

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОДЕЗИИ

§ 1. Предмет и содержание геодезии

Геодезия – наука, которая занимается изучением формы и размеров всей Земли или отдельных ее частей, отображением земной поверхности на картах и планах, а также методами выполнения специальных измерений, необходимых для решения разнообразных народно-хозяйственных задач.

«Геодезия» в переводе с греческого означает «землеразделение» (*ge* – земля, *daio* – разделяю). Она возникла несколько тысячелетий назад, когда появилась необходимость в разделении земельных участков, строительстве храмов, каналов, мостов и т. д. С течением времени менялось содержание геодезии, усложнялись задачи, решаемые с ее помощью, развивались и совершенствовались методы и средства геодезических измерений. В процессе этого развития геодезия разделилась на ряд самостоятельных научных и научно-технических дисциплин, каждая из которых занимается решением более узких, специальных вопросов данной науки.

1. **Высшая геодезия** занимается изучением фигуры и внешнего гравитационного поля Земли и планет Солнечной системы, а также созданием опорных геодезических сетей государственного и планетарного назначения. При решении этих задач используются методы и средства измерений геодезической астрономии, геодезической гравиметрии, космической (спутниковой) геодезии.

2. **Геодезия и топография** изучают методы, средства съемки и изображения сравнительно небольших участков земной поверхности для составления планов и карт различного масштаба.

3. **Картография** занимается изучением методов и процессов (технологий) составления, издания и размножения карт различного масштаба и назначения.

4. **Космическая геодезия** появилась благодаря запуску искусственных спутников Земли, а в последующем и пилотируемых космических станций в околоземное пространство. В связи с этим существенно увеличилась быстрота определения координат точек земной поверхности, а также стало возможным дистанционное зондирование поверхности Земли аэрокосмическими методами для получения необходимой информации с целью мониторинга окружающей среды, создания тематических карт различного назначения, изучения континентального шельфа морей и океанов.

В космической геодезии используются результаты наблюдений за движениями спутников с физической поверхности Земли, а также результаты, которые получены непосредственно на спутнике.

5. **Морская геодезия** опирается на методы космической геодезии и более детально занимается изучением природных ресурсов шельфа, морей и океанов, а также картографированием их дна.

6. **Космическая съемка, аэрофотосъемка и фотограмметрия** занимаются получением, обработкой и дешифрированием аэрофото- и космических снимков с целью создания планов и карт земной поверхности.

7. **Прикладная геодезия** занимается решением геодезических задач для целей проектирования, изысканий, строительства и эксплуатации различных инженерных сооружений, в том числе и уникальных, выверкой технологического оборудования, определением осадок и деформаций этих сооружений и оборудования.

8. **Маркшейдерское дело** (подземная, горная геодезия) занимается изучением методов и средств измерений, выполняемых при разведке и эксплуатации месторождений полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации горных предприятий на земной поверхности и под землей.

В своем развитии геодезия опирается на достижения, которые относятся ко многим научным дисциплинам: математике, астрономии, физике, оптике, метрологии, географии, радиоэлектронике, геологии. В последние годы, в связи с появлением и внедрением в геодезическое производство спутниковых и информационных технологий, электронных тахеометров, лазерных приборов, цифровых нивелиров значительно расширился круг решаемых задач, увеличились их объем, скорость, а также повысилась точность выполнения.

Общий объем геодезических работ условно разделяется на две части: полевые и камеральные, причем первая часть составляет около 70–80 % в зависимости от вида и условий измерений.

§ 2. Значение геодезии в развитии промышленности и сельского хозяйства

На протяжении всего времени развития человеческого общества геодезические измерения были необходимы для успешного функционирования промышленности, транспорта, сельского и лесного хозяйства, производства строительных работ, развития науки. В глубокой древности геодезия играла важную роль в вопросах землепользования, строительства каналов, мостов, пирамид, храмов, составления планов земельных угодий и т. д. Свидетельством того, что уже тогда выполнялись соответствующие съемки, является сохранившейся до наших дней папирус с картой Персии, составленный около

4,5 тыс. лет назад. По мере развития хозяйственных отношений также изменялись виды геодезических измерений и увеличивался их объем.

В настоящее время трудно найти отрасль промышленности, где не использовались бы результаты геодезических измерений, или они не имели бы существенного значения. Геодезические измерения применяются при строительстве дорог, мостов, тоннелей, линий метрополитена, зданий и сооружений промышленных предприятий, тепловых, атомных и гидравлических электростанций, сооружений башенного типа, кольцевых и линейных ускорителей, при решении вопросов обороны страны (топографические карты, исходные данные для ракетных войск, артиллерии, авиации, военно-морского флота) и т. д. Геодезические измерения необходимы при изучении околоземного и космического пространства, внутреннего строения Земли, движений земной поверхности и целых континентов.

Аэрофотосъемка используется (кроме целей картографии) для ледовых разведок, гидрологических работ, предупреждения и обнаружения очагов загрязнения природной среды, оценки разрушений после стихийных бедствий.

Для решения народнохозяйственных задач по исследованию и разведке природных ресурсов, прогноза будущего урожая и погоды производится зондирование Земли с орбитальных космических станций или искусственных спутников Земли.

§ 3. Краткая историческая справка о развитии геодезии

Трудно установить время, когда человек начал выполнять простейшие геодезические измерения. Возникновение геодезии относится к глубокой древности, о чем свидетельствуют литературные источники и археологические раскопки. Естественно предполагать, что геодезические измерения появились при урегулировании границ земельных владений, при строительстве каналов, дамб, домов, храмов, мостов, когда возникла необходимость в выполнении таких геометрических построений, с помощью которых можно было бы откладывать линии и прямые углы. Не зная простейших геометрических фигур, правил их построения, невозможно было что-либо разметить и определить на поверхности Земли. В связи с этим первые измерения, которые начал выполнять человек, относятся к геометрическим построениям и были основой формирования предмета геометрии. Известно, что в Древнем Египте геометрия возникла из практических нужд человека при разделе и восстановлении границ земельных участков, которые периодически смывались разливами Нила, строительстве оборонительных и ирригационных сооружений, грандиозных пирамид. Практические построения геометрических фигур явились базой формирования предмета геодезии. Поэтому на протяжении длительного периода деятельности человека геометрия и геодезия составляли

единое целое и относились к числу древнейших наук. Нельзя было без знания геодезии построить обводной канал на Ниле (XX в. до н. э.), соединить каналом реки Тигр и Евфрат (XXI в. до н. э.) и также каналом в VI в. до н. э. соединить Нил с Красным морем. В результате дальнейшей деятельности человека в центрах древних цивилизаций (долины Месопотамии, Нила, Инда, а также в Китае и Греции) произошло естественное разделение задач геометрии и геодезии. Известно, что уже со времен Пифагора (580–500 гг. до н. э.), Аристотеля (384–322 гг. до н. э.) землемерное искусство (землеразделение) называлось геодезией. Этими учеными также были высказаны предположения, что Земля имеет форму шара. Несколько позже Эратосфен (276–195 гг. до н. э.), который заведовал знаменитой библиотекой в Александрии, определил длину окружности Земли путем измерения дуги меридиана между городами Сиена (Ассуан) и Александрия. Она получилась равной около 40 тыс. км, что практически совпадает с ее современным значением. Позже, в 827 г., арабские ученые получили длину дуги меридиана в 1° на широте 35° , равную 111,8 км (по современным данным, она равна 110,94 км).

Основополагающим руководством по практике ведения землемерного дела является сочинение Герона Александрийского (жил примерно в I в. до н. э.) «О диоптрах». Это руководство состояло из многих разделов, в которых были обобщены достижения его предшественников по практической геометрии и геодезии, а также предложены собственные разработки. Знаменитая диоптра Герона заложила принципиальные основы развития геодезических приборов на последующие века. Она позволяла одновременно измерять вертикальные и горизонтальные углы, выполнять нивелирование и вешение линий. Кроме того, диоптра могла применяться и в астрономии. Примерно к той же эпохе относится изобретение греческим астрономом Гиппархом астролябии, которая широко использовалась на протяжении многих столетий в астрономии, морской навигации, геодезии и астрологии.

Линейные измерения в этот период производились с помощью мерного шнура (тонкой смоляной веревки с узлами), одометра (мерного колеса) и шеста.

Нивелирование осуществлялось с помощью нивелиров простейшей конструкции. Одна из таких конструкций представляла собой длинное узкое корыто, заполненное водой. Другой распространенной конструкцией нивелира был нивелирный прямоугольник с отвесом.

Могущество Римской империи требовало упорядочения земельных отношений на всей ее территории по мере захвата новых территорий (разделения земельных участков, передачи границ этих участков по наследству, взимания налогов с земельных владений). Этому способствовало то обстоятельство, что рабовладельческий строй и соответствующий ему способ производства укрепляли государственную форму правления. В этот же период, для упорядочения межевания (раздела) земельных участков, начинают вводиться

системы ориентации и координат. Ученик Аристотеля Дикеарх Мессинский, намного ранее Декарта, впервые ввел на картах земельных участков две перпендикулярные линии, что позволяло более успешно производить их картографирование и определение площади. Эта система широко применялась на всей территории Римской империи. Развитием прямоугольной системы координат является система координат в виде сетки меридианов и параллелей, которую начали еще применять Эратосфен и Гиппарх.

Исходя из основополагающего значения геодезии на данном этапе развития человеческого общества, можно сделать заключение, что она являлась фундаментальной наукой и в дальнейшем на ее базе получили развитие другие науки.

После распада Римской империи (V век н. э.) начался закат античной науки. За почти тысячелетний период средневековья в Европе не было создано каких-либо принципиально новых методов и средств измерений. Феодальная раздробленность в Европе тормозила развитие экономических и научных связей. В странах же Востока, сохранивших рабство, наоборот, наступает экономический, культурный и научный расцвет. Получают дальнейшее развитие приборы для угловых измерений: геометрический квадрат, квадрант и секстант. Выдающийся астроном и математик Улугбек в начале XV в. изготовил секстант с радиусом около 40 м (Самаркандская обсерватория).

Следующим шагом в развитии геодезии и навигации было открытие природного магнетизма. Считается, что первооткрывателями компаса («указателя юга») являются китайцы (XXI–XX вв. до н. э.), хотя историк Е.Р. Кили утверждает, что свойства природного магнетизма были известны раньше. Указатель юга представлял собой вращающуюся на вертикальной оси фигурку человека, вытянутая правая рука которого с прикрепленной к ней магнитной полоской указывала на юг.

Эпоха Возрождения положила начало экономическому, культурному и научному развитию Европы и сделала предпосылки к научной революции в различных областях, в том числе в геодезии, астрономии и навигации. Революционное изменение в технологии выполнения геодезических измерений оказало изобретение в 1606–1622 гг. зрительной трубы (Г. Липпергей, Г. Галилей, И. Кеплер) и в 1602–1607 гг. – цилиндрического уровня (И. Шапотти, М. Тавено, Д. Рамсден). В дальнейшем усилия П. Монтанари, Т. Рейхенбаха, Д. Сиссона способствовали созданию теодолита, принципиально похожего на современный, который уже имел зрительную трубу с сеткой нитей.

На всех исторических этапах создания геодезических угломерных приборов одной из трудных была задача нанесения делений на измерительные круги. Поэтому приборы для измерения углов изготавливались большими, чтобы была возможность нанесения как можно большего числа делений. Удачную попытку в этом направлении в XVI–XVII вв. сделали П. Нунец (Нониус)

и П. Верньер, которые разработали и изготовили отсчетное устройство – нониус (верньер). Следующий шаг на пути совершенствования отсчетных устройств сделал англичанин Д. Рамсен, который в конце XVIII в. сконструировал микроскоп с винтовым микрометром.

Совершенствование геодезических приборов способствовало дальнейшему развитию различных видов геодезических измерений, в частности градусных. Так, в начале XVII в. голландский математик Снеллиус предложил метод триангуляции, который до конца XX в. являлся основным. Необходимо отметить, что авторство этого метода развития геодезических сетей оспаривается многими исследователями различных стран, так как, например, принцип определения длины стороны треугольника при известной длине другой стороны и измеренным углом был известен еще древнегреческому математику Фалесу.

Важными для развития геодезии стали научные открытия таких ученых, как Н. Коперник, Г. Галилей, И. Кеплер и И. Ньютон. Так, открытая И. Ньютоном теория всемирного тяготения показала, что Земля должна иметь форму шара, несколько сплюснутого с полюсов (форму сфероида). Согласно его теории, на вращающуюся вокруг своей оси Землю (шар), помимо силы тяжести, действует еще и центробежная сила, которая возрастает от полюсов к экватору и, следовательно, стремится растянуть Землю по экватору и приплюснуть ее у полюсов. Для подтверждения или опровержения данной теории Парижская Академия наук в 1736 г. выполняет градусные измерения в Перу и Лапландии. Полученные результаты полностью подтвердили теорию И. Ньютона. В связи с этим перед геодезией встала фундаментальная задача, связанная с определением формы и размеров Земли. Однако выполненные впоследствии для решения этой фундаментальной задачи геодезические работы показали, что необходимо предварительно разработать и изготовить более совершенные и точные угломерные геодезические приборы, а также усовершенствовать общий подход к выполнению градусных измерений.

В XVIII в. в Европе под руководством Ж. Деламбра были успешно и в большом объеме выполнены градусные измерения, в результате чего была определена форма Земли и длина дуги Парижского меридиана от Дюнкерка до Барселоны. Следствием успешного выполнения градусных измерений было установление (по предложению Ф. Борда, П. Лапласа, Ж. Лагранжа, Ж. Деламбра и др.) единой линейной меры длины, равной одной десятиmillionной доли четверти данного Парижского меридиана и названной **метром**. После этого решения в Париже был изготовлен платиновый жезл (концевая мера), длина которого при температуре 0° по Цельсию была взята за **эталонную длину метра**. С появлением в XIX в. более совершенных угломерных инструментов с высокоточными отсчетными устройствами (микроскоп-микрометров),

а также базисных приборов Э. Едерина, точность градусных измерений значительно повысилась. После получения французом Гильоном в 1897 г. патента эта конструкция базисного прибора стала применяться во всех странах, и она применяется вплоть до настоящего времени.

После открытия в конце XIX в. французом Ж. Фуко свойства гироскопа с двумя степенями свободы начали проводиться работы по созданию гироскопов и гиротеодолитов; первые гироскопы появились в начале XX в.

Первые сведения о геодезических работах, выполняемых на Руси, относятся к середине XI в. Древнейшим памятником и свидетельством этих работ является Тмутараканский камень, который был найден в 1792 г. вблизи города Тамани. Надпись на этом камне свидетельствует о том, что в 1068 г. князь Глеб измерил расстояние длиной около 24 км между городами Тамань и Керчь по льду Керченского пролива. В настоящее время этот камень хранится в Эрмитаже города Санкт-Петербурга. Необходимо отметить, что практически до XV в. на Руси особой необходимости в геодезических работах, связанных в первую очередь с межеванием земельных угодий, не было, так как площади этих земельных угодий были практически неограниченны.

В период царствования Ивана Грозного (1530–1584 гг.) в единственном экземпляре была составлена карта Московского государства в масштабе 1 : 800 000, известная под названием «Большой чертеж». Эта карта охватывает территорию от рек Западная Двина и Днепр на западе и до реки Обь на востоке; в южном направлении она включала в себя всю территорию Крыма. На эту карту постоянно вносились исправления и дополнения и в 1627 г. она была вычерчена заново. Первая карта Сибири, носившая название «Чертеж всей Сибири», была составлена в 1667 г. при участии воеводы П.И. Годунова. Более подробная карта (географический атлас) была составлена в 1701 г. русским картографом и историком С.И. Ремезовым, жившим в Тобольске. Она носила название «Чертежная книга Сибири». Позднее топографические съемки были выполнены на Иртыше, Камчатке и Курильских островах.

Период правления Петра I характеризуется бурным развитием науки, в том числе и геодезии. При Петре I начались широкомасштабные астрономические и топографические работы. Это потребовало значительного увеличения парка геодезических приборов, который пополнялся в основном за счет их ввоза из Западной Европы. Несколько позднее в мастерских при Морской академии и Навигационной школе также началось изготовление некоторых геодезических приборов и приспособлений.

Необходимо особо отметить, что Петр I сам имел хорошие знания в области географии, геодезии, навигации и астрономии и понимал значимость этих наук в военном деле, а также в развитии промышленности, сельского хозяйства, торговли, поиска полезных ископаемых.

С целью координации работ по составлению карт в 1739 г. при Российской Академии наук был учрежден Географический Департамент, который, после французского астронома Делиля, возглавлял Леонард Эйлер; с 1757 г. по 1763 г. во главе стоял М.В. Ломоносов.

За этот период в России значительно увеличилось число астрономических пунктов и расширилась география топографических съемок.

Для подготовки кадров, в основном землемеров, в 1779 г. при Межевой канцелярии была учреждена Землемерная школа, затем в 1819 г. она была переименована в Константиновское землемерное училище, впоследствии в 1835 г. преобразована в Межевой институт (затем МИИГАиК и МОСГУГК). Необходимо отметить, что подготовкой землемеров и геодезистов занимались также вышеупомянутые Морская академия и Навигационная школа, а также Морской и Сухопутный кадетские корпуса, Инженерная и Артиллерийская школы, Горное училище, Санкт-Петербургский университет.

Большой вклад в выполнение геодезических работ общегосударственного назначения внес созданный в 1822 г. Корпус военных топографов. За первые 50 лет существования корпуса были выполнены обширные триангуляционные работы и топографические съемки Европейской части России, Крыма, Кавказа и Забайкалья. В результате этих работ была создана знаменитая трехверстная карта западных и центральных районов страны. В этот период большой вклад в теорию и практику всех видов геодезических измерений внесли работы А.П. Болотова (1803–1853 гг.), И.Я. Цингера (1842–1918 гг.), М.В. Певцова (1843–1902 гг.), И.И. Померанцева (1847–1922 гг.), В.В. Витковского (1856–1924 гг.), Д.Д. Геоденова (1854–1908 гг.).

Заметный вклад в развитие градусных измерений внесли работы геодезистов России под руководством К.И. Теннера и В.Я. Струве. Выполненные под их руководством обширные исследования и измерения отличались наивысшей для того времени точностью измерения углов ($0,53''$ – $0,90''$). Дуга Струве, длиной $25^{\circ}20'$, применялась Бесселем и Кларком при определении размеров земного эллипсоида.

Для получения качественных результатов геодезических измерений, кроме собственно измерений, необходима была соответствующая их математическая обработка. Теория математической обработки результатов геодезических измерений начинает бурно развиваться в XIX в. усилиями П.С. Лапласа (1740–1827 гг.), А. Лежандра (1752–1833 гг.), К.Ф. Гаусса (1777–1855 гг.), П.Л. Чебышева (1821–1894 гг.), А.М. Ляпунова (1857–1918 гг.), А.Н. Колмогорова (1903–1987 гг.). В последние десятилетия наиболее известными в этой области являются труды отечественных ученых: Ю.И. Маркузе, В.Д. Большакова, В.А. Бывшева, К.П. Тамутиса, Ю.В. Кемница, П.А. Гайдаева.

Для выполнения различного вида геодезических работ с начала XVII в. и по середину XX в. разрабатываются соответствующие средства измерений: теодолиты, нивелиры, тахеометры, дальнометры и т. д. При конструировании

этих приборов использовались сначала металлические узлы, а затем стеклянные (лимбы, отсчетные и дальномерные устройства).

Следующим революционным этапом в развитии геодезии является применение физических методов для измерения расстояний. Начало этим разработкам положил русский радиофизик Л.И. Мандельштам, который в 1907 г. применил временную развертку в электронно-лучевой трубке для изучения затухающих колебаний. Затем в 1925 г. американские ученые Брайт и Тюв впервые применили радиотехнический метод для определения высоты ионизированных слоев атмосферы. Конструкция первого в мире светодальномера была предложена в 1933 г. в СССР Г.И. Трофимуком. В 1936 г. в Государственном оптическом институте (ГОИ) им. С.И. Вавилова физиками А.А. Лебедевым, В.Г. Вафиади и В.В. Балаковым был разработан первый светодальномер с интерференционным модулятором.

Большой вклад в развитие радионавигационных и радиогеодезических систем внесли академики Л.И. Мандельштам и Н.Д. Папалекси, которые в 1930-х гг. разработали общие принципы фазовых методов измерений расстояний. Широкое применение светодальномеры получили после того, как Э. Берстанд разработал геодиметр, выпуск которого начался в 1950 г. К настоящему времени разработаны конструкции светодальномеров, позволяющие выполнять измерения с точностью порядка (0,5–0,5D км) мм.

Наряду с совершенствованием методов и средств измерений, во многих странах в начале XIX в. выполняются широкомасштабные астрономо-геодезические измерения. В СССР в 1930-е гг. под руководством Ф.Н. Красовского и А.А. Изотова Центральным научно-исследовательским институтом геодезии, аэрофотосъемки и картографии (ЦНИИГАиК) была начата обработка материалов отечественных и зарубежных измерений. На основании этих работ были получены размеры эллипсоида вращения, наиболее подходящего для территории СССР, что позволило также принять его и как референц-эллипсоид. Необходимо отметить, что до 1946 г. результаты геодезических измерений в СССР обрабатывались с использованием размеров эллипсоида Бесселя, которые отличались от эллипсоида Ф.Н. Красовского в большой полуоси почти на 850 м. Последующие наблюдения за движением искусственных спутников СССР и США позволили получить величину сжатия, равную 1 : 298,26, что фактически совпало с величиной 1 : 298,3 по результатам исследований Ф.Н. Красовского.

Начиная с конца 1950-х гг., в теории и практике геодезических измерений наступили революционные преобразования, связанные с разработкой и применением спутниковых методов для целей геодезии во всем ее многообразии. В результате проведения фундаментальных исследований в Советском Союзе и США были созданы многофункциональные системы: ГЛОНАСС (ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система) и NAVSTAR (NAVigation

Satellite Timing And Ranging). Параллельное название NAVSTAR – GPS (Global Positioning System). Разрабатываемая в странах Западной Европы система будет называться Galileo.

Применение спутниковых технологий позволяет в 10–15 раз повысить производительность труда при безусловном сохранении и даже значительном повышении точности измерений.

Необходимо отметить, что все основные геодезические работы в нашей стране выполнялись и выполняются под контролем государства. Так, в СССР общее руководство осуществляло Главное управление геодезии и картографии (ГУГК) при Совете Министров СССР. Непосредственно топографо-геодезические работы выполняли и выполняют аэрогеодезические предприятия, а составление и издание карт – картографические фабрики. Топографо-геодезические работы непосредственно для целей изысканий и строительства инженерных сооружений выполняли геодезические подразделения соответствующих проектных и строительных организаций. Значительную, в основном специальную часть, топографо-геодезических работ выполняли и выполняют геодезисты Вооруженных Сил СССР (России).

С 1991 г. общее руководство основными топографо-геодезическими работами в стране осуществляет Федеральная служба геодезии и картографии (Роскартография). В связи с возникновением в нашей стране различных форм собственности на землю, недра, инженерные сооружения, коммуникации и т. д., наряду с государственными аэрогеодезическими предприятиями и картографическими фабриками, появились частные геодезические организации, которые выполняют в основном работы для целей изысканий и строительства инженерных сооружений, а также для ведения земельного кадастра. В некоторой степени изменились и виды геодезических работ, выполняемые аэрогеодезическими предприятиями. Так, появились геодезические работы по измерению осадок и деформаций инженерных сооружений, ведению земельного кадастра, составлению и изданию крупномасштабных карт административных районов, туристских схем и т. д.

На данном этапе своего развития в начале XXI в. геодезическая наука и производство решают следующие основные задачи:

- 1) завершение перехода к спутниковым технологиям определения координат точек земной поверхности;
- 2) дальнейшее развитие на базе спутниковых технологий астрономо-геодезической сети нашей страны одновременно с введением новой системы координат СК-95;
- 3) внедрение автоматизированных технологий производства геодезических измерений и обработки полученных результатов с применением электронных приборов и компьютерной техники;

- 4) создание и обновление карт с использованием аэрокосмических снимков с последующей их цифровой обработкой;
- 5) применение воздушного и наземного лазерного сканирования для создания топографических карт и планов;
- 6) представление результатов топографических съемок в 3D формате;
- 7) геодезическое обеспечение ведения земельного кадастра;
- 8) совершенствование высокоточных инженерно-геодезических измерений с целью обеспечения монтажа и эксплуатации ответственных и уникальных инженерных сооружений;
- 9) создание банков данных для хранения и эффективного использования различной геодезической информации.

§ 4. Измерения. Виды геодезических измерений. Единицы физических величин, применяемые в геодезии

Во всех сферах деятельности человека измерения были, есть и будут одними из важнейших условий решения поставленных практических и научно-технических задач.

Измерение – совокупность операций, выполняемых с помощью технического средства, хранящего единицу физической величины, позволяющего сопоставить (в явном или неявном виде) измеряемую величину с ее единицей и получить значение этой величины. Полученное значение величины называется **результатом измерений**.

Основное уравнение измерений имеет вид

$$X = q[X], \quad (1)$$

где q – числовое значение величины X ;

$[X]$ – единица измерения величины X .

Например, за единицу измерения длины принят 1 метр, а числовое значение $q = 165$. Тогда величина X_{AB} измеренного отрезка AB будет равна

$$X_{AB} = 165 [1 \text{ м}] = 165 \text{ м.}$$

Геодезические измерения определяются как совокупность измерений, выполняемых на физической поверхности Земли, в том числе и под водой, с целью получения количественной информации о взаимном положении объектов материального мира в процессе производства топографо-геодезических работ. Геодезические измерения классифицируются по следующим основным признакам: назначению, точности, объему, характеру и виду получаемой информации.

Все объекты окружающего нас мира характеризуются своими свойствами. **Свойство** – философская категория, выражающая такую особенность объекта (явления, процесса), которая отражает его общность или различие с другими объектами (явлениями, процессами) и обнаруживается в его отношениях к ним. Свойство – категория качественная, а для количественного описания свойств процессов и физических тел вводится понятие величины. **Величина** – одно из свойств объекта материального мира, которое может быть оценено количественно.

Величины бывают физические, нефизические и математические (теоретические). **Физическая величина** – одно из свойств физического объекта, общее в качественном отношении для многих физических объектов, их состояний и проходящих в них процессов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них. **Нефизические величины** присущи общественным наукам – экономике, социологии, психологии и т. д.

Совокупность измерений физических величин, свойственных какой-либо области науки или техники и выделяющихся своей спецификой, называется **областью измерений**, например существует область геодезических измерений.

В геодезии измеряемыми физическими величинами, в дальнейшем будем их называть **геодезическими величинами**, являются: длина линии (отрезка), горизонтальный угол, вертикальный угол, угол наклона (зенитное расстояние), азимут, превышение, высота, координаты пункта (приращение координат), ускорение силы тяжести, время.

Для измерения физических величин применяются соответствующие единицы измерений. **Единица измерения физической величины** – это физическая величина фиксированного размера, которой присвоено числовое значение, равное единице, применяемое для количественного выражения однородных с ней физических величин. Например, за единицу измерения длины принят 1 метр и он применяется для измерения только длин отрезков.

С целью установления различия в количественном содержании отображаемого данной физической величиной объектов материального мира существуют понятия ее размера и значения.

Размер физической величины X – это количественное содержание физической величины, присущее конкретному объекту материального мира, явлению или процессу. Например, каждый отрезок имеет свою длину (в нашем случае $AB = 165$ м), вследствие чего эти отрезки можно различать по их длине. Истинный размер физической величины является объективной реальностью, не зависящей от того, производятся измерения объекта или нет. Размер может выражаться в виде отвлеченного числа без указания единиц измерения.

Отвлеченное число без указания единицы измерения является числовым значением физической величины. В формуле (1) числовое значение отрезка AB равно 165.

Значение физической величины X – это ее количественная оценка, представленная числом с указанием единицы этой величины. Например, значение отрезка AB в формуле (1) равно 165 м.

Для обеспечения измерения физической величины необходимо соответствующее средство измерений.

Средство измерений – это техническое средство, предназначенное для измерений, воспроизводящее и хранящее неизменной единицу физической величины в течение известного интервала времени. Если размер единицы в процессе измерений изменяется больше, чем установлено нормами, то такое средство является непригодным для измерений. Измерение базируется на применении не только средства, но и метода измерений. **Метод измерений** – это прием или совокупность приемов (способов) сравнения измеряемой физической величины с ее единицей в соответствии с выбранным (реализованным) принципом измерений.

Самым простым средством измерений является мера. **Мера** – это средство измерений, предназначенное для воспроизведения и хранения одной или нескольких единиц измерения физической величины, например линейной, с необходимой точностью. Меры, воспроизводящие физическую величину одного размера, называются однозначными, а воспроизводящие физическую величину разных размеров – многозначными. Примером однозначной меры является гиря массой 1 кг, а многозначной – миллиметровая линейка, воспроизводящая наряду с миллиметровыми также сантиметровые и дециметровые меры длины.

Принципом измерений называется явление (или эффект), которое положено в основу данного вида измерений.

На ранних этапах развития человеческого общества для измерений применялись простейшие меры измерений. В качестве таких мер измерений применялись доступные каждому человеку предметы, в том числе и части человеческого тела. Так, например, у древних греков и египтян за меру длины принимался **стадий**, точная длина которого не сохранилась, но считается, что она находится в пределах 158–190 м. Греки стадием называли расстояние, которое можно было пройти спокойным шагом за время восхода Солнца, начиная с момента его появления и кончая моментом появления всего диска. У арабов долгое время в качестве меры длины применялся **локоть**, который определялся как расстояние по прямой от локтевого сгиба до конца среднего пальца (или большого пальца, или сжатого кулака) вытянутой руки и был равен 55,5 см («царский локоть»). Другие размеры эта мера имела в странах Западной Европы. Позднее в этих странах в качестве меры длины стал применяться **дюйм**, равный величине последней фаланги большого пальца мужской руки (25,399 78 мм $\approx$ 25,4 мм), и **фут**, равный длине ступни (0,3048 м) французского короля Людовика XII. Известная английская мера

длины **ярд** была введена в 1101 г. английским королем Генрихом I и равнялась длине его руки, т. е. 0,914 40 м.

На Руси в X–XVI вв. применялись следующие меры длины: **верста, сажень, аршин, локоть, пядь, вершок**.

Начиная с XV в., длина версты изменялась неоднократно, но с середины XVIII в. она устанавливается равной 1,066 80 км.

Сажень с 1554 г. устанавливается равной 3 аршинам и она является казенной, т. е. законной. Кроме казенной, существовали еще маховая и косая сажени. Маховая сажень равнялась длине распростертых рук и считалась равной 2,5 аршинам. Косая сажень считалась равной расстоянию от подошвы левой ноги до конца пальцев поднятой вверх правой руки и равнялась 3,25 аршинам.

На территории Руси длина аршина была принята равной 71,12 см. Данная мера длины также широко применялась и в Болгарии и была равна для каменщиков 75,8 см, а для портных – 68 см.

Длина локтя принималась равной 45,5–47,5 см, иногда – 51,0 см. Пядь была равна расстоянию между концами растянутых большого и указательного пальцев взрослого человека и составляла 20–23 см.

Длина вершка принималась равной 4,45 см.

Зависимость между мерами длины была следующей:

$$1 \text{ сажень} = 84 \text{ дюйма} = 3 \text{ аршина} = 48 \text{ вершков} = 4 \text{ локтя} = 8 \text{ пядей} = 2,133 \text{ 60 м.}$$

Кроме указанных мер длины, в различных княжествах Руси, в том числе и Киевской Руси, применялись и другие меры. Так, например, к известным мерам длины относился «золотой пояс» Великого князя Святослава Ярославича, который был равен 108 см. С этим поясом сравнивались другие меры длины, которые затем хранились в церквях.

Поистине революционным периодом в истории развития и совершенствования мер длины является разработка и введение в 1791 г. Парижской Академией наук метрической системы мер, в основу которой была положена единица длины – метр, равная, как уже указывалось в § 3, одной десятиллионной части Парижского меридиана от полюса до экватора. На основании этого решения в 1799 г. Национальное собрание Франции специальным декретом утвердило представленный П. Лапласом платиновый образец метра. Первый международный метр представляет собой линейную (концевую меру) шириной 25 мм и толщиной 4 мм, изготовленную из чистой платины. Расстояние между концами этой меры при температуре 0 °С равняется 1 м. Этот платиновый метр хранится в Международном бюро мер и весов во Франции и носит название «метр Архива». Для передачи длины метра Архива в другие страны в 1889 г. это бюро изготовило эталон-копию (понятие эталона будет дано далее) метра Архива из иридиевой платины (сплав из 90 % платины и 10 % иридия) X-образного поперечного сечения. Эталон-копия № 6 оказалась при 0 °С точно равной длине метра Архива и была принята

в 1889 г. первой Генеральной конференцией по мерам и весам в качестве международного прототипа метра, а остальные 30 эталонов были переданы различным странам. Эталон-копии № 11 и № 28 в 1889 г. были переданы России, при этом эталон-копия № 28 был утвержден в качестве государственного эталона, который хранится во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии им. Д.И. Менделеева в Санкт-Петербурге. Эталон-копия № 11 хранится в Академии наук в Москве.

Точность изготовления платино-иридиевых метров составляла $1,1 \cdot 10^{-7}$ м, т. е. уже в начале XX в. она не удовлетворяла потребностям науки и техники.

Как бы тщательно ни были изготовлены эталонные меры длины, с течением времени длина их все же изменяется из-за изменения молекулярной структуры и коэффициента линейного расширения. Поэтому возникла необходимость установления естественного и неразрушимого эталона, который бы не был связан с метром Архива и обеспечивал бы более высокую точность измерений. Такой величиной сначала оказалась длина волны излучения в определенном участке спектра кадмия (1892 г.) и криптона (1960 г.). В 1983 г. XVII Генеральная конференция по мерам и весам приняла новое определение метра: **метр – расстояние, которое проходит свет в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды**. Таким образом, длина метра выражается через единицу времени – секунду – и известное значение скорости света. Единица длины, выражаемая через единицу времени, воспроизводится с ошибкой не более $5 \cdot 10^{-10}$ м.

Секунда – это единица времени, равная 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 при отсутствии возмущения со стороны внешних полей. Воспроизведение секунды с помощью атома цезия производится с ошибкой не более 10^{-13} с.

С использованием метра в геодезии применяются также следующие линейные меры:

- 1 км (километр) = 1 000,000 м = 1 000 000,000 мм;
- 1 м (метр) = 1,000 м = 1 000,000 мм;
- 1 дм (дециметр) = 0,100 м = 100,000 мм;
- 1 см (сантиметр) = 0,010 м = 10,000 мм;
- 1 мм (миллиметр) = 0,001 м = 1 000,000 мкм;
- 1 мкм (микрометр) = 0,000 001 м = 0,001 мм.

На основании линейных мер вычисляются меры площадей:

- 1 км² (квадратный километр) = 1 000 000,000 000 м² = 100,000 га;
- 1 га (гектар) = 10 000, 000 000 м²;
- 1 м² (квадратный метр) = 1,000 000 м²;
- 1 дм² (квадратный дециметр) = 0,010 000 м²;
- 1 см² (квадратный сантиметр) = 0,000 100 м²;
- 1 мм² (квадратный миллиметр) = 0,000 001 м².

Для образования кратных и дольных единиц применяется принятая в метрической системе мер десятичная кратность между большими и меньшими единицами.

Таблица 1

Множители и приставки для образования кратных и дольных единиц и их наименования

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		русское	международное
на 10^{18}	экса	Э	E
10^{15}	пета	П	P
10^{12}	тера	Т	T
10^9	гига	Г	G
10^6	мега	М	M
10^3	кило	к	k
10^2	гекто	г	h
10^1	дека	да	da
10^{-1}	деци	д	d
10^{-2}	санتي	с	c
10^{-3}	милли	м	m
10^{-6}	микро	мк	μ
10^{-9}	нано	н	n
10^{-12}	пико	п	p
10^{-15}	фемто	ф	f
10^{-18}	атто	а	a

В соответствии с резолюцией XI Генеральной конференции по мерам и весам 1960 г. десятичные кратные и дольные единицы от единиц СИ образуются путем присоединения приставок.

В табл. 1 приводятся множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования.

Другой основной измеряемой физической величиной в геодезии является плоский угол, история появления которого относится к Древнему Вавилону. Основанием для деления окружности на 360 частей (360°) послужило введение в первом тысячелетии до н. э. в Вавилоне системы измерений, в основу которой был положен год, округленный до 360 земных суток, а также деление эклиптики на 12 частей по 30° в каж-

дой. Также на основании факта обращения небесного свода в течение суток и знаков Зодиака в равноденственную ночь была определена древнейшая мера времени – вавилонский час, равный $1/12$ суток.

Построение на местности прямых углов выполнялось на основе теоремы Пифагора, с использованием прямоугольного треугольника с соотношением сторон 3 : 4 : 5. В Международной системе единиц СИ плоский угол является дополнительной единицей и измеряется в радианах. **Радиа́н** – угол, образованный двумя радиусами окружности, дуга между которыми по длине равна

радиусу. Радиан применяется в основном для теоретических расчетов. На практике измерение плоских углов производится с применением внесистемных единиц, которые допускаются к применению наравне с единицами СИ. Основой таких единиц являются *градус*, *град (гон)*.

Определим значение радиана в градусной мере, для чего составим пропорцию

$$\rho : 360^\circ = r : 2\pi r,$$

откуда

$$\rho = \frac{180^\circ}{\pi}$$

и

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \rho = 0,017453\rho.$$

Градус (1°) является девяностой частью прямого угла (полный угол содержит 360°).

Град (гон) (1^g) является сотой частью прямого угла (полный угол содержит 400^g).

Между угловыми величинами имеются следующие зависимости:

$$1^\circ = 1 \text{ градус} = 1^\circ 00' 00'' = 60' \text{ (минут)} = 3\,600'' \text{ (секунд)};$$

$$1' = 1 \text{ минута} = 0^\circ 01' 00'' = 60'' \text{ (секунд)};$$

$$1'' = 1 \text{ секунда} = 0^\circ 00' 01'';$$

$$1^g = 1 \text{ град} = 100^c \text{ (десятичных минут)} = 10\,000^{cc} \text{ (десятичных секунд)};$$

$$1^c = 1 \text{ десятичная минута} = 100^{cc} \text{ (десятичных секунд)};$$

$$1^g = 1 \text{ гон} = 1\,000 \text{ миллигон}.$$

Между угловыми единицами имеются следующие зависимости:

$$1^g = 0,9^\circ; \quad 1^\circ = 1,11111^g; \quad 1^g \text{ (гон)} = 1^g \text{ (град)} = 0,9^\circ;$$

$$1^c = 0,54'; \quad 1' = 1,85185^c; \quad 1^g \text{ (гон)} = 1\,000 \text{ миллигон};$$

$$1^{cc} = 0,324'; \quad 1'' = 3,086\,42^{cc}; \quad 1 \text{ миллигон} = 10^{cc} = 3,24''.$$

Если основой единицы измерения угла является градус, то такая система называется *шестидесятичной*, а если таковой является град, то она называется *десятичной*, или *децимальной*.

Значение радиана в шестидесятичной и десятичной угловых мерах равно

$$\begin{aligned} \rho^\circ &= 180/\pi = 57^\circ 17' 44,81''; & \rho^g &= 200/\pi = 63,661\,978^g; \\ \rho' &= 10\,800/\pi = 3\,437,746\,8'; & \rho^c &= 20\,000/\pi = 6\,366,197\,8^c; \\ \rho'' &= 648\,000/\pi = 206\,264,81''; & \rho^{cc} &= 2\,000\,000/\pi = 636\,619,78^{cc}. \end{aligned}$$

Пример 1. Требуется перевести $30^g 75^c 60^{cc}$ в шестидесятичную систему.

Решение:

$$30^g \times 0,9^\circ = 27^\circ;$$

$$75^c \times 0,54' = 40,5' = 40'30'';$$

$$60^{cc} \times 0,324'' = 19,44'';$$

$$27^\circ + 40'30'' + 19,44'' = 27^\circ 40'49,44''.$$

Пример 2. Перевести $42^\circ 24' 15''$ десятичную систему.

Решение:

$$42^\circ \times 1,111\ 11^g = 46,666\ 6^g = 46^g 66^c 66^{cc};$$

$$24' \times 1,851\ 85^c = 44,44^c = 44^c 44^{cc};$$

$$15'' \times 3,086\ 42^{cc} = 46^{cc}$$

$$47^g 11^c 56^{cc}.$$

Пример 3. Выразить также $42^\circ 24' 15''$ в гонах и миллигонах.

Решение:

$$42^\circ \times 1,111\ 11 \text{ гон} = 46,666\ 67 \text{ гон};$$

$$\frac{1440'' \times 0,001 \text{ гон}}{3,24''} = 0,444\ 44 \text{ гон};$$

$$\frac{15'' \times 0,001 \text{ гон}}{3,24''} = 0,004\ 63 \text{ гон};$$

$$47,1157 \text{ гон}.$$

В геодезии также применяются и другие единицы физических величин: массы, ускорения силы тяжести, температуры и частоты колебаний.

Единицей **массы** является международный прототип килограмма (1 кг). За международный прототип килограмма была принята платино-иридиевая гиря, наиболее близкая к массе платинового килограмма Архива, хранящегося в Национальном архиве Франции. Всего было изготовлено 42 прототипа килограмма. России были переданы платиново-иридиевые прототипы № 12 и № 26. По результатам сличения с международным прототипом килограмма отечественному прототипу № 12 приписано значение 1,000 000 087 7 кг.

Единицей **ускорения силы тяжести** является отношение 1 м/с^2 . Эта единица имеет еще название гал или миллигал.

Единицей **температуры** является один градус по шкале Цельсия (1°C).

Единицей **давления** является 1 Па (один паскаль). Широко также применяется внесистемная единица – миллиметр ртутного столба: $1 \text{ мм рт. ст.} = 133,322 \text{ Па}$.

Единицей измерения **частоты** является 1 Гц (один герц), равный одному колебанию в 1 с.

§ 5. Понятие о форме и размерах Земли. Поверхности относимости

На всех этапах развития человечества его деятельность происходила и происходит на физической поверхности Земли. С учетом реальной формы этой

поверхности человек решает различные научные и технические задачи, к которым относятся и геодезические задачи.

Для решения различных геодезических задач необходимо знать не только форму и размеры локального участка земной поверхности, но и форму и размеры Земли в целом. Кроме того, эти знания используются в авиации, при запуске искусственных спутников, в навигации, астрономии, геологии, геофизике и т. д.

Физическая поверхность Земли (общая площадь равна 500 млн. км²) состоит из Мирового океана (71 %) и суши (29 %), которая имеет впадины, равнины, возвышенности и горы (рис. 1). Очевидно, что из-за такого многообразия форм рельефа физическую поверхность суши Земли невозможно детально описать какой-либо математической формулой. Кроме того, необходимо знать общую конфигурацию (форму) Земли как планеты. Также очевидно, что поверхность Мирового океана в спокойном его состоянии (при отсутствии приливов, отливов, волн) с некоторым приближением можно выразить математической формулой. В связи с этим напрашивается решение, заключающееся в том, что для получения общей фигуры Земли необходимо мысленно продолжить указанную выше спокойную поверхность Мирового океана под материи. В геодезии эта поверхность называется **уровенной поверхностью**. Уровенная поверхность в каждой своей точке перпендикулярна к **отвесной линии**, проведенной через эту точку. Другими словами, можно сказать, что уровенная поверхность всюду горизонтальна.



Рис. 1. Положение поверхностей относимости Земли

Представление о фигуре Земли изменялось с развитием знаний человечества об окружающем мире. Первоначально Земля принималась за плоскость, а затем, с развитием мореплавания и наблюдения небесных тел, пришли

к выводу, что она имеет форму шара. Так, первые научные доказательства шарообразности Земли были приведены еще в IV в. до н. э. Аристотелем (344–322 гг. до н. э.), который путем наблюдения за появлением или исчезновением корабля в море установил факт выпуклости Земли. Подтверждением этого вывода также служили его наблюдения за лунными затмениями, которые показывали, что с какой бы стороны тень от Земли ни падает на Луну, последняя всегда имеет форму круга. В своем трактате «О небе» Аристотель приводит и третье доказательство шарообразности Земли, смысл которого заключается в том, что при перемещении наблюдателя по поверхности Земли изменяется положение Полярной звезды. В этом же сочинении приводится и длина земной окружности, равная 400 000 стадиям (длина стадия приведена в § 4). Это представление сохранялось до конца XVII в. Затем И. Ньютон теоретически доказал, что Земля сплюснута у полюсов. Он исходил из того, что вследствие вращения Земли вокруг оси планетарной массы сила тяжести на экваторе и на полюсах различна по величине. На экваторе и вблизи него из-за центробежных сил частицы планеты стремятся удалиться от центра Земли, и вследствие этого увеличивается ее диаметр по экватору и уменьшается между полюсами. Выполненные в 1735 г. в Перу и Лапландии по заданию Французской академии наук градусные измерения полностью подтвердили выводы И. Ньютона. В последующие десятилетия градусные измерения начали проводиться в различных регионах Земли, и они позволяли с каждой серией измерений уточнять размеры и фигуру Земли.

В 1873 г. по предложению немецкого физика И.Б. Листинга (1808–1882 гг.) общую уровенную поверхность всей Земли стали называть **геоидом** (*гео* – земля, *эйдос* – форма, вид). Под геоидом понимается фигура Земли, ограниченная уровенной поверхностью, которая совпадает со средней невозмущенной (приливами или отливами, ветрами или изменениями атмосферного давления) поверхностью морей и океанов и продолженной под материками таким образом, чтобы всюду она пересекала отвесные линии под прямым углом (см. рис. 1). Направление отвесной линии совпадает с направлением силы тяжести в данной точке. По направлению линии силы тяжести, например, натягивается свободно подвешенная нить с грузом. Поверхность геоида непрерывна, замкнута и всюду выпукла. Таким образом, поверхность геоида является основной уровенной поверхностью Земли и он в первом приближении принимается за реальную фигуру Земли. Так как направление отвесных линий зависит от характера распределения масс в теле Земли и это распределение неравномерное, то фигура геоида также является сложной. Кроме того, из-за непрерывного изменения положения масс внутри Земли, в том числе и общего центра масс, фигура геоида также не остается постоянной.

На изменение фигуры геоида оказывает влияние и неравномерный нагрев воды в различных регионах Мирового океана и различное содержание в ней

соли. Так, например, разность уровней воды (разность высот геоида) Тихого и Атлантического океанов в районе Панамского канала достигает 55–62 см. Значительные изменения поверхности геоида, достигающие нескольких десятков метров, имеют место в районах Индийского океана, вблизи Антарктиды, в горах Тибета и Памира. В связи с тем, что фигура геоида имеет такие значительные изменения поверхности, принимать ее за исходную поверхность, на которую проектируют все геодезические измерения, практически очень сложно. Поверхность, на которую проектируют (переносят) все геодезические измерения, выполненные на физической поверхности Земли, называется **поверхностью относимости**. Поэтому в первом приближении фигуру геоида можно заменить сферой (шаром) определенного радиуса. В отличие от геоида, поверхность шара строго описывается математически и поэтому также строго математически на нее можно переносить геодезические измерения.

Выше было сказано, что теоретически и на основе геодезических измерений было доказано сжатие (приплюснутость) Земли у полюсов. Также было установлено, что наиболее близкой по форме к геоиду математически правильной поверхностью является поверхность эллипсоида вращения, которая образуется вращением эллипса вокруг своей малой оси.

Эллипсоидом вращения называется геометрическое тело, образуемое вращением эллипса вокруг его малой оси.

Как известно, основными элементами (параметрами) эллипса являются его большая (экваториальная) a и малая (полярная) b полуоси (рис. 2, а). Зная размеры полуосей, можно найти положение фокусов F_1 и F_2 эллипса

$$OF_1 = OF_2 = \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (2)$$

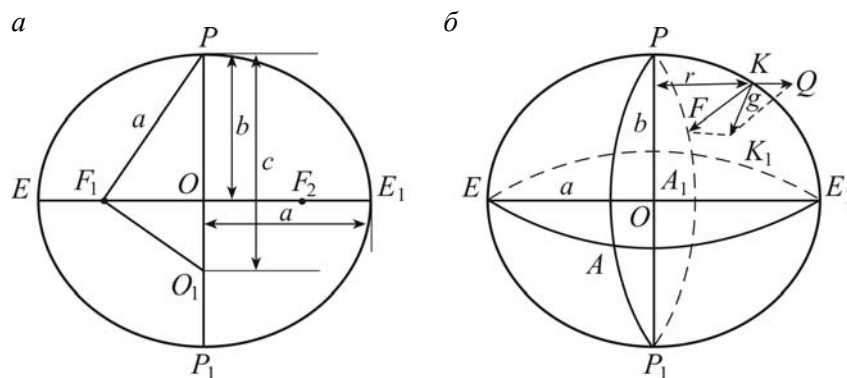


Рис. 2. Элементы эллипса и эллипсоида вращения

Основным свойством эллипса является постоянство величины $2a = \text{const}$, которая равна сумме расстояний от любой его точки до фокусов F_1, F_2 .

Уравнение поверхности эллипсоида вращения в канонической форме имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1. \quad (3)$$

Основные элементы эллипса одновременно являются и элементами эллипсоида вращения и, следовательно, большая и малая полуоси определяют размеры эллипсоида вращения. Кроме линейных размеров эллипсоида, необходимо знать и его форму, которую определяют **полярное сжатие** и **эксцентриситет** (вместо малой полуоси часто используется сжатие или эксцентриситет).

Полярное сжатие, или просто сжатие эллипсоида, вычисляется по формуле

$$\alpha = \frac{a - b}{a} = 1 - \frac{b}{a}, \quad (4)$$

а первый эксцентриситет –

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}. \quad (5)$$

Чем больше разность между большой и малой полуосями, тем больше эксцентриситет и наоборот. Шар имеет эксцентриситет, равный нулю. С учетом (5) выражение (4) часто записывается в виде

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - e^2}.$$

Кроме большой и малой полуосей эллипса, часто применяется линейная величина, называемая **полярным радиусом кривизны**

$$c = \frac{a^2}{b}. \quad (6)$$

Между большой и малой полуосями эллипсоида имеется соотношение

$$b = a(1 - \alpha) \quad (7)$$

или

$$b = a\sqrt{1 - e^2}. \quad (8)$$

При выборе размеров большой и малой полуосей стремятся к тому, чтобы полученный эллипсоид вращения наилучшим образом был согласован (описывал) фигуру Земли (геоид) в целом. Такой эллипсоид называется **общеземным эллипсоидом** и он должен удовлетворять следующим требованиям:

- центр эллипсоида должен совпадать с центром масс Земли;
- объемы геоида и эллипсоида должны быть равны между собой;
- плоскость экватора AEA_1E_1 (рис. 2, б) эллипсоида должна совпадать с плоскостью земного экватора;
- сумма квадратов отклонений точек поверхности геоида от поверхности эллипсоида должна быть минимальной (наименьшей).

Для обеспечения выполнения таких требований необходимы соответствующие геодезические измерения по всей территории земной поверхности. Такие измерения проводились в течение длительного времени (десяtkи лет) разными странами. В силу политических и экономических причин часто не происходил обмен полученными результатами. Поэтому для территории каждой страны или ряда стран устанавливался (подбирался) такой эллипсоид, который наиболее соответствовал вышеназванным требованиям. В истории геодезических измерений применялся и применяется целый ряд таких эллипсоидов.

Эллипсоид, имеющий определенные размеры и определенную ориентировку в теле Земли, называется **референц-эллипсоидом**. Размеры референц-эллипсоида и его ориентирование в теле Земли производится, исходя из следующих требований:

- параметры референц-эллипсоида должны как можно меньше отличаться от параметров общеземного эллипсоида;
- ось вращения (малая ось) референц-эллипсоида должна быть параллельна оси вращения Земли, а плоскость AEA_1E_1 его экватора – плоскости экватора Земли;
- в пределах территории данной страны (или группы стран), для которой устанавливаются параметры референц-эллипсоида, сумма квадратов отклонений поверхности геоида от поверхности данного референц-эллипсоида должна быть минимальной.

Как уже указывалось в § 3, в СССР до 1946 г. результаты геодезических измерений обрабатывались с использованием размеров эллипсоида Бесселя (табл. 2). Постановлением Совета Министров СССР от 7 апреля 1946 г. для геодезических работ, выполняемых на территории СССР, были приняты размеры эллипсоида Ф.Н. Красовского. За эту важную научную работу Ф.Н. Красовский и А.А. Изотов были удостоены Государственной премии.

Необходимо отметить, что из-за малого полюсного сжатия Земли при выполнении приближенных расчетов ее поверхность принимается за поверхность шара со средним радиусом $R = 6\,371$ км, а иногда и $R = 6\,400$ км (при этом объем такого шара равен объему земного эллипсоида).

Таблица 2

Размеры земного эллипсоида

Автор	Год	a	b	α
Из градусных измерений				
Деламбр	1800	6 375 653	6 356 564	1 : 334
Вальбек	1819	6 376 896	6 355 833	1 : 302,8
Бессель	1841	6 377 397	6 356 079	1 : 299,2
Кларк	1880	6 378 249	6 356 515	1 : 293,5
Жданов	1893	6 377 714	6 356 433	1 : 299,6
Хейфорд	1909	6 378 388	6 356 912	1 : 297,0
Хейсканен	1929	6 378 400	—	1 : 298,2
Красовский	1940	6 378 245	6 356 863	1 : 298,3
По измерениям силы тяжести				
Гельмерт	1901	—	—	1 : 298,3
Хейсканен	1938	—	—	1 : 298,3
Журавлев	1940	—	—	1 : 298,0
Из градусных и спутниковых измерений				
WGS-84	1984	6 378 137	6 356 752	1 : 298,257 233
ПЗ-90	1990	6 378 136	6 356 751	1 : 298,257 839

Рассмотрим теперь вопрос о методах определения размеров и фигуры Земли. В настоящее время существуют три таких метода:

- 1) астрономо-геодезический метод, основанный на применении геодезических и астрономических измерений, выполненных на поверхности Земли;
- 2) гравиметрический метод, который основан на измерении ускорения силы тяжести также на физической поверхности Земли в различных ее точках;
- 3) метод, основанный на наблюдениях за траекторией движения искусственных спутников Земли и других космических объектов.

Наиболее применяемым методом является астрономо-геодезический метод, который использовался еще греческим ученым Эратосфеном в III в. до н. э.

Сущность этого метода заключается в определении радиуса Земли (для простоты рассуждений и вычислений предположим, что Земля имеет форму шара) путем измерения длины дуги S (рис. 3, а), лежащей на одном меридиане, и центрального угла $\Delta\varphi$, соответствующего этой дуге. Центральный угол $\Delta\varphi$ можно получить из астрономических определений широт φ_A и φ_B , соответственно, точек A и B

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A. \quad (9)$$

Тогда искомый радиус земного шара будет равен

$$R = \frac{S}{\varphi_B - \varphi_A} \rho, \quad (10)$$

где ρ – радианная мера угла.

Эратосфен знал, что два города – Сиена (нынешний Асуан) и Александрия – находятся примерно на одном меридиане (рис. 3, б). Он также знал, что 21 июня ровно в полдень Солнце в Сиене находится точно над головой – в зените: оно отражается в глубоких колодцах K и не отбрасывает теней. В этот же день и в это же время в Александрии, находящейся к северу от Сиены, Солнце видно под определенным углом к зениту, т. е. под углом $\Delta\varphi$. Эратосфен при помощи скафиса – полукруглой чаши L с делениями и штырьком, тень от которого падала на деление, измерил угол $\Delta\varphi$; он оказался равным $7^\circ 12'$. Для вычисления S оставалось измерить расстояние между этими двумя городами. Из рассказов купцов, которые постоянно путешествовали с караванами верблюдов между Александрией и Сиеной, Эратосфен установил среднюю продолжительность перехода, а измерив величину шага верблюдов, определил это расстояние в 5 000 греческих стадий (см. § 4). Полученная им величина радиуса Земли отличается от современных данных примерно на 100 км.

Если опустить предположение, что Земля имеет форму шара и подтвердить теоретические выводы И. Ньютона, то необходимо измерить две одинаковые по угловой величине ($\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$) дуги S_1 , S_2 меридиана, находящиеся под разными широтами (рис. 3, в). Если, например, дуга S_1 будет меньше дуги S_2 , то Земля будет приплюснута у полюсов P , P_1 , что подтвердит выводы И. Ньютона, а если дуга S_1 будет больше дуги S_2 , то Земля будет приплюснута по экватору EE_1 . Вышеупомянутая экспедиция Французской академии наук полностью подтвердила выводы И. Ньютона, так как длина дуги S_1 меридиана в $3,7^\circ$ оказалась равной 350 км, а длина дуги S_2 в 1° – 100 км.

Вернемся опять к постановке вопроса о фигуре Земли. Если бы не было центробежной силы, то при однородной массе Земля имела бы форму шара.

Но так как Земля вращается, то на некоторую материальную точку K (см. рис. 2, б) действует центробежная сила Q (вектор $\vec{Q}$). При этом если точка K перемещается к экватору, то сила Q увеличивается, а если к полюсу, то уменьшается и на полюсе $Q = 0$.

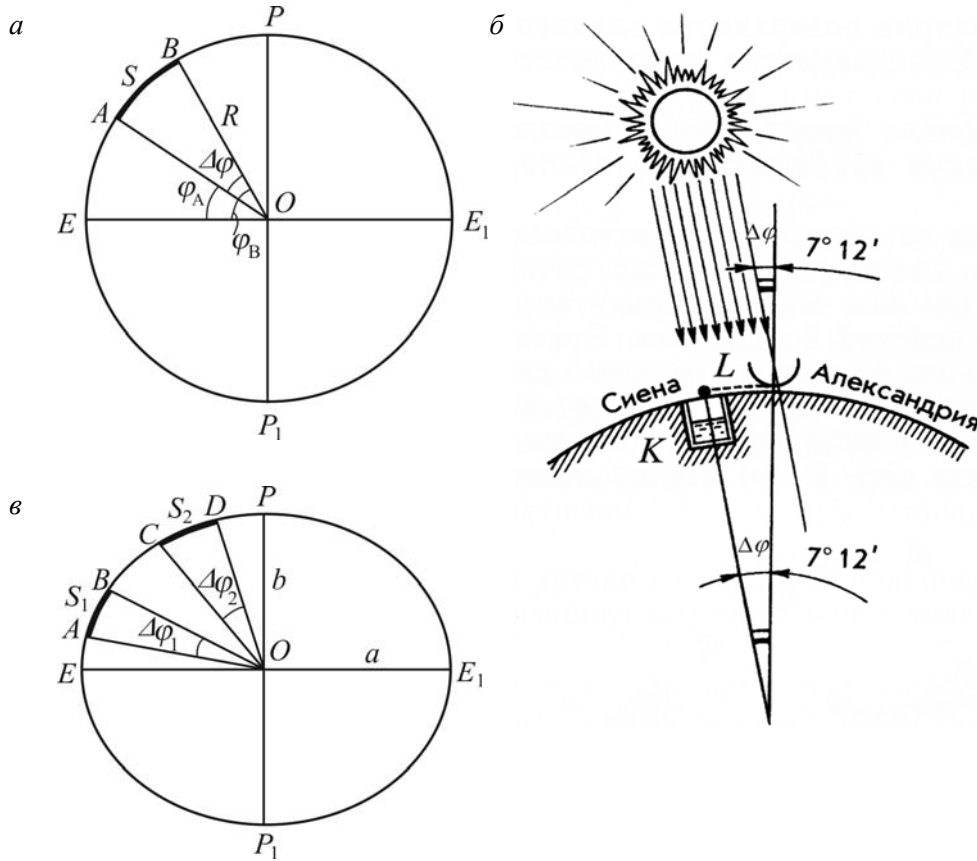


Рис. 3. Определение размеров и фигуры Земли

Центробежная сила выражается формулой

$$Q = m \cdot r \cdot \omega^2, \quad (11)$$

где m – масса материальной точки K ;
 r – радиус окружности, по которой вращается эта материальная точка;
 ω – угловая скорость вращения Земли.

Кроме центробежной силы Q на материальную точку K , согласно закону всемирного тяготения, действует еще и сила F земного притяжения (вектор $\vec{F}$). Равнодействующей этих двух сил является сила тяжести g . Вектор силы тяжести $\vec{g}$ равен

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{Q}. \quad (12)$$

Сила земного притяжения F зависит от формы, размеров и массы Земли, а также от распределения плотностей этих масс и согласно закону всемирного тяготения выражается формулой

$$F = f \frac{Mm}{R^2}, \quad (13)$$

где f – постоянная всемирного тяготения;

M – масса Земли;

m – масса материальной точки K ;

R – расстояние от притягиваемой точки K до центра Земли (радиус Земли).

Отсюда следует, что и направление отвесных линий в каждой точке земной поверхности тоже зависит от распределения масс в теле Земли. Для пояснения этого рассмотрим следующий пример. Предположим, что участок земной поверхности представляет собой идеальную плоскость, распределение плотности в теле Земли идеально равномерное и отсутствует центробежная сила Q . Тогда отвесные линии в точках 1, 2, 3 (рис. 4, а) будут взаимно параллельны и составлять с земной поверхностью угол 90° . Если же в теле Земли будет залегать объем массы с преувеличенной плотностью, то это приведет к отклонению отвесных линий в сторону массы M_1 (рис. 4, б). Такое же отклонение отвесных линий будет и при наличии избытка массы на земной поверхности, например в предгорных и горных районах Γ . Наличие массы M_1 с меньшей плотностью приведет к отклонению отвесных линий в противоположную сторону (показано пунктирной линией).

Таким образом, из формулы (11) следует, что фигура Земли зависит от значений силы тяжести g на ее поверхности. Поэтому фигуру Земли нельзя изучать отдельно от гравитационного поля, создаваемого массой M , так как по существу это представляет собой одну задачу. В связи с этим при изучении данной задачи вводится понятие **Нормальной Земли**. Параметры Нормальной Земли определяют, исходя из следующих основных требований:

- 1) центр общеземного эллипсоида вращения должен совпадать с центром масс Земли, а его ось вращения – с осью вращения Земли;
- 2) масса M_0 общеземного эллипсоида должна быть равна массе M Земли;
- 3) угловая скорость вращения общеземного эллипсоида ω должна быть одинакова с угловой скоростью вращения Земли.

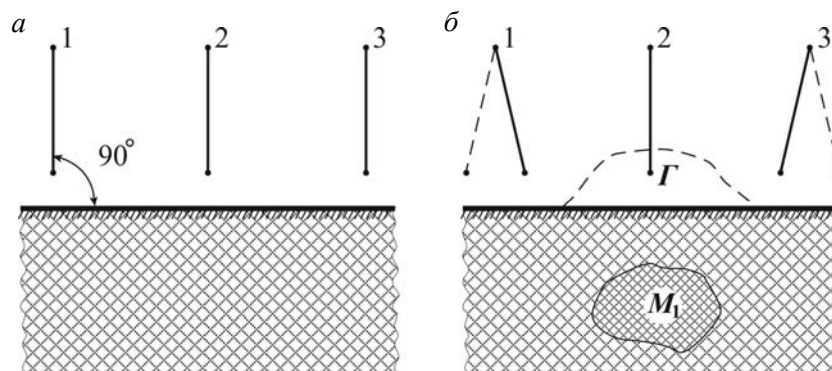


Рис. 4. К пояснению положения отвесных линий

Параметры Нормальной Земли получили название **фундаментальных геодезических постоянных**. Ими являются:

$f \cdot M$ – произведение гравитационной постоянной на массу Земли;

ω – угловая скорость вращения Земли;

a , α – большая полуось и сжатие эллипсоида;

c – скорость света в вакууме (устанавливает линейный масштаб геодезических построений).

Необходимо отметить, что в настоящее время уточнение формы и размеров Земли продолжается по результатам спутниковых наблюдений. Это обусловлено тем, что система ГЛОНАСС была полностью развернута уже в 1996 г., а система GPS – в 1995 г. (работы по созданию этих двух систем были начаты практически одновременно в 1970-х гг.). Орбитальные группировки ГЛОНАСС и GPS состоят из 24 спутников, находящихся на высоте, соответственно, 19 100 и 20 150 км. GPS работает в координатной системе WGS-84 (World Geodetic System, 1984 г.), начало координат которой совмещено с центром масс Земли с ошибкой порядка 1,0 м. ГЛОНАСС действует в координатной системе ПЗ-90 (Параметры Земли, 1990 г.), начало координат которой также совмещено с центром масс Земли с ошибкой около 1,0 м. Параметры Земли были определены топографической службой Вооруженных сил Российской Федерации. Важнейшие параметры Земли для ПЗ-90 равны:

$$f \cdot M = 398\,600,44 \cdot 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^{-2};$$

$$\omega = 7\,292\,115 \cdot 10^{-11} \text{ рад/с};$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ м/с};$$

$$a = 6\,378\,136 \text{ м};$$

$$\alpha = 1 / 298,257\,839.$$

Постановлением Правительства РФ от 28 июля 2000 г. для геодезических и топографических работ с 1 июля 2002 г. устанавливается единая система координат СК-95, для обеспечения орбитальных полетов и решения навигационных задач – геоцентрическая система координат ПЗ-90.

До внедрения геодезической системы СК-95 применялась система координат, принятая в 1942 г. (СК-42). При внедрении системы СК-95 остались неизменными геодезические координаты Пулково, т. е. координаты начала геодезической сети в системах СК-42 и СК-95 были приняты одинаковыми. За отсчетную поверхность в СК-95 принят референц-эллипсоид Ф. Красовского.

Единые параметры земного эллипсоида WGS-84 были учреждены XVI ассамблеей Международного геодезического и геофизического союза, которая была проведена во Франции (Гренобль) в 1975 г. В последующие годы эти параметры постоянно уточнялись.

§ 6. Основные линии и плоскости земного эллипсоида

Как уже указывалось в § 5, земной эллипсоид является геометрически правильной фигурой, образованной вращением эллипса PE_1P_1E (см. рис. 2, б) вокруг малой оси PP_1 . Точка O является центром эллипсоида. Концы P и P_1 малой оси PP_1 эллипсоида называются **полюсами**, соответственно, **северным** и **южным**. Плоскость EKE_1M (рис. 5), проходящая через центр O эллипсоида перпендикулярно к его оси вращения, называется **плоскостью экватора**. Кривая (сечение), полученная пересечением плоскости экватора и поверхности эллипсоида, называется **экватором**. Очевидно, что экватор является окружностью, радиус которой равен большой полуоси эллипсоида.

Сечения поверхности эллипсоида плоскостями, параллельными плоскости экватора, являются также окружностями и они

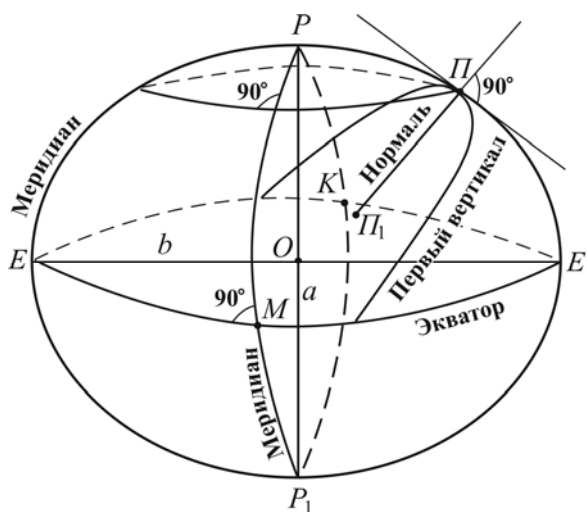


Рис. 5. Основные линии и плоскости эллипсоида

называются **параллелями**. Очевидно, что эти сечения также перпендикулярны малой оси вращения эллипсоида. Радиус r (см. рис. 2, б) параллели всегда меньше радиуса большой полуоси. Любое сечение поверхности эллипсоида, образованное под углом, отличным от 90° по отношению к малой полуоси, представляет собой эллипс.

Плоскости, например, плоскость PKP_1M , которые проходят через малую ось эллипсоида, называются **меридианными плоскостями**, а сечения этими плоскостями поверхности эллипсоида – **меридианами**. Меридианные плоскости перпендикулярны к плоскости экватора и, следовательно, к плоскостям, параллельным плоскости экватора – параллелям. Тогда очевидно, что касательные к экватору и меридианам, а также к меридианам и параллелям в точках их пересечений, перпендикулярны между собой.

Если к поверхности эллипсоида в любой его точке, например в точке P , восстановить перпендикуляр $ПП_1$, то он будет называться **нормалью** к поверхности эллипсоида в данной точке. Нормаль к поверхности эллипсоида всегда лежит в меридианной плоскости, проходящей через данную точку, например точку P и, следовательно, через ось PP_1 вращения эллипсоида. Очевидно, что на полюсах P, P_1 нормаль совпадает с осью вращения эллипсоида, а на экваторе нормаль находится в плоскости экватора. Все плоскости, содержащие нормаль, называются **нормальными плоскостями**, а сечения этих плоскостей поверхности эллипсоида – **нормальными сечениями**. Необходимо отметить, что через нормаль к поверхности эллипсоида можно провести бесчисленное множество плоскостей. Таким образом, к меридианным сечениям относятся экватор и меридиан.

Нормальная плоскость, перпендикулярная к плоскости меридиана в точке P , называется плоскостью **первого вертикала** в этой точке, а сечение этой плоскостью поверхности эллипсоида – **сечением первого вертикала**.

Меридиан и первый вертикал называются **главными нормальными сечениями**. Линия, например линия KK_1 (см. рис. 2, б), по которой направлен вектор силы тяжести, называется **отвесной линией** в данной точке.

Угол u (см. рис. 1) между нормалью к поверхности эллипсоида и отвесной линией в данной точке называется **уклонением отвесной линии** в этой точке.

§ 7. Определение положения точек земной поверхности. Системы координат, применяемые в геодезии

Положение точек, находящихся на поверхности Земли, определяется их координатами в той или иной системе. В зависимости от решаемой задачи применяется наиболее удобная система координат.

Координатами называются линейные и угловые величины, с помощью которых определяется положение точек в пространстве или на любой поверхности (плоскости, сфере, эллипсоиде) относительно выбранного начала их счета.

Заданные определенным образом линии и плоскости, относительно которых определяется положение точек в пространстве или на земной поверхности, называются, соответственно, **осями координат** и **координатными плоскостями**.

Так как Земля в первом приближении имеет форму эллипсоида вращения, то, естественно, напрашивается решение взять в качестве координат семейство параллелей и семейство меридианов, которые в совокупности представляют собой простую сеть таких координатных линий на поверхности эллипсоида. Декартова система прямоугольных координат также очень удобна в применении, но в ней координатные линии прямые и для эллипсоида они применимы только после соответствующих преобразований.

Наиболее применяемой в геодезии системой координат еще со времен Гиппарха и Птолемея (около 150 г. н. э.) является **система географических координат**, в которой положение точек на земной поверхности определяется **широтой** и **долготой**. Широта отсчитывается от плоскости экватора, а долгота – от плоскости начального (нулевого) меридиана. Международная конференция, которая проходила в 1884 г. в Вашингтоне, за начальный меридиан приняла меридиан $PN_0M_0P_1$ (рис. 6, а), проходящий через главный зал Гринвичской обсерватории (Гринвич находится в районе Лондона).

По способу определения широты и долготы географические координаты делятся на **астрономические** и **геодезические**.

Если координаты точек определены путем наблюдений небесных светил (Солнца и звезд), то такие координаты называются **астрономическими**.

Геодезическими координатами называются координаты, полученные путем выполнения соответствующих измерений непосредственно на физической поверхности Земли, с последующей их обработкой.

Астрономические и геодезические координаты отличаются между собой из-за несовпадения отвесных линий и нормалей к поверхности эллипсоида (см. рис. 1), и поэтому для перехода от геодезических координат к астрономическим и для обратного перехода необходимо знать величины отклонений отвесных линий.

Необходимо отметить, что первоначально, на этапе становления вопроса определения координат, когда Землю еще принимали за шар, координаты называли географическими, и определение широты и долготы производилось только из астрономических наблюдений. Выполняемые на земной поверхности собственно геодезические измерения были локальными и не связанными между собой. Кроме того, точность астрономических и геодезических измерений была сравнительно невысокой, что не позволяло выявить между ними отличие. Повышение точности астрономических и геодезических измерений

и упорядочение последних на сравнительно больших территориях позволило, во-первых, определить, что Земля имеет форму эллипсоида и, во-вторых, обнаружить значительные расхождения в координатах, полученных двумя разными способами. После этого были введены понятия «геодезических» и «астрономических» координат. Однако общее понятие «географические координаты» сохранилось за обеими системами координат.

Другим отличием между астрономическими и геодезическими координатами являются способы их определения. Астрономические координаты точек земной поверхности определяются независимо друг от друга, а для определения геодезических координат точек обязательно необходима связь между смежными точками.

1. Система астрономических координат. Положение точки N_1 (рис. 6, а) на сферической поверхности Земли (для удобства пояснений сначала примем, что Земля имеет форму шара) определяется широтой φ и долготой λ .

Астрономической широтой φ точки N_1 называется угол N_1OM_1 между отвесной линией N_1O в точке N_1 и плоскостью экватора $EM_0M_1E_1$ Земли. Если Землю принять за шар, то широта (угол φ) точки N_1 определяется дугой N_1M_1 . Широта φ отчитывается в обе стороны от экватора от 0 до 90°. Если точки находятся в северном полушарии, то широты называются **северными** (они сопровождаются индексом «с.ш.»), а если в южном – то **южными** («ю.ш.»). Кроме того, северные широты считаются **положительными**, а южные – **отрицательными**.

Астрономической долготой λ точки N_1 называется двугранный угол $N_0O_1N_1$ между плоскостью начального (Гринвичского) меридиана $PN_0M_0P_1$ и плоскостью астрономического меридиана $PN_1M_1P_1$ данной точки. Под плоскостью астрономического меридиана понимается плоскость, проходящая через отвесную линию в данной точке и ось PP_1 вращения Земли или через ось, которая параллельна оси PP_1 . Последнее объясняется тем, что из-за неоднородности масс в теле Земли отвесная линия N_1O не всегда бывает направлена строго к центру O шара.

Долготы λ отсчитываются от начального меридиана в обе стороны на восток и на запад и они называются, соответственно, **восточными** и **западными** (сопровождаются индексами «в.д.» и «з.д.» соответственно), а их величины изменяются от 0 до 180°.

Первоначально отсчитывание долгот в разное время и в разных странах выполнялось от разных меридианов, т. е. совершенно произвольно, и это продолжалось вплоть до открытия Америки. Папской буллой 1493 г. первым (исходным) меридианом был признан меридиан острова Ферро, который входит в группу Канарских островов. С течением времени отдельные развитые страны начали отсчитывать исходный меридиан от своих главных обсерваторий. Так, в России долготы начали считать от меридиана, проходящего через центр Круглого зала Пулковской обсерватории, во Франции – от меридиана Парижской

обсерватории, а в Англии – от меридиана Гринвичской обсерватории. Наконец, в 1884 г. в Вашингтоне на Международной конференции было принято решение о признании исходным меридианом для всех стран меридиана Гринвичской обсерватории.

По аналогии с широтами восточные долготы считаются **положительными**, а западные – **отрицательными**. Вся территория России, а также стран СНГ расположена в северном полушарии и к востоку от Гринвича, кроме острова Врангеля и полуострова Чукотский, которые расположены к западу от Гринвича. Поэтому при пользовании координатами слова «северная» и «восточная» обычно опускаются. Необходимо отметить, что в России долготы ранее вычислялись от меридиана Пулковской обсерватории (Пулково находится недалеко от города Санкт-Петербурга).

Линии, проходящие через точки с одинаковыми широтами, называются **параллелями**, а с одинаковыми долготами – **меридианами** (это их второе название).

Так как за фигуру Земли принят эллипсоид вращения, то отвесная линия N_1n (рис. 6, б) в точке N_1 не пересекает плоскость экватора в точке O . Следовательно, изменяются значения астрономической широты и долготы; они будут равны соответственно φ' и λ' .

Астрономические координаты φ и λ точек земной поверхности определяются, напомним еще раз, при помощи астрономических наблюдений соответствующими приборами. При этом в процессе выполнения наблюдений требуется однозначно задавать (фиксировать) направление отвесных линий. Эта задача решается при помощи высокоточного цилиндрического уровня или другой его разновидности – компенсатора углов наклона.

Для однозначного определения положения точки на земной поверхности необходимо знать еще и третью координату – высоту H этой точки над поверхностью шара или эллипсоида. Астрономические наблюдения не позволяют получить координату H .

Кроме координат φ и λ точек, необходимо иметь еще и направление между этими точками. Таким направлением является **азимут**.

Астрономическим азимутом A направления, например направления N_1K , называется двугранный угол между плоскостью астрономического меридиана (плоскость $PN_1M_1P_1$) и вертикальной плоскостью KN_1n , проходящей через точку K . Азимут отсчитывается от северного направления меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления и изменяется от 0 до 360° .

С плоскостью меридиана связано понятие полуденной линии. Касательная N_1N к меридиану в данной точке N_1 называется **полуденной линией**. Один из концов полуденной линии направлен на север, а другой – на юг. Полуденные линии N_0N , N_1N и т. д. (всех меридианов) пересекаются на оси вращения Земли в точке N .

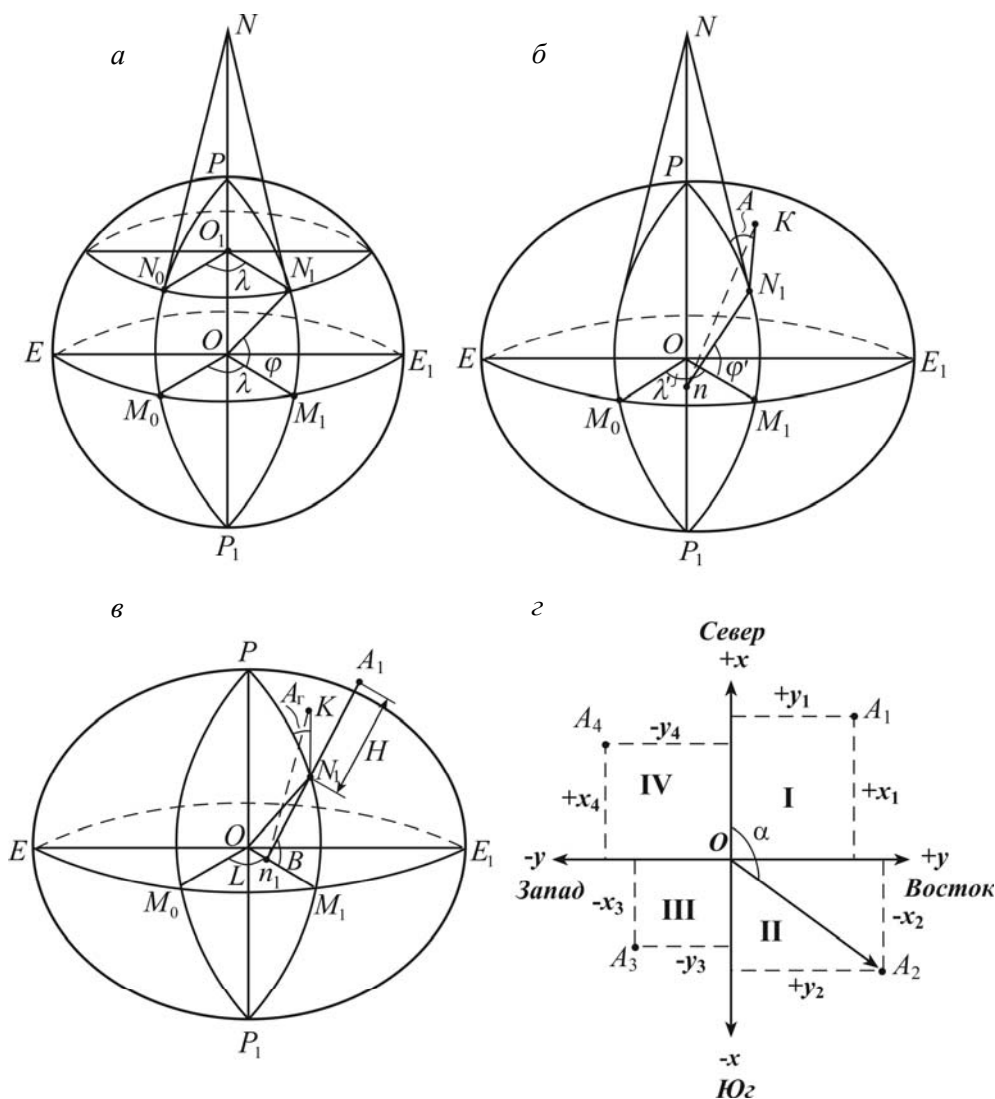


Рис. 6. Системы координат

2. Система геодезических координат. В отличие от астрономических координат, система геодезических координат позволяет однозначно определить положение точки на земной поверхности тремя координатами: геодезической широтой B , геодезической долготой L и геодезической высотой H (рис. 6, в).

Геодезической широтой точки N_1 называется угол B , образованный нормалью N_1n_1 к поверхности эллипсоида в данной точке и плоскостью

экватора $EM_0M_1E_1$. Геодезические широты северного полушария также имеют знак «+» и называются северными, а широты южного полушария – знак «-» и называются южными.

Геодезической долготой точки N_1 называется угол L , образованный плоскостью начального (Гринвичского) меридиана $P_0M_0P_1$ и плоскостью $PN_1M_1P_1$ меридиана данной точки N_1 .

Таким образом, геодезическая широта и долгота определяют положение проекции (этой проекцией является точка N_1) точки A_1 земной поверхности на поверхность эллипсоида по нормали к нему.

Геодезической высотой точки A_1 называется расстояние $H = N_1A_1$ между поверхностью эллипсоида (референц-эллипсоида) и данной точкой A_1 , отсчитываемое по нормали.

Геодезическим азимутом A_1 направления, например направления N_1K , называется двугранный угол между плоскостью PN_1P_1 геодезического меридиана и плоскостью KN_1n_1 , содержащей нормаль N_1n_1 к эллипсоиду. Азимут также отсчитывается от северного направления меридиана по ходу часовой стрелки и изменяется от 0 до 360°.

Переход от астрономических координат к геодезическим осуществляется по формулам

$$\left. \begin{aligned} B &= \varphi - \xi, \\ L &= \lambda - \eta \sec \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где ξ и η – составляющие уклонения отвесных линий соответственно по широте и по долготе.

Уклонение отвесных линий в равнинной местности в среднем равно 3,0–5,0", а в аномальных районах оно может достигать 25–30". Так как разность широт в 1,0" соответствует линейному расстоянию на поверхности Земли 31 м, то астрономические и геодезические координаты в равнинных районах различаются на 10–120 м, а в аномальных – на несколько сот метров.

Итак, из рассмотрения астрономических и геодезических координат можно сделать следующие основные выводы:

- 1) астрономические широты и долготы относятся к уровенной поверхности, которая не имеет математически правильной фигуры;
- 2) геодезические широты и долготы относятся к математически правильной фигуре – поверхности эллипсоида вращения, и координатные линии – меридианы и параллели – в этой системе относятся непосредственно к поверхности эллипсоида;
- 3) так как меридианы и параллели едины для всей поверхности эллипсоида, то и положения точек всей поверхности Земли также определяются в единой системе координат без каких-либо дополнительных построений и вычислений;

4) при определении координат B, L точка A_1 предварительно редуцируется (переносится по нормали) на поверхность эллипсоида (где $H = 0$), а при определении астрономических координат φ, λ редуцирование не производится ни на какую поверхность;

5) для перехода от астрономических координат к геодезическим необходимо знать составляющие уклонения отвесных линий.

3. Система прямоугольных пространственных координат XYZ . Данная система координат также связана с эллипсоидом вращения и поэтому ее можно отнести к системе геодезических координат. В этой системе за начало координат принимается центр O эллипсоида (рис. 7, а), ось OX находится на пересечении плоскости PEP_1 Гринвичского меридиана и плоскости $EE_1E'_1$ экватора. Ось OY также находится на пересечении плоскости меридиана PE_1P_1 , плоскость которого составляет с Гринвичским меридианом угол 90° , и плоскости экватора. И, наконец, ось OZ совпадает с малой осью эллипсоида.

Положение точки A на поверхности эллипсоида определяется проекциями отрезка $A'A''$ на ось X , отрезка OA'' на ось Y и отрезка AA' на ось Z . Таким образом, имеем

$$\left. \begin{aligned} X_A &= A'A''; \\ Y_A &= OA''; \\ Z_A &= AA'. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В соответствии с рисунком можем также записать

$$\left. \begin{aligned} X_A &= OA' \cos L; \\ Y_A &= OA' \sin L; \\ Z_A &= AA', \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $OA' = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = r$ – радиус параллели, на которой расположена точка A .

В высшей геодезии доказывается, что

$$\left. \begin{aligned} X_A &= \frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \cos L; \\ Y_A &= \frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \sin L; \\ Z_A &= \frac{a(1 - e^2 \sin B)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где B – геодезическая широта точки A .

До недавнего времени прямоугольные пространственные координаты применялись редко. Однако в последнее время, в связи с внедрением спутниковых методов определения координат в геодезическое производство, возникла необходимость определения координат точек вне поверхности Земли.

4. Система геоцентрических координат. Данная система координат применяется в космической геодезии. Однако, как уже указывалось выше, в связи с широким внедрением в геодезическое производство спутниковых методов определения координат точек земной поверхности, эта система координат также стала применяться параллельно с географическими системами.

Система координат, центр которой (начало координат) совмещен с центром масс Земли, называется *геоцентрической*. Таким образом, любая система координат, начало которой находится или перенесено в центр масс Земли, является геоцентрической.

На рис. 7, б показана геоцентрическая система координат, в которой положение

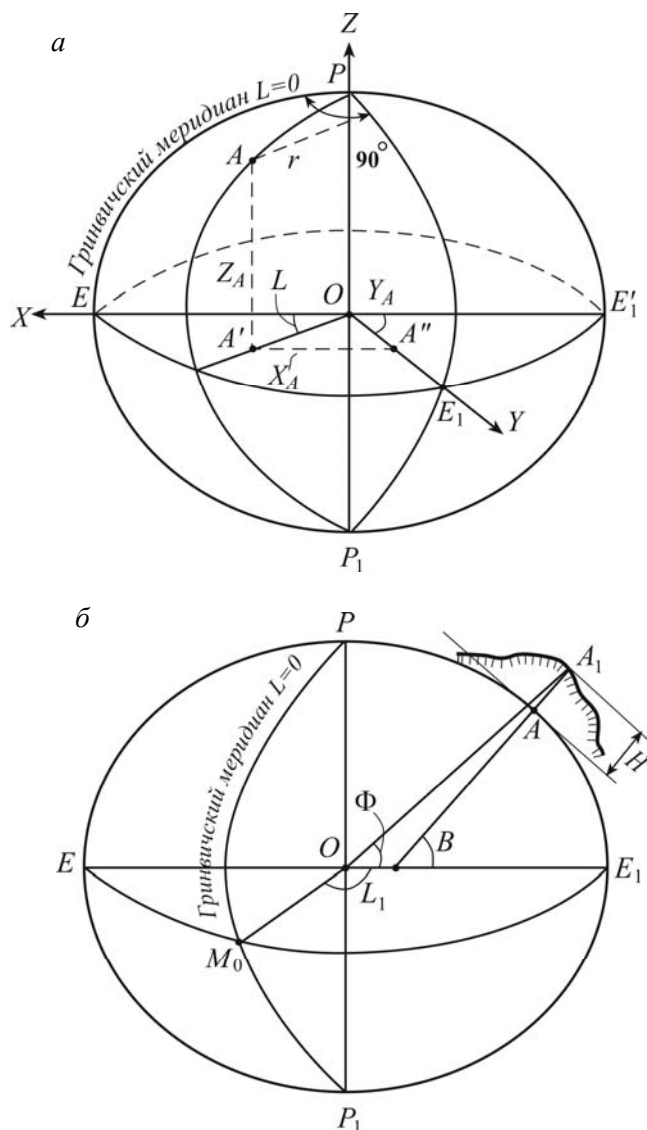


Рис. 7. Системы прямоугольных пространственных и геоцентрических координат

точки A_1 на меридианном эллипсе определяется геоцентрической широтой Φ и геоцентрической долготой L_1 . Геоцентрическая широта Φ равна углу между радиус-вектором OA_1 точки A_1 и плоскостью экватора. Геоцентрическая долгота L_1 также отсчитывается от Гринвичского меридиана и поэтому она соответствует геодезической долготе L .

Геоцентрическая и геодезическая широты относятся к меридианному эллипсу (находятся в плоскости меридиана) и зависимость между ними можно получить с помощью формулы

$$\operatorname{tg} \Phi = (1 - e^2) \operatorname{tg} B, \quad (18)$$

где e – первый эксцентриситет меридианного эллипса.

Третьей координатой в геоцентрической системе является расстояние OA_1 от центра масс Земли до точки A_1 .

Очевидно, что если центр O (см. рис. 7, а) системы прямоугольных пространственных координат перенести в центр масс Земли, то эта система будет иметь все признаки геоцентрической системы.

5. *Система прямоугольных координат.* Для решения целого ряда задач геодезии широко применяется плоская прямоугольная система координат. В этой системе координат положение точки A (рис 8, а) определяется относительно двух взаимно перпендикулярных линий, находящихся в одной плоскости. Ось X обычно ориентируется по направлению меридиана точки O , а ось Y автоматически ориентируется по направлению «запад-восток». Точка O пересечения осей служит началом координат.

В отличие от принятой в математике левой системы прямоугольных координат (рис 8, б), в геодезии принята правая система, которая сначала повернута относительно первой на 90° , а затем еще раз около оси абсцисс на 180° (см. рис. 8, а). В результате этого нумерация четвертей и направление отсчета углов в такой системе прямоугольных координат производится от оси X по ходу часовой стрелки. Напомним, что в математике нумерация четвертей и направление отсчета углов производится против хода часовой стрелки от положительного направления оси X . За **положительное направление оси абсцисс** в геодезии принимается направление на север, а за **положительное направление оси ординат** – направление на восток. Выбор правой системы координат для решения геодезических задач обусловлен наличием Полярной звезды, с помощью которой просто задается северное направление меридиана.

Положение точки A в прямоугольной системе координат определяется координатами x, y с соответствующими для данной четверти знаками (табл. 3).

На практике иногда для решения какой-либо локальной задачи с целью удобства проведения вычислений ось абсцисс не совмещается с линией меридиана, а ориентируется по некоторому, более выгодному направлению.

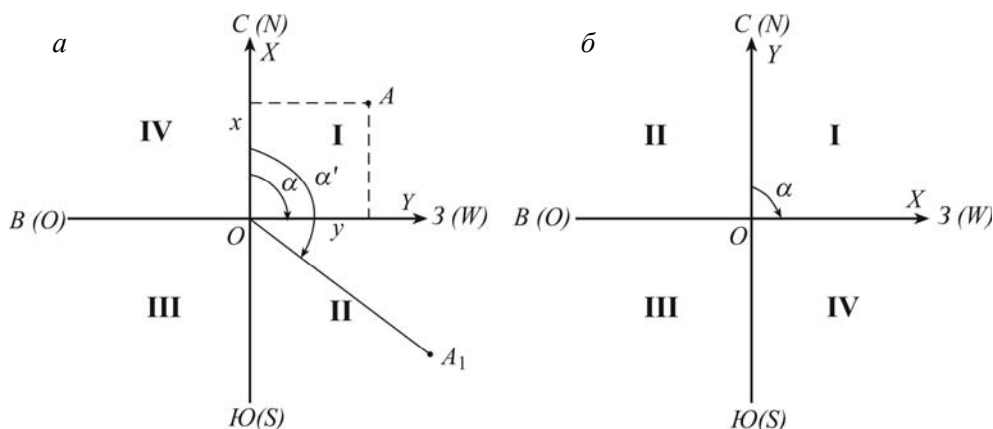


Рис. 8. Система плоских прямоугольных координат:
а) правая – принятая в геодезии; б) левая – принятая в математике

В этом случае такая система координат называется **условной**. Она широко применяется, например, в прикладной геодезии при проектировании и строительстве различных инженерных сооружений, а также при монтаже и эксплуатации технологического оборудования. В системе прямоугольных координат положение точки, например точки A_1 , можно определить также длиной радиус-вектора OA_1 , соединяющего названную точку с полюсом O системы, и величиной угла α' . Угол α' откладывается (измеряется) от заранее выбранной полярной оси X . Данный способ определения положения точки называется способом **полярных координат**.

6. **Система высот.** Положение любой точки, находящейся на физической поверхности Земли, как уже указывалось выше, однозначно определяется только в том случае, если имеется еще и третья ее координата – геодезическая высота. Высоты всех точек физической поверхности Земли определяют ее фигуру относительно эллипсоида (референц-эллипсоида), а также характер рельефа, который изображается на топографических

Таблица 3
Знаки координат в четвертях

Название четверти	x	y
I Северо-восточная (СВ)	+	+
II Юго-восточная (ЮВ)	–	+
III Юго-западная (ЮЗ)	–	–
IV Северо-западная (СЗ)	+	–

картах. Знание высот необходимо при проектировании и строительстве дорог, каналов, инженерных сооружений, в том числе и уникальных, и т. д. В зависимости от типа инженерного сооружения предъявляются различные требования к точности определения высот. Очевидно, что при строительстве уникальных сооружений (атомных и гидроэлектростанций, ускорителей заряженных частиц, радиотелескопов и т. д.) требуется более высокая точность определения высот чем, например, при строительстве кирпичного завода или жилого дома.

Измерить (определить) непосредственно геодезические высоты земной поверхности не представляется возможным. Это обусловлено тем, что ни в одной точке физической поверхности Земли невозможно показать место (точку), где проходит поверхность эллипсоида вращения (напомним, что геодезические высоты отсчитываются от поверхности эллипсоида). Если бы все-таки это оказалось возможным, то решение этого вопроса было бы сравнительно простым. Например, для определения геодезических высот точек A и C (рис. 9, a) необходимо было бы измерить отрезки, соответственно, AA_2 и CC_2 . Но так как геодезическую высоту все-таки нельзя определить сразу относительно поверхности эллипсоида, то она определяется более сложным путем. Для этого вводится дополнительная, промежуточная, поверхность, которую можно уверенно зафиксировать на физической поверхности Земли. Такой поверхностью является поверхность геоида. Эту поверхность можно зафиксировать в любой точке на берегу океана и открытого моря, например в точке Q (рис. 9, b).

Как правило, точка Q является средним уровнем воды в океане или открытом море, воды которых омывают берега данной страны, или, если страна не имеет выхода к океанам и морям, берега ближайшей страны. Наблюдение за средним уровнем воды в океане или море осуществляется непрерывно в течение длительного времени (десятки и даже сотни лет) при помощи специального устройства, называемого **футштоком** (рис. 10).

Непосредственно для наблюдения за средним уровнем воды применяется специальная шкала 1 (рейка), закрепленная неподвижно на гранитном или бетонном основании 2 . Собственно сам футшток состоит обычно из медной пластины 3 , которая также закреплена неподвижно на основании 2 . Нанесенная на пластине горизонтальная черта 4 как раз и фиксирует уровень океана или моря или, что одно и то же, фиксирует поверхность геоида и называется **нулем футштока**.

Средний уровень воды в океане или море за определенный период (суточный, месячный, годовой, многолетний, вековой) вычисляется по формуле

$$H_{cp} = \sum H_i / n, \quad (19)$$

где H_i – текущая величина уровня воды;

n – число наблюдений за уровнем воды на данном футштоке.

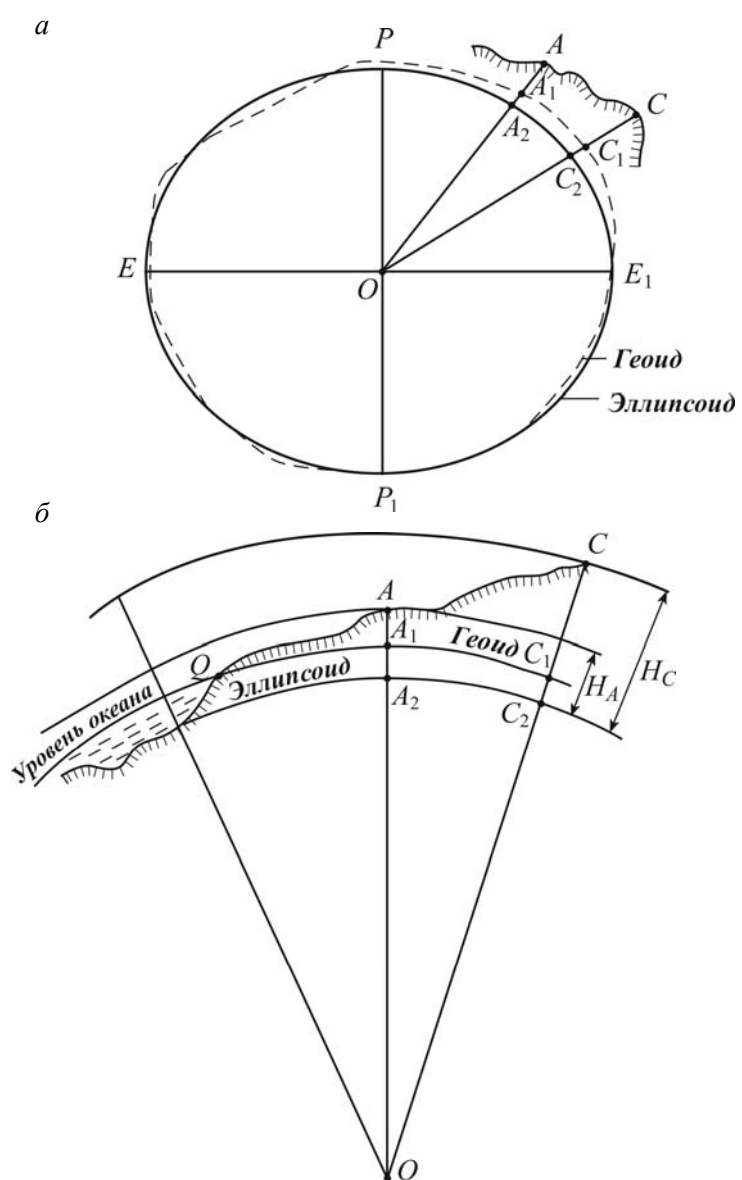


Рис. 9. Высоты точек земной поверхности

Тогда, с учетом вышесказанного, геодезические высоты H точек A и C земной поверхности можно однозначно получить после проведения измерений уже двух составляющих

$$\left. \begin{aligned} H_A &= A_1A_2 + AA_1; \\ H_C &= C_1C_2 + CC_1, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

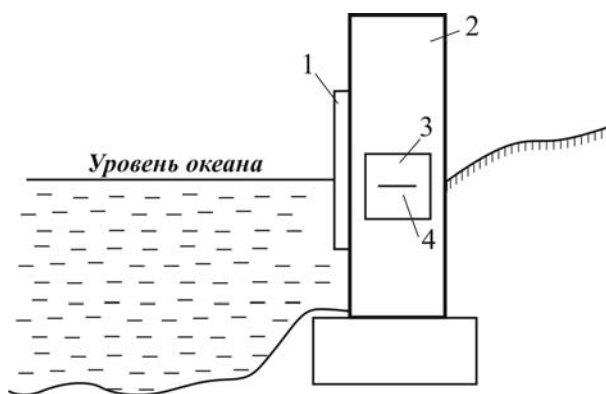


Рис. 10. Схема футштока

где A_1A_2 и C_1C_2 – расстояния от поверхности эллипсоида до поверхности геоида; AA_1 и CC_1 – расстояния от поверхности геоида до точек A и C земной поверхности.

При этом все слагаемые (составляющие) из формулы (20) должны быть отрезками нормали к поверхности эллипсоида.

Величины AA_1 , CC_1 определяются с привлечением данных о внутреннем

строении Земли. Строго говоря (об этом доказывается в курсе высшей геодезии), точно определить фигуру геоида также невозможно, и по предложению М.С. Молоденского в качестве отсчетной уровенной поверхности принимается поверхность **квазигеоида**, которая, с привлечением данных о внутреннем строении Земли, определяется точно. Поверхность квазигеоида на суше мало отличается от поверхности геоида, а на океанах и морях эти поверхности совпадают.

Величины AA_1 , CC_1 определяются путем выполнения одного из видов геодезических измерений, которое называется нивелированием. Геодезические измерения, с помощью которых производится определение превышения между точками земной поверхности, называются **нивелированием**.

Геодезические высоты являются и абсолютными высотами, или **альтитудами**, так как они отсчитываются от одной уровенной поверхности. Для того чтобы указать, на какой высоте находится точка земной поверхности по отношению к уровенной поверхности, ей придаются числовые значения, например $H_A = 135,2$ м. Числовое значение высоты точки называется ее **отметкой**.

Если точки земной поверхности находятся выше исходной уровенной поверхности, то их отметки считаются **положительными**, а если ниже, – то **отрицательными**. Высоты суши земной поверхности за исключением нескольких

ее участков, например, Каспийской низменности, положительны, а дно океанов, морей и некоторых озер – отрицательны. Отрицательную высоту имеют и некоторые инженерные сооружения, например глубокие шахты. В России (СССР) счет абсолютных высот производится от Кронштадтского футштока.

Кроме абсолютных высот, бывают еще **условные** и **относительные**. Если отметка точки определяется относительно произвольно выбранной уровенной поверхности, условно принимаемой за исходную, то такие высоты называются **условными**. Разность абсолютных или условных высот двух точек называется относительной высотой, или **превышением**.

§ 8. Влияние кривизны Земли на результаты геодезических измерений

Сведения, изложенные в предыдущих параграфах, доказывают, что уровенная поверхность Земли в первом приближении может быть принята за сферу. Эллипсоидальность же Земли принимается во внимание только при выполнении высокоточных геодезических измерений для целей высшей геодезии. При решении всех практических задач геодезии форму Земли с достаточной точностью для последующих вычислений можно принять за шар с радиусом R . В то же время решаемые в геодезии задачи проецируются и отображаются на плоскости. В связи с этим возникает задача определения предельной величины площади земной поверхности, когда можно пренебречь ее сферичностью и все геодезические измерения отображать на плоскости.

Пусть некоторый участок ABC (рис. 11) уровенной поверхности Земли представляет собой сечение шара с центром O и радиусом R .

Установим, какая будет допущена ошибка, если длину дуги $ABC = S$ окружности заменить хордой $AC = d$, т. е. требуется определить величину разности

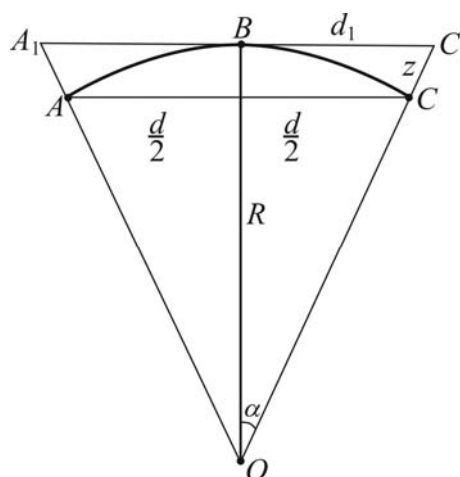


Рис. 11. Влияние кривизны Земли на геодезические измерения

$$\Delta S = S - d. \quad (21)$$

Обозначим центральный угол $BOC = AOB$ через α .

Тогда

$$\left. \begin{aligned} S &= 2R\alpha; \\ d &= 2R \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Так как аргумент α выражен в радианной мере, то

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{1}{6} \alpha^3 + \dots,$$

и тогда

$$S - d = 2R\alpha - 2R \sin \alpha = 2R \left[\alpha - \left(\alpha - \frac{1}{6} \alpha^3 \right) \right] = 2R \cdot \frac{1}{6} \alpha^3. \quad (23)$$

Так как

$$\alpha \frac{S}{2R},$$

то

$$S - d = \frac{1}{24} \cdot \frac{S^3}{R^2}. \quad (24)$$

Формула (24) позволяет получать ошибку измерений в метрической системе (метры, сантиметры, миллиметры). В геодезии в основном при оценке точности результатов измерений используется понятие **относительной ошибки**, которое характеризуется отношением ошибки измерений к результату измерений, выраженном в виде простой дроби с числителем, равным единице. Исходя из сказанного, формула (24) примет вид

$$\frac{S - d}{S} = \frac{1}{24} \cdot \frac{S^2}{R^2}. \quad (25)$$

Найдем теперь величину ошибки, которая возникает, если заменить эту длину S дуги отрезком касательной $A_1C_1 = d_1$. Из рис. 11 следует, что

$$d_1 = 2R \operatorname{tg} \alpha.$$

Так как

$$\operatorname{tg} \alpha = \alpha + \frac{1}{3} \alpha^3 + \dots,$$

то после простых преобразований будем иметь

$$\Delta d = S - d_1 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{S^3}{R^2} \quad (26)$$

и

$$\frac{S - d_1}{S} = -\frac{1}{12} \cdot \frac{S^2}{R^2}. \quad (27)$$

Из анализа формул (24) и (26) следует, что разность $(S - d)$ меньше разности $(S - d_1)$ в два раза.

Подсчитаем величины выражений (26) и (27) для шара с радиусом $R = 6\,371,11$ км. Результаты этих вычислений представлены в табл. 4.

Таблица 4

Влияние кривизны Земли на длины линий

S , км	Δd , см	$\frac{\Delta d}{S}$	S , км	Δd , м	$\frac{\Delta d}{S}$
10	0,21	$\frac{1}{4\,870\,000}$	50	0,26	$\frac{1}{195\,000}$
20	1,64	$\frac{1}{1\,220\,000}$	100	2,05	$\frac{1}{49\,000}$
30	5,54	$\frac{1}{541\,000}$	200	16,44	$\frac{1}{12\,000}$
40	13,10	$\frac{1}{304\,000}$	300	55,45	$\frac{1}{5\,400}$

О степени влияния кривизны Земли на длины линий можно судить, исходя из возможности современной геодезической техники, применяемой при измерении расстояний; точность этих высокоточных измерений характеризуется относительной ошибкой порядка $1 : 2\,000\,000$. Следовательно, при такой ошибке измерений дугу сферической поверхности длиной $S = 10$ км можно заменить отрезком касательной в средней точке B этой дуги ABC . Если же точность измерений будет выше, то в этом случае необходимо принимать во внимание кривизну Земли.

Так как в настоящее время основной объем геодезических работ требует точности линейных измерений порядка $1 : 300\,000$, то участок сферической поверхности Земли площадью $900\text{--}1\,000$ км² можно принимать за плоскость.

При замене участка сферической поверхности Земли плоскостью искажаются не только длины линий, но также и углы между этими линиями. Это обусловлено тем, что сумма углов треугольника, построенного на сферической

поверхности (рис. 12, а), больше, чем треугольника, построенного на плоскости (рис. 12, б).

Сумма углов сферического треугольника всегда больше 180° на величину, которая называется **сферическим избытком**, т. е.

$$A + B + C = 180^\circ + \varepsilon, \quad (28)$$

где ε – величина сферического избытка.

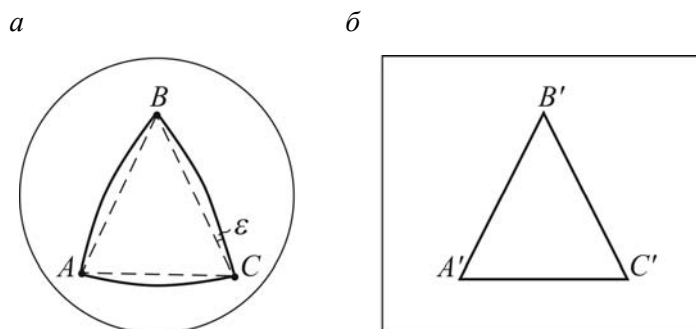


Рис. 12. Сферический и плоский треугольники

Величина сферического избытка вычисляется по формуле

$$\varepsilon'' = \frac{\rho''}{R^2} P, \quad (29)$$

где P – площадь треугольника; R – радиус шара.

Согласно теореме Лежандра для получения плоских приведенных углов A' , B' , C' необходимо сферические углы A , B , C уменьшить на одну треть сферического избытка

$$\left. \begin{aligned} A' &= A - \frac{1}{3} \varepsilon; \\ B' &= B - \frac{1}{3} \varepsilon; \\ C' &= C - \frac{1}{3} \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Как видно из табл. 5, для равностороннего треугольника с длиной стороны 10 км величина сферического избытка может учитываться только при вы-

сокоточных угловых измерениях. В то же время при длине стороны 50 км величина сферического избытка значительна, и его влияние должно учитываться при угловых измерениях меньшей точности. При длинах сторон треугольника 0,2–3,0 км поправка за величину сферического избытка исчезающе мала даже в случае выполнения высокоточных измерений.

Замена участка сферической поверхности Земли касательной приводит также к изменению их высот (отметок). Предположим, что точки B и C (см. рис. 11) физической поверхности Земли находятся на одной уровенной поверхности и, следовательно, высоты их одинаковы. В результате такой замены точка C с уровенной поверхности BC переместится в точку C_1 , находящуюся на отрезке касательной BC_1 . Величина z этого перемещения называется **поправкой за кривизну Земли** на высоты точек.

В обозначениях, приведенных на рис. 11, имеем

$$(R + z)^2 = R^2 + d_1^2. \quad (31)$$

Далее получим

$$2Rz + z^2 = d_1^2$$

или

$$z = \frac{d_1^2}{2R + z}. \quad (32)$$

Так как величина z значительно меньше по сравнению с величиной радиуса R , то окончательно будем иметь

$$z = \frac{d_1^2}{2R}. \quad (33)$$

Результаты вычислений показывают (табл. 6), что даже при $d_1 = 0,2$ км влияние кривизны Земли заметно, так как довольно часто отметки рядом расположенных точек земной поверхности необходимо знать с точностью 1–3 мм, а при высокоточных измерениях – 0,1–0,3 мм.

Таблица 5

Влияние кривизны Земли
на угловые измерения

S , км	P , км ²	ε''
10	43	0,22
20	173	0,88
30	390	2,00
40	690	3,50
50	1080	5,50

Таблица 6

Влияние кривизны Земли
на высоты точек

d_1 , км	z , мм	d_1 , км	z , мм
0,2	3,1	5,0	1,96
0,5	19,6	10,0	7,85
1,0	78,5	30,0	70,63
3,0	706,0	50,0	196,20

§ 9. Изображение земной поверхности на сфере и плоскости

Физическая поверхность Земли представляет собой сложную пространственную форму: горы, лощины, хребты, котловины и т. д. Горизонтальные равнинные участки встречаются редко. Поэтому для изучения и отображения тех или иных пространственных форм необходимо, чтобы взаимное расположение их элементов находилось и однозначно определялось в единой системе координат. Решение этой задачи достигается путем использования метода проекций, при котором перенесение точек с земной поверхности на выбранную поверхность относимости осуществляется по определенному закону. При этом выбранная поверхность относимости должна быть хорошо изучена в математическом отношении. В геодезии проецирование точек на поверхность относимости выполняется отвесными линиями, принимаемыми за нормали к поверхности эллипсоида (референц-эллипсоида), или перпендикулярами к плоскости (рис. 13). Необходимо отметить, что при значительных отклонениях уровенной поверхности Земли от поверхности относимости (в нашем случае – от эллипсоида Красовского) приходится учитывать величины уклонения отвесных линий. В геодезии в качестве основного вида проекции применяется ортогональная (прямоугольная) проекция. Для ее реализации линии проектирования должны быть перпендикулярны плоскости или поверхности, на которую выполняется проектирование.

Предположим, что N (рис. 13, *а*) – часть уровенной поверхности Земли, на которой расположены точки A, B, C, D, E , образующие пространственный многоугольник. Выполним проектирование этих точек отвесными линиями на поверхность N . Полученные точки a, b, c, d, e , в которых отвесные линии пересекают уровенную поверхность, называются **горизонтальными проекциями** точек A, B, C, D, E местности. Следовательно, образованный на уровенной поверхности N многоугольник $abcde$ называется **горизонтальной проекцией** многоугольника $ABCDE$.

Для полного представления о форме физической поверхности Земли необходимо еще знать расстояния от точек этой поверхности (точки A, B, C, D, E) до уровенной поверхности N . Этими расстояниями являются величины $Aa = H_A$, $Bb = H_B$, ... $Ee = H_E$, называемые (как уже говорилось ранее) высотами соответствующих точек местности.

Если отображаемая поверхность Земли, а следовательно, и расположенный на ней пространственный многоугольник $ABCDE$ имеет небольшие размеры, позволяющие пренебрегать кривизной Земли, то при проектировании уровенную поверхность N можно заменить горизонтальной плоскостью M (рис. 13, *б*). Полученные на плоскости точки a, b, c, d, e называются **ортогональными проекциями соответствующих точек** данного пространственного многоугольника; линии $ab, bc, \dots, ea$ называются **ортогональными проекциями соответствующих линий** $AB, BC, \dots, EA$. И, наконец, углы abc ,

$bcd, \dots, eab$ называются **ортогональными проекциями углов** $ABC, BCD, \dots, EAB$ вышеназванного многоугольника. Следовательно, и плоский многоугольник $abcde$ является ортогональной проекцией пространственного многоугольника $ABCDE$, определяющего (как уже было сказано выше) точки физической поверхности Земли.

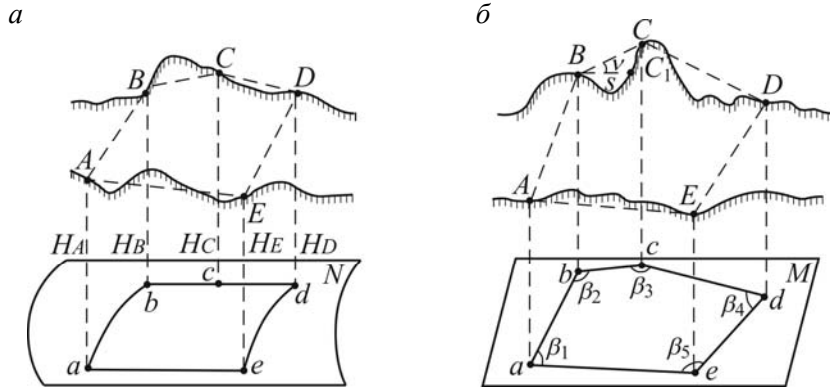


Рис. 13. Проектирование точек земной поверхности

Если объект на физической поверхности Земли имеет линейную конфигурацию (река, дорога и т. д.), то для получения его ортогональной проекции также необходимо опустить из каждой характерной точки этого линейного объекта перпендикуляр на плоскость M .

Необходимо отметить, что для получения ортогональных проекций объектов, расположенных на физической поверхности Земли, в геодезии применяется следующий способ. На лист бумаги (он является горизонтальной плоскостью) наносятся длины ортогональных проекций $ab, bc, \dots, ea$ и горизонтальные углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_5$, образованные этими проекциями. Для получения ортогональных проекций $ab, bc, \dots, ea$ поступают следующим образом. Непосредственно на местности измеряют расстояния $AB, BC, \dots, EA$ (см. рис. 13, б), угол γ наклона этих расстояний относительно горизонтальной плоскости M и горизонтальные углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_5$. Например, угол наклона γ отрезка (расстояния) BC расположен в вертикальной плоскости BCC_1b . Тогда из прямоугольного треугольника BCC_1 длина bc ортогональной проекции, которая в геодезии называется **горизонтальным проложением**, находится исходя из следующих зависимостей

$$BC_1 = BC \cos \gamma, \quad (34)$$

а так как из условия ортогональности

$$BC_1 = bc,$$

то

$$bc = BC \cos \nu. \quad (35)$$

Таким образом, длина ортогональной проекции линейного отрезка местности меньше самого отрезка на величину

$$\Delta s = BC = BC \cos \nu. \quad (36)$$

Горизонтальные углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_5$ образуются соответствующими вертикальными плоскостями. Например, угол β_1 образуется плоскостями $ABba$ и $AEea$. Измерение горизонтальных и вертикальных углов производится специальными геодезическими приборами, называемыми **теодолитами**.

Если аналогичным образом выполнить проектирование на вертикальную плоскость, например плоскость $BCcb$, то мы получим отрезки Bb и Cc , называемые **высотами**. Разность этих высот $Bb - Cc = CC_1$ дает представление о повышении (понижении) одной точки местности, например B , над другой, например C .

Наряду с ортогональной проекцией, в геодезии широкое применение получили и другие виды проекций, например центральная проекция. Необходимо отметить, что ортогональная и центральная проекции составляют класс перспективных проекций. Если в ортогональной проекции проектирование вышеупомянутого многоугольника осуществляется параллельными лучами, то в центральной проекции это проектирование производится лучами, исходящими из одной точки O (рис. 14, а), называемой **центром проекции**.

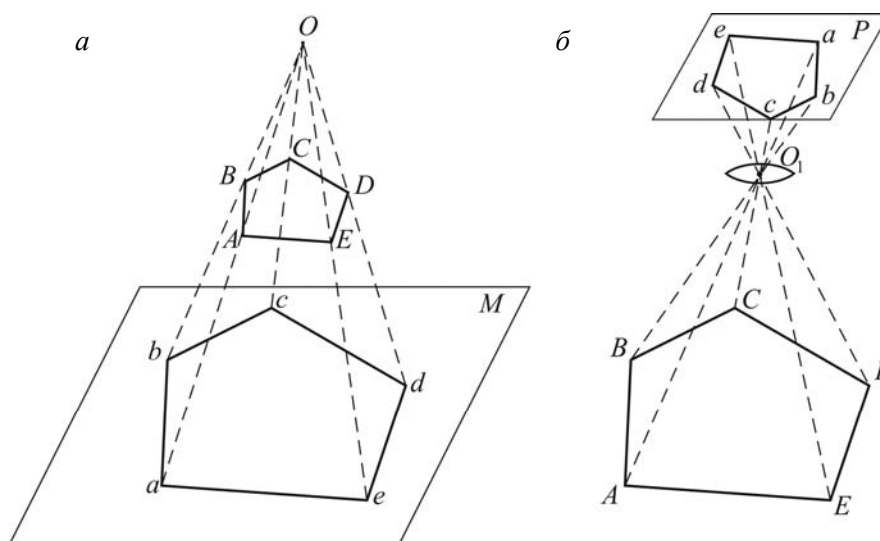


Рис. 14. Центральная проекция

В результате этого образованный на плоскости M многоугольник $abcde$ является **центральной проекцией** пространственного многоугольника $ABCDE$ (рис. 14, б).

Центральная проекция используется, например, при получении фотографий обычным фотоаппаратом, а также имеет важное значение при фотографировании физической поверхности Земли (аэрофотосъемка, космические съемки).

В этом случае центром проекции является центр O_1 объектива (см. рис. 14, б) аэрофотоаппарата, с помощью которого пространственный многоугольник $ABCDE$, расположенный на поверхности Земли, проецируется на светочувствительную пленку P . Вследствие этого на пленке получается уменьшенное в несколько раз изображение $abcde$ данного многоугольника и определенного участка земной поверхности.

§ 10. Понятие о плане и карте. Профиль местности. Снимки земной поверхности

Как уже указывалось в § 1, одним из основных назначений геодезии является отображение земной поверхности на планах или картах. План и карта представляют собой в общем случае уменьшенное по определенному математическому закону в несколько сотен или тысяч раз изображение на бумаге или другом носителе физической поверхности Земли. Необходимо отметить, что карта часто составляется в зависимости от решаемых задач с использованием различных математических законов. Данный вопрос рассматривается при изучении разделов «Математической картографии».

Выше (см. рис. 11, 13) мы также установили, что участок местности сравнительно небольшого размера можно отобразить на плоскости в ортогональной проекции практически без искажений, вызванных влиянием кривизны Земли. При помощи соответствующих построений элементы местности можно нанести на бумагу в уменьшенном и подобном виде без искажений.

Уменьшенное и подобное отображение на бумаге или другом носителе ортогональных проекций сравнительно небольших участков земной поверхности называется **планом**.

Если осуществлять отображение на плоскости значительных участков земной поверхности, то кривизной урванной поверхности (сфера и эллипсоид вращения) уже невозможно пренебрегать. Это объясняется тем, что выпуклую поверхность нельзя развернуть на плоскости без разрывов и вследствие этого всегда будут иметь место искажения в длинах линий и углах между ними. В связи с этим данный участок земной поверхности и ее уменьшенная ортогональная проекция, как правило, не будут подобны. Чем больше изображаемая территория, тем с большими искажениями получают ее отображения на плоскости. Для уменьшения этих искажений участок земной

поверхности или всю поверхность Земли отображают на плоскости по определенным математическим законам.

Уменьшенное и закономерно искаженное вследствие влияния кривизны Земли отображение на горизонтальной плоскости всей земной поверхности или ее значительной части по определенным математическим законам называется **картой** (рис. 15).

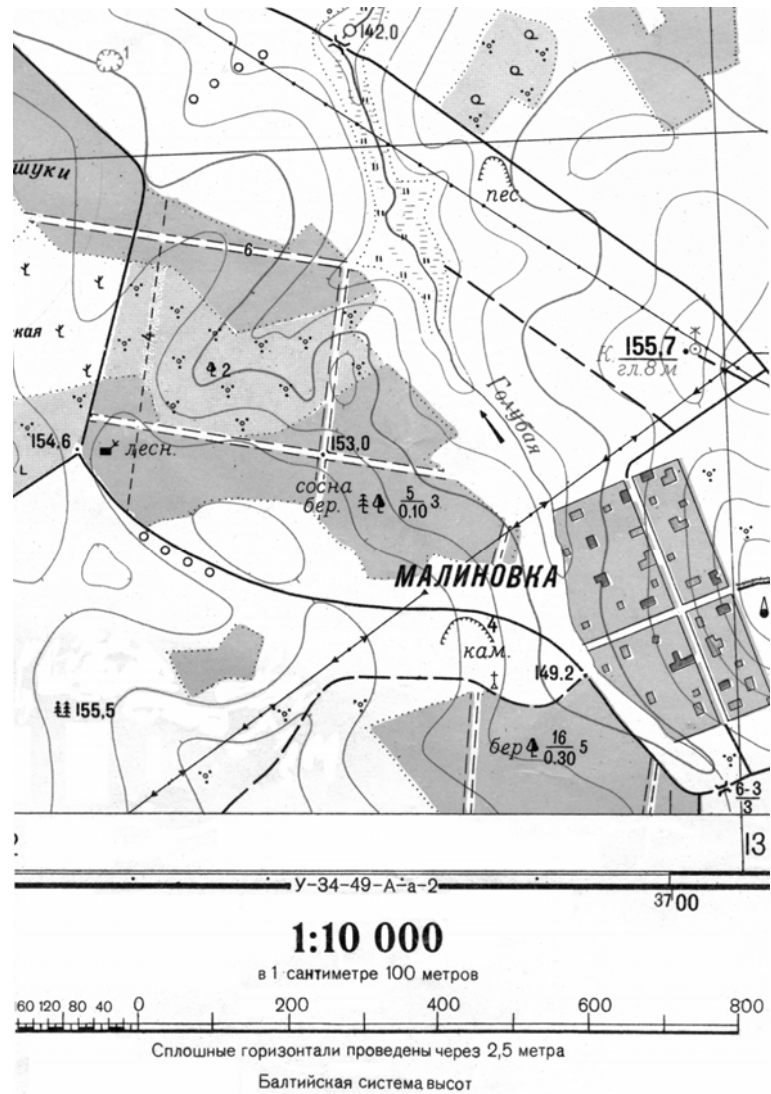


Рис. 15. Фрагмент карты масштаба 1 : 10 000

Таким образом, существенное различие между планом и картой заключается в следующем:

- план отображает небольшой участок земной поверхности на горизонтальной плоскости без искажений;
- карта отображает сравнительно большой участок Земли на сферической поверхности с определенными искажениями.

Топографические карты (см. § 11), создаваемые непосредственно путем производства топографических съемок или аэрофотосъемок, относятся к первичным (исходным), а карты, составляемые в камеральных условиях на основе первичных карт, считаются вторичными (или производными) от них.

В зависимости от назначения карт заранее задается характер и величина искажений и, следовательно, их создание выполняется по различным математическим законам, называемым **картографическими проекциями**.

По характеру искажений (по свойствам отображения) картографические проекции (см. § 16) подразделяются на **конформные** (равноугольные), **эквивалентные** (равновеликие) и **произвольные**. В конформных проекциях сохраняется подобие бесконечно малых фигур, т. е. при отображении земной поверхности на картах сохраняются без искажений углы между линиями местности. Кроме того, масштаб изображения в каждой точке зависит только от координат данной точки и не зависит от направления. В эквивалентных проекциях сохраняются отношения площадей на земной поверхности и в отображении ее на картах, т. е. на картах отображаются площади участков местности без искажений. В произвольных проекциях искажаются длины линий, площади участков и углы между линиями местности. В относящейся к этому классу проекций равнопромежуточной проекции сохраняется подобие длин линий по выбранному (главному) направлению.

Кроме отображения в определенной картографической проекции земной поверхности на карте для решения целого ряда инженерно-строительных задач (проектирование и строительство автомобильных и железных дорог, каналов, линий нефте- и газопроводов и т. д.), необходимо еще иметь и отображение этой земной поверхности (рис. 16, а) по заданному направлению, получаемое путем ее сечения вертикальной плоскостью (рис. 16, б).

Уменьшенное в определенное число раз отображение на бумаге сечения земной поверхности вертикальной (отвесной) плоскостью по заданному направлению называется **профилем**. Линия mn , изображающая уровенную поверхность MN , при вычерчивании профиля проводится в виде прямой. Сечение A, B, C, D, E, F, K реальной земной поверхности представляет собой обычно кривую линию AK , а это сечение, отображенное на бумаге или другом носителе, — ломаную линию. При построении профиля выбираются характерные точки местности A, B, C, D, E, F, K и, зная их высотные отметки, эти точки наносят на бумагу, после чего получают точки a, b, c, d, e, f, k .

С целью получения большей наглядности характера местности по заданному направлению, например равнинного участка, на профиле вертикальные отрезки am , bb' , ..., kn изображаются более крупно, чем горизонтальные mb' , $b'c'$, ..., $f'n$. Если же необходимо построить профиль горного участка местности, то вертикальные отрезки пропорционально уменьшают в несколько раз, так как в противном случае профиль просто может не разместиться на данном формате бумаги.

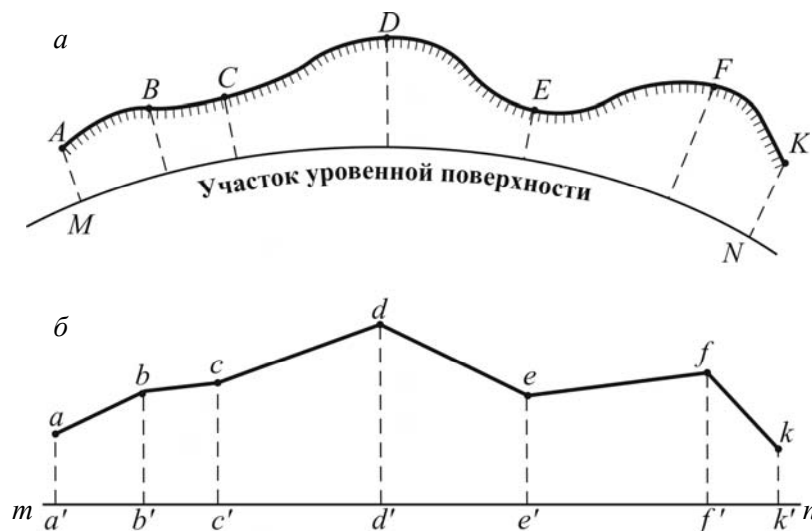


Рис. 16. Профиль (разрез) земной поверхности

Как уже указывалось в § 9, законы построения изображения с помощью центральной проекции используются при получении изображения земной поверхности с помощью аэрофотосъемки и съемки, выполненной из космоса. Общим для этих двух видов съемки является получение уменьшенного изображения земной поверхности на соответствующем носителе, например пленке.

Аэрофотосъемкой называется фотографирование участков земной поверхности с летательного аппарата с целью создания топографических карт и планов, их обновления, а также для решения других научно-технических задач.

Для получения высокого качества фотоизображения аэрофотосъемка производится при отсутствии облачности, тумана и дыма от промышленных предприятий над фотографируемой земной поверхностью. Фотографирование производится с помощью аэрофотоаппаратов и фотографическое изображение получается в виде отдельных кадров – **аэрофотоснимков**, которые, как указывалось выше, являются центральной проекцией соответствующих участков

местности. Размер изображения P' (рис. 17) на пленке участка P земной поверхности зависит от высоты H фотографирования и фокусного расстояния f аэрофотоаппарата. Высота фотографирования с вертолета не превышает 4 км, а с самолета – 10 км. При использовании аэрофотоаппаратов можно получать черно-белые (рис. 18) или цветные снимки земной поверхности.

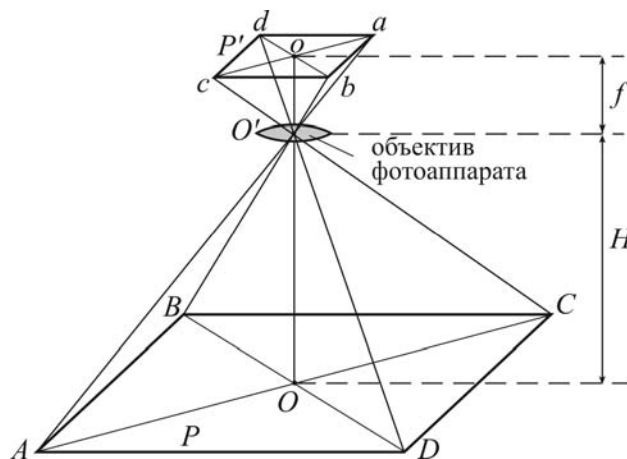


Рис. 17. Схема аэрофотосъемки участка земной поверхности

Обновление топографических карт с использованием аэрофотоснимков связано с тем, что с течением времени на местности, отображенной на данной карте, происходят изменения, вызванные, в свою очередь, изменением природы и деятельностью человека. Особенно это заметно в экономически развитых районах, где за короткое время происходит строительство промышленных объектов, прокладываются дороги и линии коммуникаций, возникают населенные пункты и т. д. Все это приводит к тому, что созданная карта перестает соответствовать действительному состоянию местности, т. е. она «устаревает» («стареет»). Пользоваться такой картой затруднительно, а иногда и невозможно. Поэтому с целью приведения содержания топографических карт в соответствие с состоянием местности на текущий момент времени и производится их обновление и переиздание.

Необходимо отметить, что карты (планы) и аэрофотоснимки имеют свои достоинства и недостатки. Так, на аэрофотоснимке изображаются (фотографируются) все детали местности, которые присущи ей на данный момент времени, и эти детали имеют естественный вид. На приведенном аэрофотоснимке отчетливо различаются река, мост и тень от него, лес, дома и приусадебные участки, тропинки и т. д.



Рис. 18. Аэрофотоснимок участка земной поверхности

На карте и плане той же местности некоторые ее детали опускаются или обобщаются и изображаются с помощью специальных условных знаков, что в ряде случаев уменьшает полное и объективное представление о ней. Аэрофотоснимок дает возможность получить сведения о местности уже через несколько часов после проведения съемки, а карта или план – в лучшем случае спустя несколько дней после проведения полевых и камеральных работ. За это время на местности могут произойти существенные изменения: наводнение, землетрясение, лесной пожар, проявиться оползневые процессы и т. д.

В то же время карта или план имеют ряд следующих преимуществ перед аэрофотоснимком. Так, упомянутые выше условные знаки позволяют передать количественные и качественные характеристики земной поверхности и расположенных на ней объектов: характер рельефа, глубину рек, породу леса, технические и строительные характеристики сооружений, тип покрытия и ширину автомобильных дорог и т. д. При составлении карты (плана) геодезист или картограф руководствуются определенными правилами и инструкциями, а также, в определенной степени, собственным пониманием сущности и содержания отображаемого участка земной поверхности. Таким образом, карта (план) не только является «синтезированным портретом» участка земной поверхности, но и содержит в себе пояснительную, количественную и качественную составляющие.

Космическая съемка является дальнейшим развитием аэрофотосъемки и производится с космических носителей, которые перемещаются по круговым или эллиптическим орбитам на высоте более 150 км. К космическим носителям относятся искусственные спутники Земли (ИСЗ), пилотируемые корабли, орбитальные и межпланетные станции. В отличие от самолета, возможность маневрирования спутника на орбите весьма ограничена. Кроме того, для выполнения съемки необходимо определенным образом ориентировать и стабилизировать спутник, так как он в космическом пространстве, хотя и медленно, но произвольно вращается. Поэтому при планировании космической съемки в соответствии с ее назначением устанавливаются параметры орбиты: ее высота, форма, наклонение, а также время старта спутника.

Для запуска спутников в настоящее время в основном используются следующие космодромы: Байконур, Плесецк, Свободный (Россия), Канаверал и Ванденберг (США), Куру (Французская Гвиана), Шрихарикота (Индия) и Цзюцюань (Китай).

При фотографировании из космоса используется технология аэрофотосъемки с некоторыми изменениями, которые учитывают большую высоту и скорость космических носителей. В основе конструкции космических фотоаппаратов лежит модифицированный аэрофотоаппарат. Первое фотографирование поверхности Земли из космоса выполнил в 1961 г. летчик-космонавт СССР Г.С. Титов с борта корабля Восток-2.

Недостатком фотографической съемки из космоса является необходимость доставки фотопленки на Землю для последующей ее обработки. Этот недостаток устраняется при использовании **радиолокационной, сканерной, лазерной (лидарной) и тепловой** съемок, так как в этом случае полученные снимки могут передаваться на Землю в реальном режиме времени.

Радиолокационные снимки получают в радиодиапазоне на основе облучения наблюдаемого объекта активной станцией (радаром) с последующей фиксацией отраженного излучения. В отличие от фотографической съемки, облачный покров прозрачен для радара. Радар сам как бы «освещает» иссле-

дуемую территорию, поэтому отпадает необходимость во внешних источниках освещения, включая солнечное.

Лазерная (лидарная) съемка основана на непрерывном получении отклика от отражающей поверхности, которая подсвечивается лазерным монохроматическим излучением с фиксированной длиной волны. Приемное устройство обеспечивает анализ спектрального состава принятого сигнала. Принимаемый с самолета или спутника лидарный сигнал зависит от концентрации определенных веществ в поверхностном слое земной коры.

При сканерной съемке сканирующая система (качающееся или вращающееся зеркало) улавливает отраженный от Земли световой поток, после чего он преобразуется в сигнал. Преобразованные сигналы по радиоканалам передаются на Землю, где на приемных станциях они принимаются, и на их основе с помощью программного обеспечения восстанавливается изображение.

Необходимо отметить, что указанные виды съемок применяются и при съемке земной поверхности с самолетов и вертолетов. Одним из достоинств космических снимков является возможность получения повторных изображений одних и тех же участков земной поверхности, что имеет важное значение при изучении быстропротекающих явлений, например лесных пожаров, наводнений, таяния снежного покрова.

С учетом уровня развития космических технологий с начала 70-х гг. XX в. получило развитие новое направление в изучении поверхности Земли – дистанционное зондирование Земли (ДЗЗ). Дистанционное зондирование Земли можно характеризовать как метод определения характеристик земной поверхности и расположенных на ней объектов с помощью искусственных спутников Земли и воздушных летательных аппаратов, т. е. эти характеристики определяются дистанционно, без непосредственного контакта с наблюдаемым объектом. Технология ДЗЗ позволяет проводить съемку участков земной поверхности с необходимой периодичностью. Это дает возможность осуществлять мониторинг и оценку состояния окружающей среды, в том числе и глобальных изменений (истощение озонового слоя атмосферы, эрозия почв, обезлесение), решать проблемы сельского хозяйства (прогноз урожая, анализ состояния сельскохозяйственных культур, лесов, водных ресурсов), выполнять задачи метеорологии (исследование динамики атмосферы, прогноз погоды, включая развитие стихийных бедствий, наблюдение за вулканами), задачи картографии (топография, фиксация изменений на земной поверхности при проведении строительства различных инженерных сооружений и при землепользовании), осуществлять решение военных задач.

По площади земной поверхности, отображаемой одним космическим снимком, их разделяют на *глобальные, крупноформатные, региональные и локальные*.

Глобальные снимки получают с межпланетных космических аппаратов и геостационарных спутников (они расположены на высоте 36 000 км) и один такой снимок охватывает всю освещенную часть Земли (сотни миллионов квадратных километров).

Крупнорегиональные снимки получают со спутников, расположенных на околоземных орбитах, с высотами до 2 000 км, и на них отображаются части материков и крупные регионы, такие как Западная Европа, Индия, Средняя Азия, Дальний Восток и т. д.

На региональных снимках отображаются сравнительно небольшие государства, регионы и мегаполисы, например Бельгия, Швейцария, Московская область, Токио, Мехико. Для получения таких снимков применяются пилотируемые корабли, орбитальные станции и спутники; их орбиты имеют высоты 400–800 км.

Сравнительно небольшие участки земной поверхности (город районного подчинения, промышленный комплекс, лесной массив и т. д.) изображаются на локальных снимках, которые получают со спутников, расположенных на высоте до 400 км.

Площадь изображения земной поверхности на аэрофотоснимках обычно существенно меньше, чем на космических снимках, даже локальных, и составляет от сотен квадратных метров до 300 квадратных километров. Однако в некоторых случаях детальные локальные снимки по изображаемой на них площади сравниваются с аэрофотоснимками.

Для создания географических карт применяются крупнорегиональные, региональные и локальные космические снимки, а для создания и обновления топографических карт – в основном локальные.