее из ряда однократных измерений.

Доверительные границы – это наибольшее и наименьшее значения погрешности измерений, ограничивающие интервал, внутри которого с заданной вероятностью находится искомое (истинное) значение погрешности результата измерений.

Доверительные границы в случае нормального закона распределения вычисляются как  $\pm tS$ ,  $\pm tS_{\bar{x}}$ , где  $S$ ,  $S_{\bar{x}}$  – средние квадратические погрешности, соответственно, единичного и среднего арифметического результатов измерений;  $t$  – коэффициент, зависящий от доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$ .

Для определения доверительных границ погрешности результата измерения доверительную вероятность  $P$  обычно принимают равной 0,95.

В тех случаях, когда измерения нельзя воспроизвести, а также в случаях особо ответственных измерений, например, когда от их результатов зависит здоровье и безопасность людей, принимают более высокие значения доверительной вероятности (0,99 и 0,999).

Обработку многократных измерений проводят согласно ГОСТ 8.207-76 [7] в следующем порядке:

– находят *среднее арифметическое значение*  $\bar{x}$ , которое принимают за оценку результата измерений:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где  $x_i$  – измеренные значения,  $n$  – число измеренных значений;

– рассчитывают *отклонения измеренных значений*  $\Delta x_i$  от среднего арифметического значения:

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x};$$

– определяют характеристику рассеяния измеренных значений относительно среднего арифметического – *среднюю квадратическую погрешность*  $S$  единичного измерения в ряду многократных измерений:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}};$$

– проверяют наличие *промахов*, т. е. таких измеренных значений, которые выпадают из полученного ряда значений. К таким значениям относятся значения  $x_i$ , для которых выполняется неравенство

$$|\Delta x_i| > 3S.$$

Эти значения исключают из ряда измерений, а значение  $\bar{x}$  и  $S$  пересчитывают заново для оставшихся значений;

– определяют *среднюю квадратическую погрешность*  $\bar{S}$  среднего арифметического значения (результата измерений):

$$\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}};$$

– для оценки надежности полученного таким образом результата измерений вводят *коэффициент Стьюдента*  $t(n, p)$ , зависящий от числа  $n$  измеренных значений и от уровня  $P$  *доверительной вероятности*, который показывает вероятность того, что полученная оценка результата измерений не превышает границы  $\pm t(n, p)\bar{S}$ . В этом случае результат измерений записывают в виде

$$x = \bar{x} \pm t(n, p)\bar{S}.$$

*Коэффициент*  $t(n, p)$  находят по таблице значений функции Стьюдента, приведенной в прил. 1, а также в математических справочниках, в

литературе по теории вероятности и в соответствующих электронных ресурсах.

Среднее арифметическое значение  $\bar{x}$  принимают в качестве оценки результата многократных измерений и характеристик их случайной погрешности, а также используемого средства измерений. Если при сравнении средства измерений с эталоном, дающим действительное значение  $x_0$  измеряемой величины, имеется расхождение

$$\Delta x = \bar{x} - x_0,$$

то оно обусловлено наличием систематической погрешности.

Суммарную погрешность средства измерений определяют по формуле, которая учитывает влияние систематической и случайной погрешностей:

$$\Delta = \Delta x \pm |t(n, p)\bar{S}|.$$

### Пример решения задач

С помощью оптиметра выполнено 10 последовательных измерений калибра-пробки и получены следующие значения, мм: 29,947; 29,968; 30,076; 30,052; 29,940; 29,962; 29,995; 30,015; 30,055; 30,060. Найдите результат этих измерений и значение доверительного интервала для полученного результата при вероятности 0,99.

Решение:

1) находим среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ , которое принимают за оценку результата измерений:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 30,000 \text{ мм.}$$

2) рассчитываем отклонения измеренных значений  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$  от среднего арифметического значения:

$\Delta x_1 = -0,053$ мм;	$\Delta x_6 = -0,038$ мм;
$\Delta x_2 = -0,032$ мм;	$\Delta x_7 = -0,005$ мм;
$\Delta x_3 = +0,076$ мм;	$\Delta x_8 = +0,015$ мм;
$\Delta x_4 = +0,052$ мм;	$\Delta x_9 = +0,055$ мм;
$\Delta x_5 = -0,060$ мм;	$\Delta x_{10} = +0,060$ мм;

3) определяем характеристику рассеяния измеренных значений относительно среднего арифметического – среднюю квадратическую погрешность  $S$  единичного измерения в ряду многократных измерений:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,0026924}{9}} = 0,052 \text{ мм};$$

4) проверяем наличие промахов, т. е. значения  $\Delta x_i$ , для которых  $|\Delta x_i| > 3S$ :

$$\begin{array}{ll} \Delta x_1 = |0,053| \neq 0,156; & \Delta x_6 = |0,038| \neq 0,156; \\ \Delta x_2 = |0,032| \neq 0,156; & \Delta x_7 = |0,005| \neq 0,156; \\ \Delta x_3 = |0,076| \neq 0,156; & \Delta x_8 = |0,015| \neq 0,156; \\ \Delta x_4 = |0,052| \neq 0,156; & \Delta x_9 = |0,055| \neq 0,156; \\ \Delta x_5 = |0,060| \neq 0,156; & \Delta x_{10} = |0,060| \neq 0,156. \end{array}$$

Промахи отсутствуют;

5) определяем среднюю квадратическую погрешность  $\bar{S}$  среднего арифметического значения (результата измерений):

$$\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{0,0519}{\sqrt{10}} = 0,016 \text{ мм};$$

6) по таблице, приведённой в приложении, находим коэффициент Стьюдента  $t(n, p)$  для  $n = 10$  и  $P = 0,99$ :

$$t(n, p) = 3,169;$$

7) округляя полученные значения, запишем результат измерений с указанием доверительного интервала в виде

$$x = \bar{x} \pm t(n, p)\bar{S};$$

$$x = (30,00 \pm 0,05) \text{ мм}.$$

Следовательно, значение измеряемой величины с вероятностью 0,99 находится в пределах

$$29,95 \text{ мм} \leq x \leq 30,05 \text{ мм}.$$

Ответ:  $x = (30,00 \pm 0,05) \text{ мм}$ .

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое многократные измерения?
2. Как проводят обработку многократных измерений?
3. Какие существуют характеристики случайных погрешностей?
4. Какими способами обнаруживают случайную и систематическую погрешности?
5. Что такое доверительный интервал? Какие существуют способы его задания?
6. Что такое грубые погрешности (промахи) и как их обнаруживают?

### Задачи

1. Показания вольтметра, полученные с интервалом 1 мин, равны, В: 51,0; 51,2; 51,4; 51,6. Действительное значение напряжения 50,9 В. Определите систематическую погрешность, предполагая, что случайная погрешность пренебрежимо мала.

2. Точными приемами установлено значение давления в автоклаве, равное 104,2 ат. При испытании манометра получены следующие значения, ат: 109,9; 105,3; 103,6; 104,4; 104,5; 104,1; 102,1; 103,5; 103,7; 103,9. Определите значение систематической погрешности.

3. Проведено 13 измерений значений тока, мА: 3,18; 3,24; 3,17; 3,16; 3,18; 3,30; 3,18; 3,19; 3,25; 3,17; 3,15; 3,16; 3,22. Определите, содержат ли полученные значения грубые погрешности? Запишите результат измерений.

4. Проведено 11 измерений значений напряжения, мВ: 46,1; 46,2; 46,1; 45,9; 45,6; 46,1; 45,9; 47,2; 46,2; 46,6; 45,9. Проверьте, содержат ли эти значения грубые погрешности? Запишите результат измерений при  $P = 0,95$ .

5. При многократных измерениях давления маслонасосной станции получены следующие значения, МПа: 12,38; 12,43; 12,32; 12,48; 12,74; 12,45; 12,46. Предполагая нормальный закон распределения, проверьте наличие «грубой» погрешности.

6. При проверке работы генератора электрического тока легкового автомобиля получили следующие результаты измерений напряжения бортовой сети, В: 14,0; 14,7; 14,2; 13,9; 14,3; 15,6; 14,4; 14,5; 14,6. Определите наличие промахов в результатах измерений.

7. При измерениях угла получены следующие значения:  $81^{\circ}35'26''$ ;  $81^{\circ}35'24''$ ;  $81^{\circ}35'28''$ ;  $81^{\circ}35'33''$ ;  $81^{\circ}35'25''$ ;  $81^{\circ}35'31''$ ;  $81^{\circ}35'22''$ ;  $81^{\circ}35'34''$ ;  $81^{\circ}35'29''$ ;  $81^{\circ}35'25''$ ;  $81^{\circ}35'30''$ . Определите результат измерений и его среднюю квадратическую погрешность.

8. При проведении исследований высокоточного измерительного прибора было проведено 12 измерений длины и получены следующие значения, мм: 28,184; 28,174; 28,180; 28,172; 28,176; 28,178; 28,172; 28,170; 28,180; 28,174; 28,176; 28,173. Определите результат измерений и его среднюю квадратическую погрешность.

9. Повторные измерения тока дали следующие результаты, мА: 3,20; 3,15; 3,17; 3,12; 3,08; 3,18; 3,09; 3,14; 3,10; 3,30; 3,19. Определите результат измерений и его среднюю квадратическую погрешность.

10. При многократном измерении напряжения получены следующие результаты, мВ: 54,2; 54,0; 53,8; 54,3; 54,1; 54,9; 54,0; 54,4; 54,0; 53,6; 54,0. Определите результат измерений с указанием его средней квадратической погрешности.

11. При измерении сопротивления эталонного резистора получены следующие результаты, Ом: 1002; 1005; 1001; 1004; 1006; 1003; 1005; 1004. Вычислите сопротивление резистора и средние квадратические погрешности результата измерений.

12. В результате 10 равнозначных измерений температуры определена средняя квадратическая погрешность единичного измерения, равная  $8,7^{\circ}\text{C}$ . Предполагая нормальный закон распределения, найдите доверительную погрешность результата измерений с вероятностью 0,99.

13. Оцените случайную погрешность измерений сопротивления с доверительной вероятностью 95 %, если при равнозначных измерениях были получены следующие результаты, Ом: 46,43; 46,49; 46,42; 46,52; 46,38; 46,40; 46,51. Распределение случайной погрешности считать нормальным.

14. Прибор для измерений длины волны аттестуют по эталонному источнику  $\lambda = 546,07$  нм. Прибор при трех измерениях дал отсчеты: 546,01

нм, 542,20 нм, 546,30 нм. Оцените случайную погрешность измерений этим прибором при доверительной вероятности 0,99. Имеется ли в результатах систематическая погрешность?

15. Для проверки прочности стали одной плавки проводят испытание стандартных образцов на растяжение до разрушения. Необходимое значение средней квадратической погрешности единичного измерения прочности образцов равна  $S_{x,2} = 45 \text{ МПа}^2$ . Сколько образцов необходимо использовать в испытаниях, чтобы с доверительной вероятностью 0,95 погрешность измерений при этих испытаниях не превышала 2 МПа?

16. На СТО провели диагностирование топливной системы легкового автомобиля. Результаты измерений расхода топлива составили 7,2; 6,4; 9,4; 6,8 и 7,6 л на 10 км пробега. Определите, имеют ли эти результаты измерений грубую погрешность.

17. В вагонном депо за 2012 год проведено 1 400 измерений диаметров колес контактным способом. Из всех результатов выбрали 12 значений, полученных в конце каждого месяца:

Диаметр колеса, мм											
Янв.	Февр.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.	Окт.	Нояб.	Дек.
927,0	926,0	923,7	925,0	926,3	923,9	925,0	923,5	924,4	923,9	922,8	922,7

С вероятностью 99 % определите, влияет ли постепенное истирание шаблона на результат измерений.

18. В течение трех дней через каждые 5 часов проводили измерения длины рельса, уложенного в бесстыковой путь:

Отклонение длины рельса от номинального значения, мкм												
97,5	88,0	99,1	111,7	104,2	89,5	92,8	109,7	94,3	88,7	102,4	112,0	101,0

С доверительной вероятностью 99 % определите случайную погрешность измерений.

19. Для утверждения типа средства измерений в испытательный центр поступила партия из 14 вольтметров с заявленным классом точности 1,5 и верхним пределом измерений 12 В. В результате испытаний с использованием эталонного прибора ( $9,021 \pm 0,015$ ) В получены следующие значения напряжения, измеренного каждым вольтметром:

Результаты измерений напряжения эталонного источника														
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
U, В	9,03	9,23	9,20	8,79	9,02	9,23	9,09	9,03	9,07	9,13	9,02	8,74	8,71	8,96

Соответствуют ли вольтметры классу точности 1,5 с доверительной вероятностью 99 %.

20. В результате поверки амперметра установлено, что 80 % погрешностей результатов измерений, произведенных с его помощью, не превосходит  $\pm 20$  мА. Считая, что погрешности распределены по нормальному закону со средним арифметическим значением равным нулю, найти вероятность того, что погрешность результата измерений превзойдет  $\pm 40$  мА.

21. Проведено шестикратное взвешивание изделия и получены следующие значения, г: 101,361; 101,357; 101,352; 101,346; 101,344; 101,340. Определите доверительный интервал для среднего арифметического значения при доверительной вероятности, равной 0,99.

22. Проведено 12 измерений напряжения радиосигнала одним и тем же прибором, имеющим ничтожно малую систематическую погрешность. При этом средняя квадратическая погрешность результата измерений оказалась равной 0,6 В. Найдите границы погрешности этого прибора с вероятностью 0,99.

23. Шестикратное взвешивание слитка из драгоценного металла дало следующие значения, г: 72,361; 72,357; 72,352; 72,346; 72,344; 72,340. Определите доверительный интервал для среднего арифметического значения при доверительной вероятности, равной 0,99.

24. При 10 измерениях длины металлического бруска получены следующие значения, мм: 358,59; 358,55; 358,53; 358,52; 358,51; 358,49; 358,48; 358,46; 358,45; 358,42. Определите вероятность того, что погрешность среднего арифметического значения не выйдет за границы интервала  $\pm 0,05$  мм.

25. При многократных измерениях длины получены следующие данные, мм: 212, 211, 209, 208, 210, 211, 212, 204, 209, 210, 208, 212. Проведите обработку ряда измерений, предполагая их нормальное распределение и считая, что систематическая погрешность пренебрежимо мала. Определите доверительный интервал для среднего арифметического значения длины, соответствующий доверительной вероятности 0,999.

26. Проведено 12 измерений значений частоты, кГц: 718,43; 719,07; 718,83; 719,61; 717,51; 719,52; 719,43; 720,25; 719,25; 719,80; 721,16; 719,18. Рассчитать доверительные интервалы, в которых лежат действи-

тельные значения частоты, при доверительной вероятности 0,95 и 0,99. Закон распределения погрешностей – нормальный.

27. С помощью вольтметра, имеющего погрешность  $S = 0,02$  В, по результатам 10 наблюдений получена оценка измеряемого напряжения с границами доверительного интервала  $\pm 0,01$  В. Сколько потребуется измерений, чтобы такая же точность с такой же доверительной вероятностью была получена другим вольтметром с  $S = 0,05$  В?

28. С помощью вольтметра, имеющего погрешность  $S = 0,02$  В, по значениям 9 наблюдений получен результат измерений  $U = (8,13 \pm 0,01)$  В. Определите доверительную вероятность полученного результата. Как изменится результат измерений, если принять  $P = 0,99$ ?

29. Средняя квадратическая погрешность  $S$  результата измерений сопротивления резистора равна 0,5 Ом. Определите необходимое число измерений, чтобы с доверительной вероятностью  $P = 0,95$  ( $P = 0,99$ ) значение доверительного интервала было равно 2 Ом (1 Ом).

30. По 25 результатам независимых равноточных измерений частоты получено среднее значение 155,45 кГц. Известно, что средняя квадратическая погрешность измерений  $S = 0,55$  кГц. Оцените действительное значение измеряемой частоты с доверительной вероятностью  $P = 0,9$ ;  $P = 0,95$ ;  $P = 0,99$ . Закон распределения погрешностей – нормальный.

31. По данным 15 независимых равноточных измерений напряжения получены средние значения напряжения 42,6 мВ и средней квадратической погрешности  $S = 3$  мВ. Оцените действительное значение измеряемого напряжения с доверительными вероятностями  $P = 0,95$  и  $P = 0,99$ . Закон распределения погрешностей – нормальный.

32. По результатам 16 измерений частоты получено среднее значение 506,35 кГц. Погрешность измерений  $S = 0,15$  кГц. Оцените значение измеряемой частоты с доверительной вероятностью 0,95.

33. При определении погрешности амперметра с помощью эталонного прибора было получено действительное значение тока 8,0 А. Показания поверяемого амперметра составили, А: 7,98; 7,96; 8,03; 7,95; 8,04; 8,06; 7,92; 8,05; 8,01; 7,94. Определите систематическую и среднюю квадратическую погрешности результата измерений.

34. В результате измерений оказалось, что содержание кислорода в газовой смеси составляет 11,75 %. Доверительный интервал погрешности измерений определяли для вероятности 0,68 и он составил  $\pm 0,5\%$  O<sub>2</sub>. Определите границы доверительного интервала при вероятности 0,95, если известно, что закон распределения погрешностей нормальный.

## 4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

### Основные сведения

*Косвенные измерения* – это измерения, результат которых определяют с использованием функциональной зависимости измеряемой величины от других величин, значения которых измерениями.

Прямое измерение – это измерение, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно.

Согласно МИ 2083-90 [8] эту зависимость называют *уравнением измерений*. При косвенных измерениях это уравнение, например, функции двух аргументов, имеет вид:

$$C = f(A, B).$$

Искомое значение величины  $C$  определяют путём вычисления по результатам прямых измерений величин  $A$  и  $B$ . При этом погрешность измерений величины  $C$  зависит не только от погрешностей измерений величин  $A$ ,  $B$ , но и от вида функциональной зависимости. При математической разработке этих вопросов устанавливают приемы, которые дают возможность вычислить погрешность функции, зная погрешности аргументов. Если искомая величина есть функция величин, которые не зависят друг от друга и погрешности измерений которых имеют нормальное распределение и достаточно малы, то для оценки *случайной* погрешности косвенных измерений можно использовать следующие основные правила.

1. Если  $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$  или  $R = R_1 - R_2 - \dots - R_n$ , то абсолютная погрешность  $\Delta_R$  суммы или разности результатов прямых измерений величин  $R_i$  равна корню квадратному из суммы квадратов абсолютных погрешностей этих результатов:

$$\Delta_R = (\Delta_{R_1}^2 + \Delta_{R_2}^2 + \dots + \Delta_{R_n}^2)^{1/2}.$$

Аналогичное правило действует для суммирования средних квадратических отклонений, характеризующих случайную погрешность косвенных измерений:

$$\sigma_R = (\sigma_{R_1}^2 + \sigma_{R_2}^2 + \dots + \sigma_{R_n}^2)^{1/2} \cdot S.$$

2. Если  $R = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n$  или  $R = R_1 / R_2 / \dots / R_n$ , то относительная погрешность  $\delta_R$  произведения или деления нескольких измеряемых величин равна корню квадратному из суммы квадратов относительных погрешностей их измерений:

$$\delta_R = (\delta_{R_1}^2 + \delta_{R_2}^2 + \dots + \delta_{R_n}^2)^{1/2}.$$

В случае косвенных измерений, результаты которых получены с использованием средств измерений с установленными пределами абсолютной  $\Delta$  или относительной  $\delta$  допускаемой погрешности, имеющей случайную и систематическую составляющие, пользуются следующими правилами.

1)  $C = A \pm B$ ;

$$\Delta_C = |\Delta_A| \pm |\Delta_B| = |\delta_A A| \pm |\delta_B B|;$$

$$\delta_C = \frac{(|\delta_A A| \pm |\delta_B B|)}{|C|} = \frac{(|\Delta_A| \pm |\Delta_B|)}{|C|};$$

2)  $C = AB$ ;  $C = A / B$ ;

$$\Delta_C = |\Delta_A B| + |\Delta_B A| = (|\delta_A| + |\delta_B|) \cdot |AB|;$$

$$\delta_C = |\delta_A| + |\delta_B| = |\Delta_A / A| + |\Delta_B / B|;$$

3)  $C = (A \pm B)(D \pm E)$ ;  $C = (A \pm B) / (D \pm E)$ ;

$$\delta_C = \delta_{(A \pm B)} + \delta_{(D \pm E)} = \left[ \frac{|\Delta_A| + |\Delta_B|}{|(A \pm B)|^*} \right] + \left[ \frac{|\Delta_D| + |\Delta_E|}{|(D \pm E)|^*} \right].$$

Примечание. Знаки в знаменателе соответствуют знакам в уравнении измерений.

Эти правила суммирования дают предельные значения при оценке погрешности косвенных измерений. Они приводят к завышенным, но гарантируемым результатам. Квадратичное суммирование погрешностей, рассмотренное выше, может дать заниженные результаты. Поэтому в данном случае перед квадратным корнем вводят корректирующий коэффициент, равный 1,1 или 1,4, в зависимости от необходимой надёжности получаемой оценки погрешности.

### Пример решения задач

Сопротивление резистора  $R_x$  измерили с помощью вольтметра и миллиамперметра. При этом были получены следующие результаты:

$$U = (1,030 \pm 0,050) \text{ В};$$

$$I = (10,35 \pm 0,25) \text{ мА},$$

Сопротивление вольтметра  $R_v = (10,0 \pm 0,1) \text{ кОм}$ . Требуется записать результат косвенных измерений  $R_x$  с учётом методической погрешности, вызванной шунтирующим влиянием вольтметра.

Решение:

1) из-за своего шунтирующего действия вольтметр измеряет падение напряжения  $U$  на сопротивлении  $R$  двух параллельно соединённых резисторов  $R_v$  и  $R_x$ . Это падение напряжения равно

$$U = \frac{R_v R_x}{R_v + R_x} I;$$

2) найдём отсюда уравнение косвенных измерений, учитывающее шунтирующее влияние вольтметра:

$$R_x = \frac{U R_v}{I R_v - U}.$$

3) подставим в него известные значения:

$$R_x = \frac{1,03 \cdot 10 \cdot 10^3}{10,35 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 - 1,03} = 100,52 \text{ Ом};$$

4) найдём значение сопротивления  $R^*$  без учёта шунтирования:

$$R^* = \frac{U}{I} = \frac{1,030}{0,01035} = 99,52 \text{ Ом};$$

5) определим значение методической погрешности  $\Delta_m$

$$\Delta_m = R^* - R_x = 99,52 - 100,52 = -1 \text{ Ом};$$

6) введём обозначения  $A = UR_v$ ,  $B = IR_v - U$  и найдём относительную погрешность  $\delta R_x$ :

$$\delta R_x = \delta A + \delta B,$$

где

$$\delta A = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R_v}{R_v};$$

$$\delta B = \frac{\Delta(IR_v) + \Delta U}{IR_v + U} = \frac{(\Delta I/I + \Delta R_v/R_v)IR_v + \Delta U}{IR_v + U}.$$

Подставим в них известные значения:

$$\delta A = \frac{0,05}{1,03} + \frac{0,1 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} = 0,059;$$

$$\delta B = \frac{\left[ \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{10,35 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,1 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} \right] \cdot 10,35 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 + 0,05}{10,35 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 + 1,03} = 0,034.$$

Тогда

$$\delta R_x = 0,059 + 0,034 = 0,1.$$

Ответ:  $\delta R_x = (100,5 \pm 0,1)$ .

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое уравнение измерений?
2. Чему равна абсолютная погрешность разности значений двух величин?

3. Чему равна относительная погрешность частного от деления значений двух величин?

4. Чему равна относительная погрешность значения величины, возведённой в степень?

5. Какая оценка погрешности косвенных измерений приводит к большему значению: алгебраическое или квадратичное суммирование погрешностей измерений величин, входящих в уравнение измерений?

### Задачи

1. В результате измерений сопротивления четырёх резисторов получены следующие значения:  $R_1 = 200 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 100 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 600 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 500 \text{ Ом}$ . Средние квадратические погрешности измеренных значений сопротивления соответственно равны 0,3; 0,2; 0,6; 0,3 Ом. Определите среднюю квадратическую погрешность  $\sigma_R$  суммарного сопротивления  $R$  резисторов.

2. При измерениях расхода калориметрическим расходомером измерение мощности нагревателя производилось по показаниям амперметра и вольтметра. Оба эти прибора имели класс точности 0,5, работали в нормальных условиях и имели шкалы 0-5 А и 0-30 В. Номинальные значения тока 3,5 А и напряжения 24 В. Оцените погрешность, с которой проводят измерения мощности.

3. Через эталонный резистор с сопротивлением 10 Ом протекает ток 2,475 А. Вольтметр при измерениях напряжения показал 24,5 В. Определите абсолютную и относительную погрешности вольтметра.

4. Вычислите скорость автомобиля и оцените погрешность её измерений, если за время  $(16 \pm 0,5)$  с автомобиль переместился на расстояние  $(230 \pm 1)$  м.

5. Функция преобразования ртутного термометра имеет вид

$$T_H(l) = k \cdot (l + l_0),$$

где  $l$  – длина столбика ртути в капилляре,  $(11 \pm 0,5)$  мм;

$k$  – чувствительность термометра,  $(1,5 \pm 0,1) \text{ }^\circ\text{C/мм}$ ;

$l_0$  – начальная длина столбика ртути,  $(3 \pm 0,5)$  мм.

Вычислите температуру и абсолютную погрешность измерений.

6. Счетчик электроэнергии класса точности  $(1,0)$  показал, что потребляемая за два часа лампочкой и холодильником электроэнергия равна  $0,140$  кВт·ч. Жители квартиры измерили потребляемую мощность самостоятельно, используя вольтметр и амперметр с классами точности  $(0,6)$  и  $0,5$  с пределами измерений  $250$  В и  $2$  А. Результаты измерений составили  $220$  В и  $55$  А. Необходимо ли провести внеочередную поверку счетчика, если относительная погрешность измерений времени  $0,5$  %.

7. Вычислите абсолютную погрешность измерений сопротивления  $R$  в электрической цепи, если показания вольтметра  $120$  В, а амперметра  $0,5$  А. Верхние пределы измерений вольтметра  $250$  В, амперметра  $2$  А. Класс точности вольтметра  $1,2$ , амперметра  $(1,5)$ .

8. Определите значение сопротивления  $R$  и его относительную погрешность, если показания вольтметра составляют  $80$  В, а амперметра  $0,012$  А. Верхние пределы измерений вольтметра  $100$  В, амперметра  $0,1$  А. Класс точности вольтметра  $(0,5)$ , амперметра  $2,0$ .

9. Мощность  $P$  в активной нагрузке со значением сопротивления  $R = (100 \pm 5)$  Ом определяют с помощью вольтметра класса точности  $1,5$  с пределом измерений  $300$  В. Оценить значение измеренной мощности и относительной погрешности, если прибор показал  $240$  В.

10. Время реакции человека на световой сигнал составляет у разных лиц от  $0,15$  до  $0,22$  с, а на звуковой – от  $0,082$  до  $0,195$  с. Оцените абсолютную погрешность измерений расстояния от наблюдателя до молнии, если время задержки грома относительно световой вспышки составляет  $4,5$  с, скорость звука в воздухе  $(330 \pm 5)$  м/с, а скорость света можно считать бесконечно большой.

11. Определите среднюю квадратическую погрешность результата измерений длины  $\lambda$  модулированного светового потока, если известны скорость  $c = 299\,792,5$  км/с света со средней квадратической погрешностью  $\sigma_c = 0,4$  км/с и частота  $f = 10\,000,0$  кГц со средней квадратической погрешностью  $\sigma_f = 0,15$  кГц.

12. Температура  $t$ , °С может быть определена с помощью косвенных измерений на основе зависимости сопротивления меди от температуры

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha t),$$

где  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления меди;

$R_t, R_0$  – её сопротивление соответственно при  $0^\circ\text{C}$  и при  $t, ^\circ\text{C}$ .

В связи с этим уравнение измерений температуры имеет вид:

$$t = \frac{R_t - R_0}{\alpha R_0}.$$

Определите погрешность  $\Delta_t$  измерений температуры на краях диапазона  $(0 - 100)^\circ\text{C}$ , если  $\alpha = (4,26 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} (\text{C}^\circ)^{-1}$ ,  $R_0 = 10,0 \text{ Ом}$ ,  $R_{100} = 14,2 \text{ Ом}$ , а погрешность измерений сопротивления равна  $0,25 \%$ .

13. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда и погрешность его определения, если измерения длины его рёбер дали значения:

$$x = (58,3 \pm 0,5) \text{ мм}; \quad y = (14,2 \pm 0,5) \text{ мм}; \quad z = (44,4 \pm 0,5) \text{ мм}.$$

14. Определите результат косвенных измерений потребляемой мощности по измеренному напряжению  $12 \text{ В}$ , вольтметром класса точности  $2,5$  на шкале  $30 \text{ В}$ , и току  $0,75 \text{ А}$ , измеренному амперметром класса точности  $1,5$  на шкале  $3 \text{ А}$ .

15. Найдите относительную погрешность измерений плотности материала, из которого изготовлено кольцо массой  $50 \text{ г}$  с внутренним диаметром  $20 \text{ мм}$ , с наружным диаметром  $23 \text{ мм}$  и шириной  $5 \text{ мм}$ , если для измерений использовали весы с пределом допускаемой погрешности  $1 \text{ г}$  и штангенциркуль с погрешностью  $0,1 \text{ мм}$ .

16. Можно ли при наличии весов с пределом допускаемой погрешности  $1 \text{ г}$  и штангенциркуля с погрешностью  $0,1 \text{ мм}$  определить: из железа (плотность  $7,87 \text{ г/см}^3$ ) или никеля (плотность  $8,91 \text{ г/см}^3$ ) изготовлен образец диаметром  $4 \text{ мм}$  и длиной  $25 \text{ мм}$ ?

17. Определить, кольцо с внутренним диаметром  $20 \text{ мм}$ , с наружным диаметром  $23 \text{ мм}$  и шириной  $5 \text{ мм}$  изготовлено из золота ( $58,5 \%$  золота плотностью  $19,32 \text{ г/см}^3$ , остальное – цинк плотностью  $7,10 \text{ г/см}^3$ ) или позолоченной меди (плотность  $8,96 \text{ г/см}^3$ )? Для измерений имеют только ве-

сы с пределом допускаемой погрешности 1 г и штангенциркуль с погрешностью 0,1 мм.

18. Найдите значение и погрешность измерений мощности  $Q_\varepsilon$  теплового электромагнитного излучения от батареи отопления, если уравнение измерений имеет вид:

$$Q_\varepsilon = \varepsilon\sigma(T^4 - T_0^4)F,$$

где  $\varepsilon$ ,  $T$ ,  $F$  – коэффициент черноты, абсолютная температура и площадь поверхности батареи,  $T_0$  – абсолютная температура помещения;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана, равная  $5,67 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}^4$ .

Другие величины измерены с погрешностью 1 % и имеют значения:  $\varepsilon = 0,90$ ;  $T = 340 \text{ К}$ ,  $F = 1,5 \text{ м}^2$ ;  $T_0 = 295 \text{ К}$ .

19. Найдите значение и погрешность измерений конвективного теплового потока  $Q_\alpha$  на поверхности батареи отопления, если уравнение измерений имеет вид:

$$Q_\alpha = \alpha (t - t_0) F,$$

где  $\alpha$ ,  $t$ ,  $F$  – коэффициент теплоотдачи, температура и площадь поверхности батареи;  $t_0$  – температура помещения.

Величины  $\alpha$ ,  $F$  измерены с погрешностью 1 % и имеют значения:  $\alpha = 8,0 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{°С)}$ ;  $F = 1,5 \text{ м}^2$ . Значения температуры измерены с погрешностью  $\pm 1 \text{ °С}$  и имеют значения:  $t_0 = 67 \text{ °С}$ ,  $t = 22 \text{ °С}$ .

20. Определите скорость поезда и погрешность её значения, полученного путём прямых измерений времени прохождения расстояния между соседними километровыми столбами ( $1\,000 \pm 2$ ) м, установленными вдоль путей.

21. Количество теплоты, выделяемое системами водяного теплоснабжения в единицу времени (тепловая мощность  $P$ ), вычисляют по результатам прямых измерений разности температуры  $\Delta t$  теплоносителя на входе и выходе системы теплопотребления, а также его расхода  $G$  по формуле:

$$P = K \Delta t G.$$

Здесь  $K$  – коэффициент, справочное значение которого (4,18 ккал/(кг·К)) хорошо ( $\pm 0,5$  %) известно только для дистиллированной воды.

Определите значение  $P$  и его погрешность  $\delta P$ , если получены следующие результаты прямых измерений:  $\Delta t = 20 \pm 0,2$  °С,  $G = 20$  мЗ/час(1 %).

22. На равноплечих весах измерили массу тела, равную 250 г. Оцените абсолютную погрешность взвешивания, если плечи весов длиной 120 мм были измерены линейкой (цена деления  $\pm 0,5$  мм).

## Значения коэффициентов Стьюдента

№	Доверительная вероятность $P$				
	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
2	6,31	12,71	31,82	63,68	636,62
3	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
4	2,35	3,18	4,54	5,84	12,92
5	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
6	2,02	2,57	3,37	4,06	6,87
7	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
8	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
9	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
10	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
11	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
12	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
13	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
14	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
15	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
16	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
17	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
18	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
19	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
20	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
$\infty$	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

## Основные соотношения между измеряемыми величинами

### *Механические и геометрические измерения*

1. Измерения массы на разноплечих весах:

$$m_x = m_0 l_0 / l_x.$$

2. Измерения объёма кольца:

$$V = \pi(D^2 - d^2)h.$$

3. Измерения скорости движения:

$$v = l/\Delta\tau.$$

4. Измерения длины рельса:

$$\Delta l = n\pi(d - d_0).$$

5. Измерения частоты колебаний:

$$f = 1/T.$$

6. Измерения частоты колебаний по длительности  $n$  периодов:

$$f = n/\Delta\tau.$$

7. Измерения плотности:

$$\rho = m/V.$$

### *Тепловые измерения*

1. Измерения тепловой мощности:

$$P = K \Delta t G.$$

2. Измерения конвективного теплового потока:

$$Q_\alpha = \alpha (t - t_0) F.$$

3. Измерения радиационного теплового потока:

$$Q_\varepsilon = \varepsilon\sigma(T^4 - T_0^4)F.$$

4. Измерения тепловой энергии:

$$W = Q \Delta\tau.$$

5. Измерения приращений температуры:

$$\Delta t = t_x \exp(-\tau/\tau_0).$$

### *Электрические измерения*

1. Измерения основных параметров электрических цепей:

$$U = IR, I = U/R, R = U/I.$$

2. Измерения электрической мощности:

$$P = UI \text{ или } P = I^2R \text{ или } P = U^2/R.$$

3. Измерения электрической энергии:

$$W = P\Delta\tau.$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Об обеспечении единства измерений от 26.06.2008 [Электронный ресурс]: федер. закон № 102. – Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс». – Режим доступа: <http://base.consultant.ru>
2. РМГ 29-99 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения: [введ. 01.01.2001 (с изм. от 27.10.2004; 04.08.2010)]. – М., 1999. – 63 с.
3. Кузнецов В. А., Исаев Л. К., Шайко И. А. Метрология. – М.: ФГУП «Стандартинформ», 2005. – 300 с.
4. Шабалин С. А. Прикладная метрология в вопросах и ответах: учеб. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 200 с.
5. ГОСТ 8.009-84 ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений: [введ. 01.01.86 (переиздан 10.2003)]. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1984. – 29 с.
6. ГОСТ 8.401-80 ГСИ. Классы точности средств измерений. Общие требования: [введ. 01.07.1981 (переиздан 09.1985)]. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 12 с.
7. ГОСТ 8.207-76 ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения: [введ. 01.01.1977 (с измен. от 01.10.2001)]. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 17 с.
8. МИ 2083-90 ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерения и оценивание их погрешностей. – М. – Изд-во стандартов, 1991. – 20 с.

*Учебное издание*

**Вихарева Надежда Анатольевна**  
**Черепанов Виктор Яковлевич**

# **ПРИКЛАДНАЯ МЕТРОЛОГИЯ**

Редактор *Е. Н. Ученова*

Компьютерная верстка *К. В. Ионко*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.

Подписано в печать 06.05.2014. Формат 60 × 84 1/16

Печать цифровая.

Усл. печ. л. 2,73. Тираж 108 экз.

Заказ . Цена договорная.

Гигиеническое заключение

№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГГА  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГГА  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.