

ЛЕКЦИЯ № 12

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

*Явление дифракции света. Принцип Гюйгенса – Френеля
Зоны Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии.
Дифракция Фраунгофера на щели*

§ 1. Явление дифракции волн

Дифракция (от лат. diffractus – преломленный) в первоначальном смысле – огибание волнами препятствий, в современном, более широком смысле – любые отклонения при распространении волн от законов геометрической оптики (см. лекцию № 8).

Причина дифракции, как и интерференции, – суперпозиция волн, которая приводит к перераспределению интенсивности. Если число интерферирующих источников конечно, то говорят об интерференции волн. При непрерывном распределении источников говорят о дифракции волн.

Дифракция проявляется у волн любой природы.

Характер дифракции зависит от значения безразмерного параметра $b^2 / L\lambda$, где λ – длина волны; b – размеры препятствия; L – расстояние от препятствия до точки наблюдения. Различают следующие ситуации:

Если

$\frac{b^2}{L\lambda}$	}	$\gg 1$ – то применимо приближение геометрической оптики, предмет дает резкую тень;
		~ 1 – то наблюдается дифракция Френеля, т. е. дифракция световых волн, имеющих сферический волновой фронт;
		$\ll 1$ – то наблюдается дифракция Фраунгофера, т. е. дифракция световых волн, имеющих плоский волновой фронт.

§ 2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Строгое решение любой дифракционной задачи для световых волн сводится к нахождению решения уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями.

В оптике большое значение имеет приближенное решение дифракционных задач, основанное на принципе Гюйгенса – Френеля.

1. Каждая точка, до которой доходит волна, служит источником вторичных сферических волн, огибающая которых дает положение волнового фронта в следующий момент времени (Х. Гюйгенс, 1678 г.).

2. Амплитуда результирующей волны в любой точке пространства может быть найдена как результат интерференции всех вторичных волн, с учетом их фаз и амплитуд (О. Френель, 1818 г.).

Найдем математическую формулировку принципа Гюйгенса – Френеля.

Пусть S – волновая поверхность, не закрытая препятствием; P – точка наблюдения (рис. 12.1). Тогда элемент поверхности dS возбуждает в точке P колебание:

$$dE = k(\varphi) \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) \quad (12.1)$$

(см. уравнение сферической волны (5.8)).

Результирующее колебание в точке P есть результат сложения всех колебаний, пришедших в точку наблюдения от всех вторичных источников (12.1), т. е.:

$$E = \int_S dE = \int_S k(\varphi) \frac{a_0}{r} \cdot \cos(\omega t - kr + \alpha) \cdot dS. \quad (12.2)$$

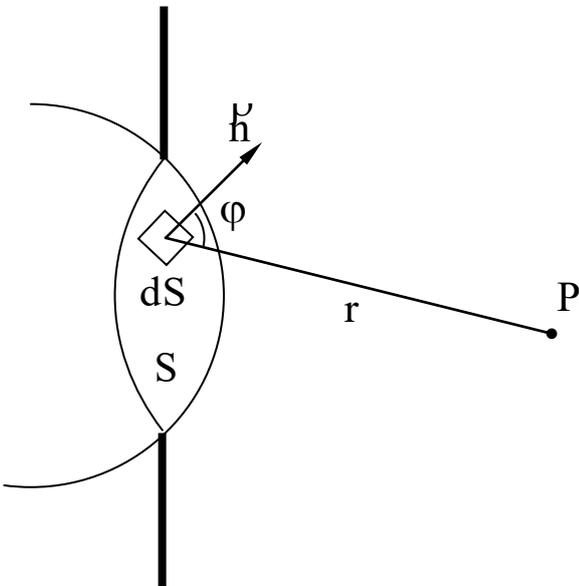


Рис. 12.1

В уравнениях (12.1) и (12.2) $k(\varphi)$ определяет зависимость амплитуды dE от угла φ между нормалью к площадке dS и направлением на точку P . Множитель a_0 дает амплитуду светового колебания в том месте, где находится dS . Величины ω и k – круговая частота и волновое число сферической волны, распространяющейся от элемента dS ; r – расстояние от элементарной площадки dS до точки наблюдения.

Формула (12.2) – это и есть математическое выражение принципа Гюйгенса – Френеля. Вычисление интеграла (12.2) в общем случае – трудная задача.

В случаях, когда в задаче существует симметрия, амплитуду результирующего колебания можно найти методом зон Френеля, не прибегая к вычислению интеграла.

§ 3. Зоны Френеля

Зоны Френеля – это участки поверхности волнового фронта, оптическая разность хода от границ которых до данной точки равна половине длины волны испускаемых источником волн.

Пусть от источника света S распространяется монохроматическая сферическая волна, P – точка наблюдения (рис. 12.2). Через точку O проходит сферическая волновая поверхность. Она симметрична относительно прямой SP . Разобьем эту поверхность на кольцевые зоны I , II , III и т. д. так, чтобы расстояния от краев зоны до точки P отличались на $\lambda/2$ – половину длины световой волны. Это разбиение было предложено О. Френелем, и зоны называют зонами Френеля.

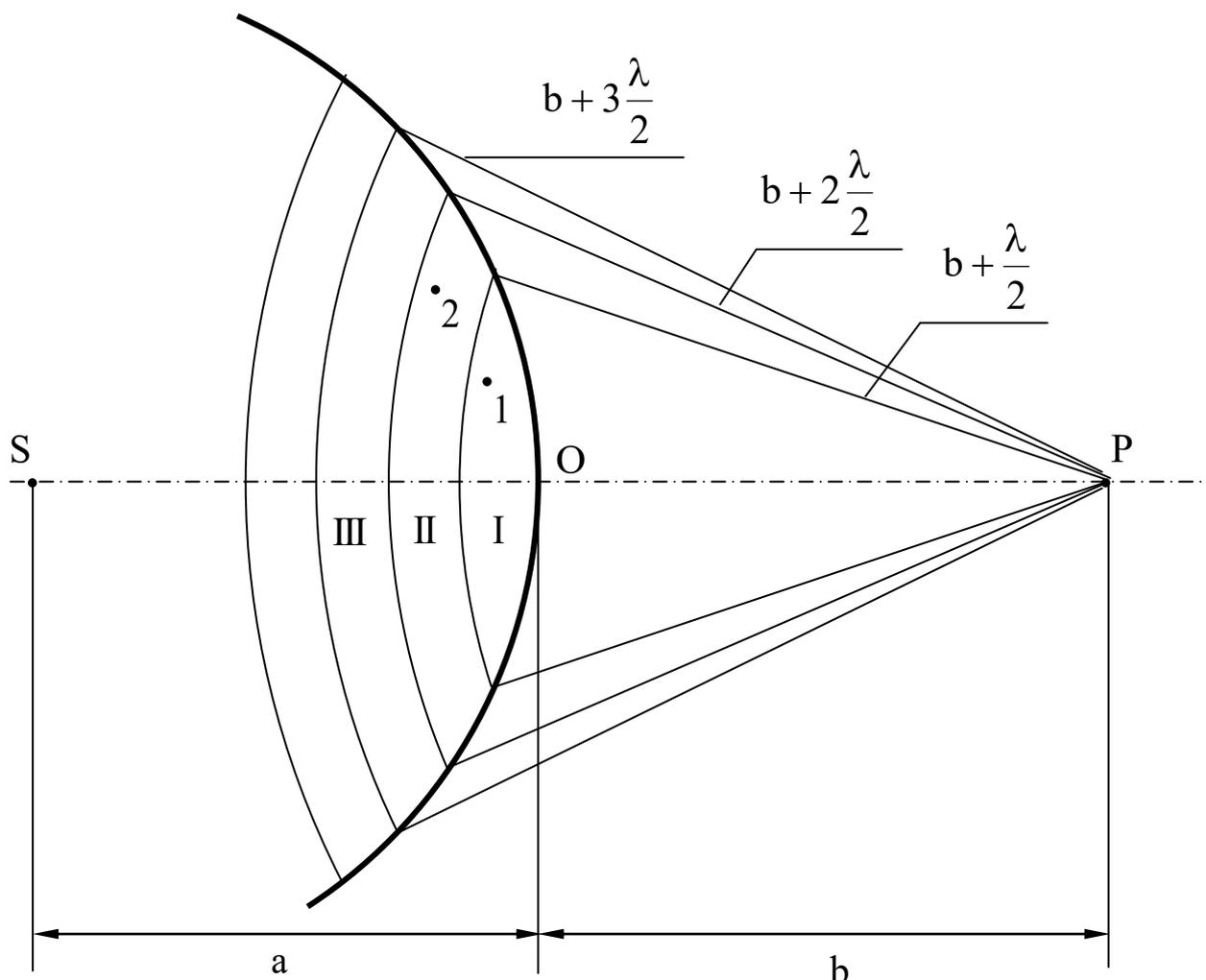


Рис. 12.2

Что дает такое разбиение для расчета интенсивности в точке Р? Возьмем произвольную точку 1 в первой зоне Френеля. В зоне II найдется, в силу правила построения зон, такая соответствующая ей точка, что разность хода лучей, идущих в точку Р от точек 1 и 2, будет равна $\Delta = \lambda/2$ и разность фаз $\delta = \pi$ (см. формулу (10.5)). Вследствие этого, колебания от точек 1 и 2 погасят друг друга в точке Р.

Из геометрических соображений следует, что при не очень больших номерах зон их площади примерно одинаковы. Значит, каждой точке первой зоны найдется соответствующая ей точка во второй, колебания от которых погасят друг друга. Амплитуда результирующего колебания, приходящего в точку Р от зоны с номером m , уменьшается с ростом m , т. е.

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots$$

Происходит это из-за увеличения с ростом m угла φ между нормалью к волновой поверхности и направлением на точку Р, из-за увеличения расстояния

$$r = b + m \frac{\lambda}{2}.$$

Это приводит к уменьшению амплитуды. Значит, гашение колебаний соседних зон будет не совсем полным.

§ 4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Пусть на пути сферической световой волны, испускаемой источником S , расположен непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 (рис. 12.3). Если отверстие открывает четное число зон Френеля, то в точке Р будет наблюдаться минимум, так как все открытые зоны можно объединить в соседние пары, колебания которых в точке Р приблизительно гасят друг друга.

При нечетном числе зон в точке Р будет максимум, так как колебания одной зоны останутся не погашенными.

Можно показать, что радиус зоны Френеля с номером m при не очень больших m равен:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} \cdot m\lambda}. \quad (12.3)$$

Расстояние a примерно равно расстоянию от источника до преграды, расстояние b – от преграды до точки наблюдения P .

Если отверстие оставляет открытым целое число зон Френеля, то, приравняв r_0 и r_m , получим формулу для подсчета числа открытых зон Френеля:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (12.4)$$

При m четном в точке P будет минимум интенсивности, при нечетном – максимум.

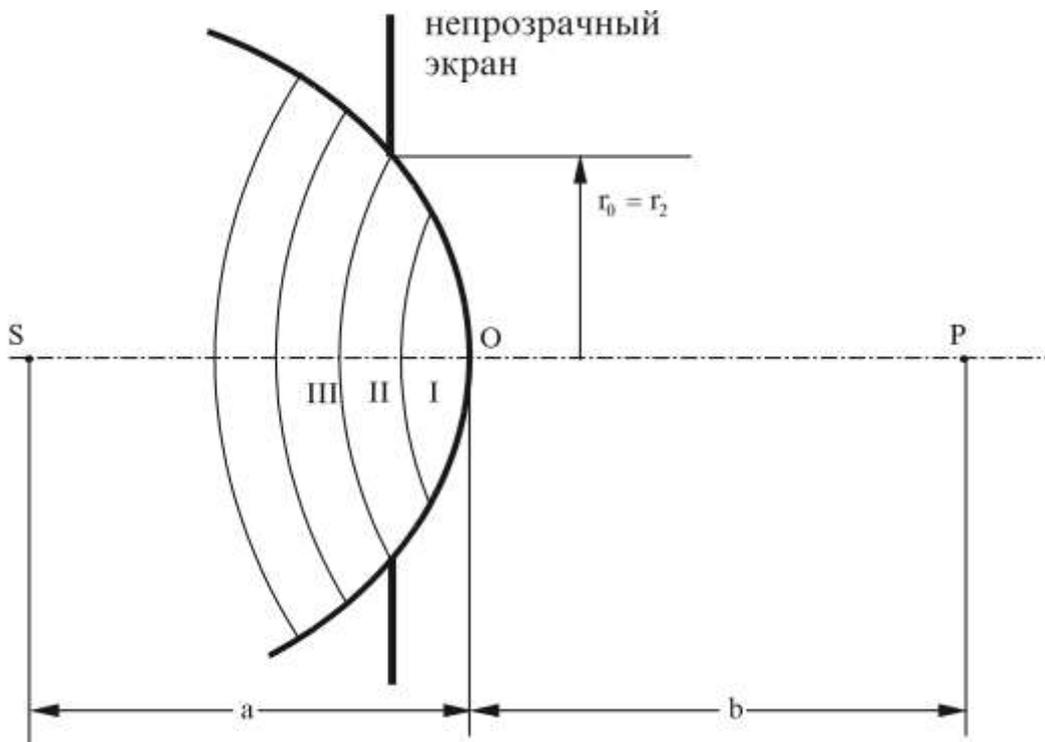


Рис. 12.3

Дифракционная картина от круглого отверстия будет представлять собой вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре картины будет либо светлое пятно (m нечетное), либо темное пятно (m четное).

Если отверстие открывает лишь часть центральной зоны Френеля, на экране получатся размытое светлое пятно, чередования колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, то центр картины будет светлым, а чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени.

§ 5. Дифракция Фраунгофера на щели

В случае дифракции Фраунгофера параметр $b^2/(L\lambda) \ll 1$. Это значит, что если размер препятствия $b \sim \lambda$, то расстояние до экрана наблюдения $L \gg b$.

Пусть на длинную щель шириной b падает плоская монохроматическая волна с длиной λ .

Поместим между щелью и экраном наблюдения линзу так, чтобы экран наблюдения находился в фокальной плоскости линзы. Линза позволяет наблюдать на экране дифракцию в параллельных лучах ($L \rightarrow \infty$) (рис. 12.4).

Собирающая линза обладает свойством, называемым *таутохронностью*: лучи, идущие от волновой поверхности AC до точки наблюдения P , имеют одинаковую оптическую длину. Таким образом результат суперпозиции вторичных волн, который определяет амплитуду колебаний световой волны в точке P (рис. 12.4), зависит от разности хода, набегавшей в треугольнике ABC .

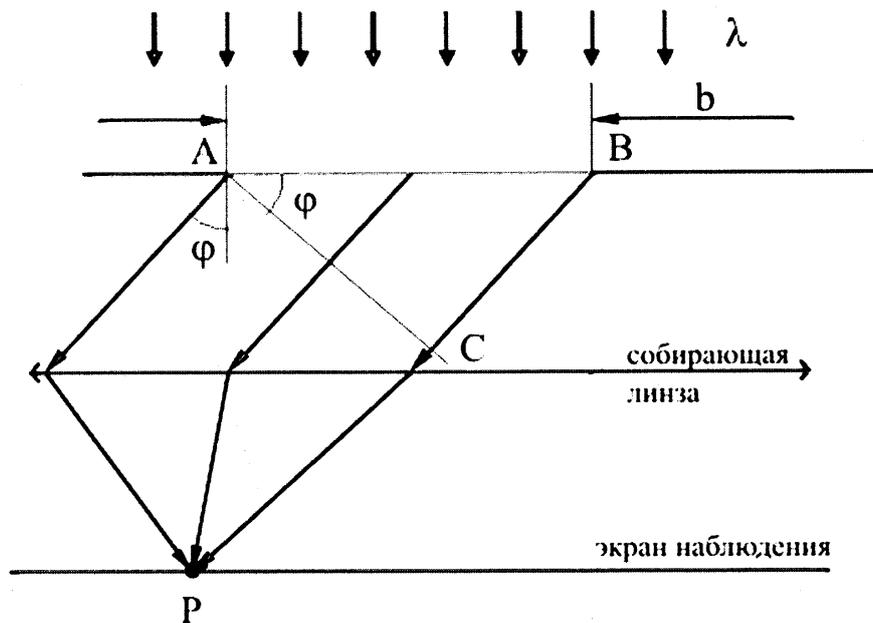


Рис. 12.4

Определим положения максимумов и минимумов методом зон Френеля.

Для нахождения положений максимумов и минимумов интенсивности методом зон Френеля разобьем сторону BC на отрезки длиной $\lambda/2$ (рис. 12.5).

Из концов этих отрезков проведем плоскости, параллельные фронту вторичной плоской волны, идущей под углом φ . Эти плоскости разобьют АВ – ширину фронта первичной плоской волны на зоны Френеля, представляющие собой узкие полоски.

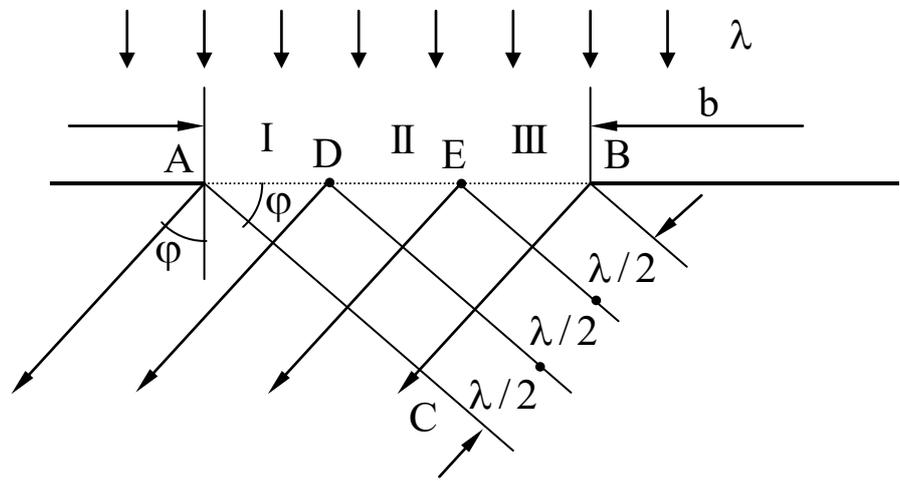


Рис. 12.5

На рис. 12.5 изображены три зоны: AD, DE и EB. Число зон Френеля k зависит от длины волны λ и длины отрезка $BC = b \sin \varphi$. Если k целое, то

$$b \cdot \sin \varphi = k \frac{\lambda}{2}.$$

При четном числе зон Френеля $k = 2m$, где $m = \pm 1, \pm 2 \dots$, все зоны можно разбить на соседние пары, которые гасят друг друга. Следовательно, условие минимума при дифракции Фраунгофера на щели имеет вид:

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2 \dots \quad (12.5)$$

При нечетном $k = 2m + 1$ одна зона остается без пары и ее колебания не будут погашены, следовательно, условие максимума при дифракции Фраунгофера на щели будет иметь вид:

$$b \sin \varphi = m\lambda + \frac{\lambda}{2}. \quad (12.6)$$

Обратим внимание, что условия (12.5) и (12.6) формально противоположны условиям максимумов и минимумов при интерференции от двух источников (см. (10.6) и (10.7)).

В формулах (12.5) и (12.6) число m называется порядком дифракционного минимума или максимума, а φ – углом дифракции.

Зависимость интенсивности дифракционной картины от синуса угла дифракции φ представлена на рис. 12.6.

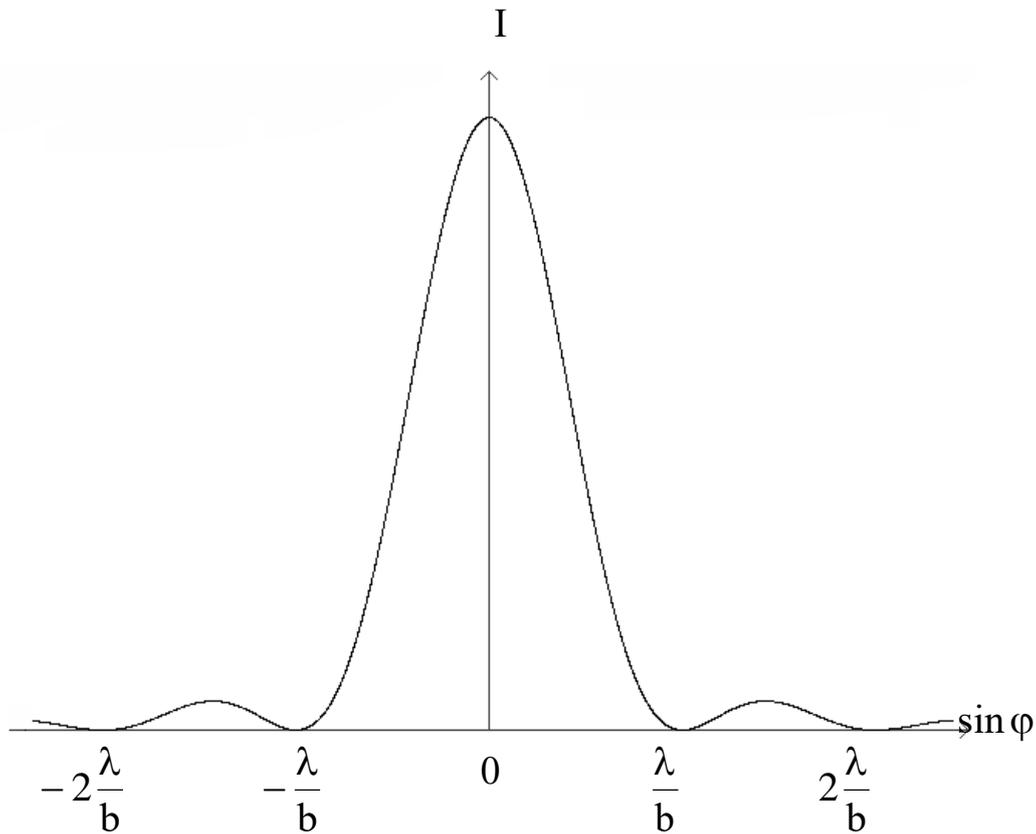


Рис. 12.6

Как видно из рис. 12.6, самый интенсивный максимум наблюдается в направлении $\varphi = 0$. Он называется центральным максимумом нулевого порядка. В этом направлении наблюдается усиление света независимо от длины волны. При наблюдении дифракции в белом свете центральный максимум будет также белым, в то время как максимумы более высоких порядков ($m = \pm 1, \pm 2 \dots$) окажутся окрашенными. Ближе к центральному неокрашенному максимуму оказываются дифракционные максимумы с меньшими длинами волн.

Количество минимумов интенсивности определится из условия, что $\sin \varphi \leq 1$. Тогда из (12.5) получим:

$$\sin \varphi = m \frac{\lambda}{b} \leq 1, \quad \text{т. е.} \quad m \leq \frac{b}{\lambda}.$$

При ширине щели $b < \lambda$ минимумы не возникают.

ИТОГИ ЛЕКЦИИ № 12

1. Дифракцией называется огибание волнами препятствий. Различают дифракцию Френеля (дифракцию сферических волн) и дифракцию Фраунгофера (дифракцию плоских волн).

2. Объяснить и рассчитать дифракционную картину можно с помощью принципа Гюйгенса – Френеля. Согласно этому принципу, каждая точка фронта волны становится источником вторичных волн, а амплитуда результирующей волны в любой точке пространства (см. (12.2)) представляет собой результат интерференции всех вторичных волн.

3. Упрощенным методом решения задач на дифракцию является метод зон Френеля. Зоны Френеля – это участки поверхности волнового фронта, построенные таким образом, что оптическая разность хода от границ зоны до точки наблюдения равна половине длины волны испускаемых источником волн. Поэтому соседние зоны Френеля гасят друг друга.

4. Если на пути сферической световой волны стоит круглое отверстие радиуса r_0 , то число открытых зон Френеля вычисляется по формуле (12.4):

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right),$$

где a – расстояние от источника до преграды; b – расстояние от преграды до точки наблюдения. При m четном будет минимум интенсивности, при нечетном – максимум.

5. Для наблюдения дифракции Фраунгофера от щели между щелью и экраном наблюдения необходимо поставить линзу. В фокальной плоскости линзы соберутся параллельные лучи. В результате их интерференции возникнет дифракционная картина (если $b > \lambda$), где b – ширина щели, λ – длина волны света. В центре картины будет самый интенсивный максимум. Положение минимумов определится формулой (12.5):

$$b \sin \varphi = m \lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2 \dots$$

ЛЕКЦИЯ № 13

ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА. РАЗРЕШАЮЩАЯ СИЛА ОБЪЕКТИВА

*Дифракция на дифракционной решетке.
Дифракционная решетка как спектральный прибор.
Дисперсия дифракционной решетки.
Разрешающая сила дифракционной решетки.
Разрешающая сила объектива*

§ 1. Дифракция на дифракционной решетке

Дифракционная решетка – это совокупность большого числа одинаковых щелей, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние. Расстояние d между соответственными точками соседних щелей называют **периодом решетки**:

$$d = a + b,$$

здесь a – ширина непрозрачного промежутка; b – ширина щели.

Найдем условие главного максимума для дифракционной решетки.

Пусть на дифракционную решетку с числом щелей N падает по нормали параллельный пучок света (плоская волна, см. (5.5)) с длиной волны λ . Между экраном и решеткой поместим собирающую линзу. Экран расположим в фокальной плоскости линзы. По принципу Гюйгенса – Френеля (12.2) для нахождения амплитуды результирующего колебания в какой-либо точке P экрана наблюдения надо найти результат интерференции всех вторичных волн, с учетом их фаз и амплитуд. Линза собирает в точке P все параллельные лучи, идущие от решетки под углом φ .

Разность хода лучей, идущих от соответственных точек соседних щелей найдем из треугольника ABC :

$$\Delta = d \cdot \sin \varphi.$$

Щели представляют собой когерентные источники, так как все они получены из одной волны. От когерентных источников наблюдается интерференция.

При выполнении условия максимума при интерференции (10.6) разность хода равна:

$$\Delta = m\lambda,$$

таким образом, условие главного максимума для дифракционной решетки будет иметь следующий вид:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (13.1)$$

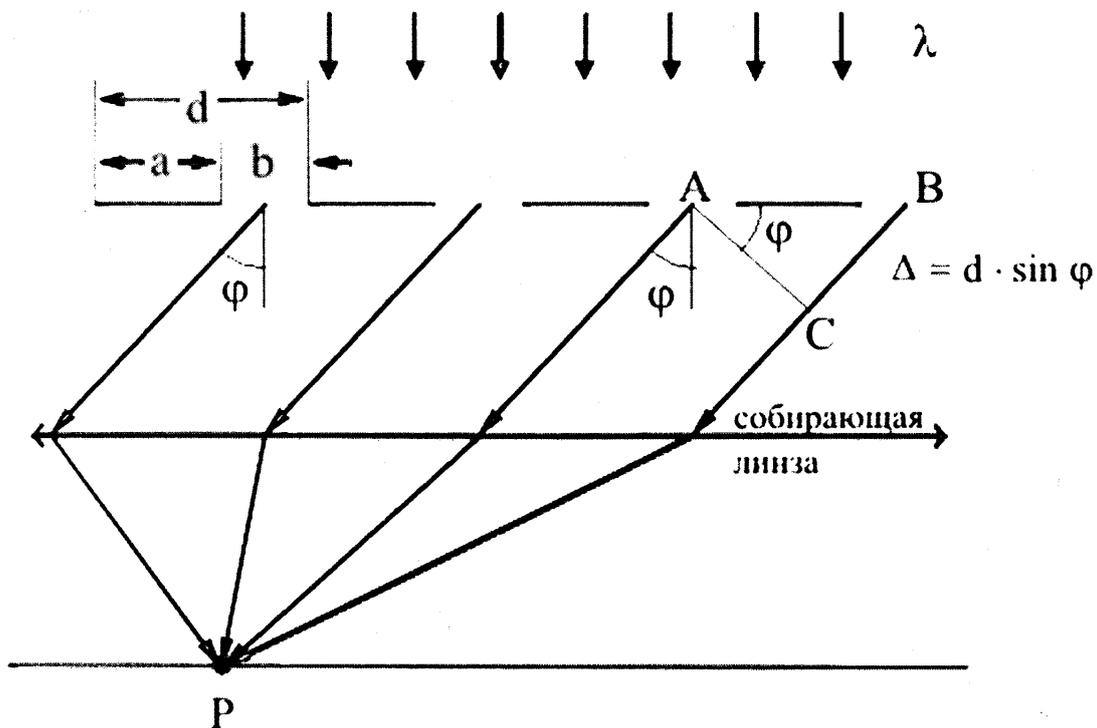


Рис. 13.1

Целое число m называют порядком максимума. Колебания от соседних щелей при выполнении условия максимума в точку P будут приходить в одинаковой фазе. Результирующая амплитуда A_p , создаваемая в точке P решеткой, будет в N раз больше амплитуды от одной щели:

$$A_p = N A_{щ}.$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I_p \sim A_p^2 = N^2 A_{щ}^2 \sim N^2 I_{щ}.$$

Интенсивность от решетки I_p будет в N^2 раз больше, чем интенсивность $I_{щ}$, создаваемая одной щелью.

Для условий минимумов интенсивности от дифракционной решетки анализ дает следующие результаты:

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (13.2)$$

– это условие минимума для щели (12.5);

$$d \cdot \sin \varphi = \pm(m + 1/2)\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (13.3)$$

– это условие главного минимума для решетки. При выполнении этого условия колебания от соседних щелей приходят в точку Р в противофазе и попарно гасят друг друга;

$$d \cdot \sin \varphi = \pm(k'/N)\lambda, \quad (k' = 1, 2, \dots), \quad (13.4)$$

где k' – целое число, не кратное N . Это условие добавочных минимумов. (При k' , кратном N , получим условие максимума.)

Рассмотрим, как получается условие добавочных минимумов.

При выполнении условия добавочных минимумов векторная диаграмма (см. лекцию № 2) сложения колебаний от N щелей замыкается: конец N -го вектора попадает в начало 1-го и результирующая амплитуда равна нулю. На рис. 13.2 изображена эта ситуация для $N = 6$ (рис. 13.2, а), $k' = 1$ и $k' = 2$ (рис. 13.2, б). При $k' = 2$ векторы A_1 и A_4 , A_2 и A_5 , A_3 и A_6 расположены в одном месте.

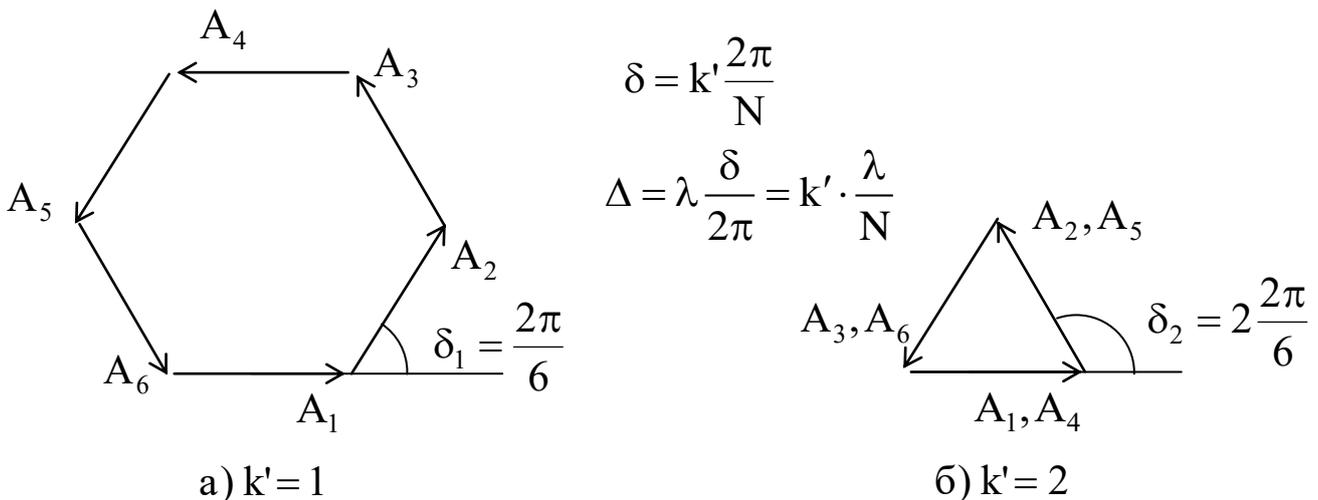


Рис. 13.2

Рассчитаем положения добавочных минимумов, ближайшие к главным максимумам.

Если в условии добавочных минимумов (13.4) положить $k' = \pm 1$, $N \pm 1$, $2N \pm 1, \dots$, т. е. $k' = mN \pm 1$, $m = 0, 1, 2, \dots$, то получим условие для добавочных минимумов, ближайших к главным максимумам порядка m :

$$d \cdot \sin \varphi = \pm \left(m \pm \frac{1}{N} \right) \lambda = \pm m\lambda \pm \frac{\lambda}{N}. \quad (13.5)$$

При разности хода $d \cdot \sin \varphi$, равной $\pm m\lambda$, наблюдается главный максимум порядка m . Добавка к разности хода величины λ/N дает условие минимума, ближайшего к главному максимуму. Эта добавка тем меньше, чем больше N – число щелей решетки, принимающих участие в образовании интерференционной картины. У хороших решеток $d \approx 10^{-6}$ м, и при длине решетки $l_p = 1$ см число щелей $N = l_p/d = 10\,000$, что дает очень узкие главные максимумы, необходимые в спектральных приборах.

График интенсивности $I_p(\sin \varphi)$ приведен на рис. 13.3.

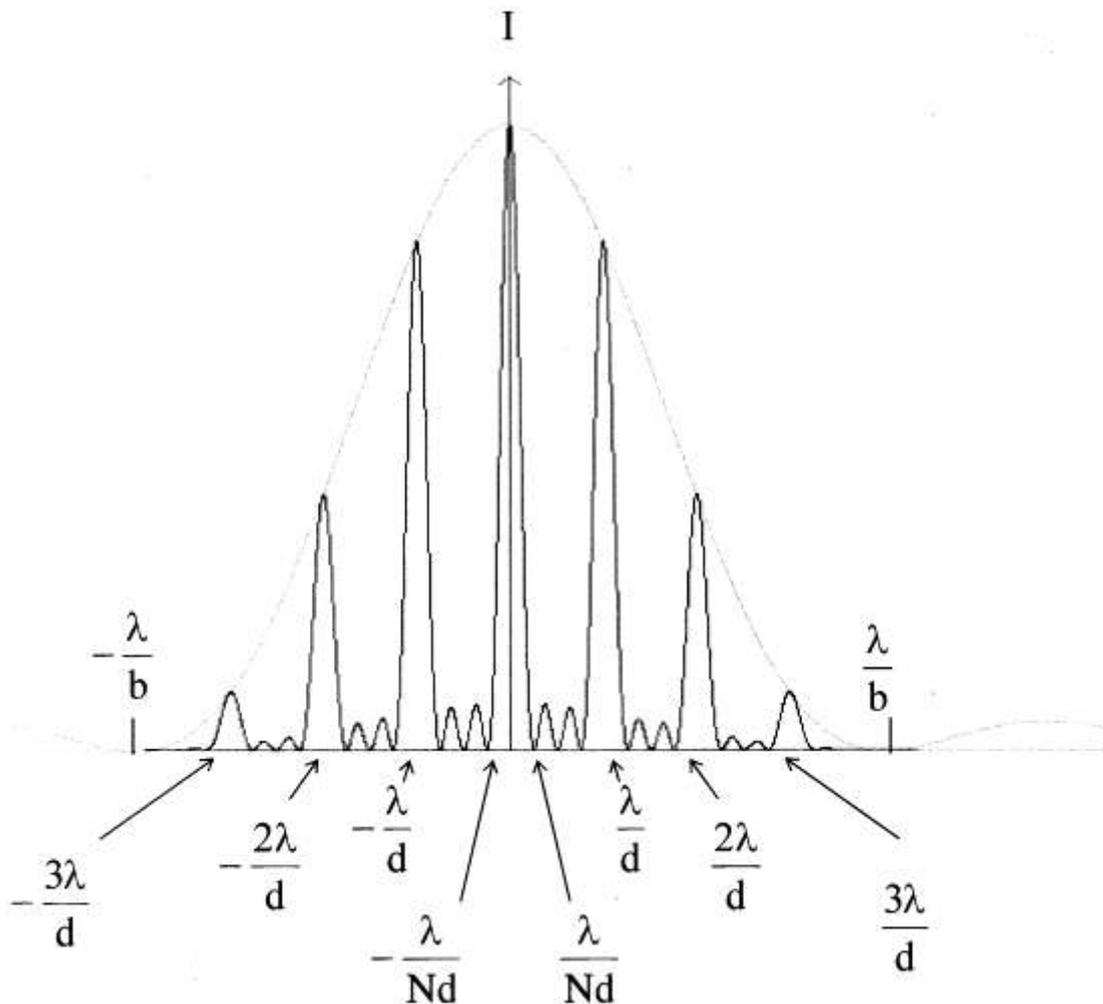


Рис. 13.3

Для наглядности графика возьмем решетку с очень малым числом щелей, $N = 4$. Пусть, для определенности, постоянная решетки d в четыре раза больше ширины щели b , т. е. $d = 4b$, а длина волны $\lambda = b / 2$. Значения $\sin\varphi$, при которых будут наблюдаться максимумы и минимумы от нашей решетки, на рис. 13.3 показаны стрелками.

Зависимость интенсивности дифракционной картины от $\sin\varphi$ изображена на рисунке 13.3 сплошной линией. Огибающая дифракционной картины – это интенсивность дифракционной картины от одной щели, помноженная на $N^2 = 4^2 = 16$.

§ 2. Дифракционная решетка как спектральный прибор

При прохождении света через дифракционную решетку, содержащую большое число щелей N , главные дифракционные максимумы получаются чрезвычайно острыми и узкими. Количество дополнительных максимумов с увеличением N увеличивается, однако их интенсивность падает и при достаточно больших N становится пренебрежимо малой по сравнению с интенсивностью главных максимумов. Поэтому можно считать, что падающая световая энергия распределяется только между главными максимумами.

При наблюдении дифракции в некогерентном (белом) свете все главные максимумы, кроме центрального (белого), будут окрашены. Радужная полоска с непрерывно изменяющимся цветом – от фиолетового (ближе к центру) до красного – называется дифракционным спектром. При освещении дифракционной решетки светом с дискретным набором длин волн можно наблюдать отдельные максимумы, соответствующие разным длинам волн. Каждый отдельный максимум дифракционного спектра называют спектральной линией с длиной волны λ . Дифракционная решетка является одним из простейших и достаточно точных устройств, используемых для определения длин волн.

Из условия главного максимума (13.1):

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2 \dots$$

видно, что положение главного максимума зависит от длины волны λ . Зная постоянную решетки d , измерив на опыте угол φ , под которым находится максимум известного порядка m , можно из условия главного максимума определить длину волны λ .

Количество наблюдаемых главных максимумов с длиной волны λ определяется из условия, что $\sin \varphi \leq 1$. Поэтому из (13.1): $m \leq d/\lambda$, при этом m может быть только целым. Заметим, что картина симметрична относительно центрального максимума. Следовательно, число наблюдаемых главных максимумов равно $(2m + 1)$.

При пропускании через решетку некогерентного света все максимумы, кроме центрального, разлагаются в спектр. Таким образом, дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор. Качество спектрального прибора характеризуется двумя величинами: дисперсией и разрешающей силой. Дисперсия дифракционной решетки характеризует ширину спектра, а разрешающая сила или разрешающая способность характеризует возможность различать две спектральные линии, близкие по длине волны.

§ 3. Дисперсия дифракционной решетки

Различают угловую и линейную дисперсию.

По определению, угловой дисперсией спектрального прибора D называется производная от углового отклонения светового луча по длине волны:

$$D \equiv \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda}. \quad (13.6)$$

Здесь и далее до конца этой главы, δ – знак дифференциала, так как буква d уже используется – она обозначает постоянную решетки.

В определении угловой дисперсии $\delta \lambda$ – разность длин волн двух соседних линий, $\delta \varphi$ – соответствующая разность углов, под которыми наблюдаются главные максимумы (рис. 13.4).

Выразим угловую дисперсию через постоянную решетки d , порядок спектра m и угол φ , под которым наблюдается максимум. Для этого найдем дифференциал от правой и левой части условия главного максимума (13.1):

$$\delta(d \cdot \sin \varphi) = \delta(m\lambda);$$

$$d \cdot \cos \varphi \delta \varphi = m\delta \lambda.$$

Воспользовавшись формулой угловой дисперсии (13.6), получим:

$$D = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi}. \quad (13.7)$$

При малых φ значения $\cos\varphi \approx 1$ и

$$D \approx \frac{m}{d}. \quad (13.8)$$

Формула (13.8) показывает, что угловая дисперсия обратно пропорциональна периоду решетки и прямо пропорциональна порядку спектра m . Чем больше порядок спектра, тем спектр шире. Начиная со 2-го и 3-го порядков, видимые спектры белого света частично перекрываются. Это следует из условия: $m\lambda_k > (m + 1)\lambda_\phi$, где $\lambda_k = 760$ нм, $\lambda_\phi = 400$ нм.

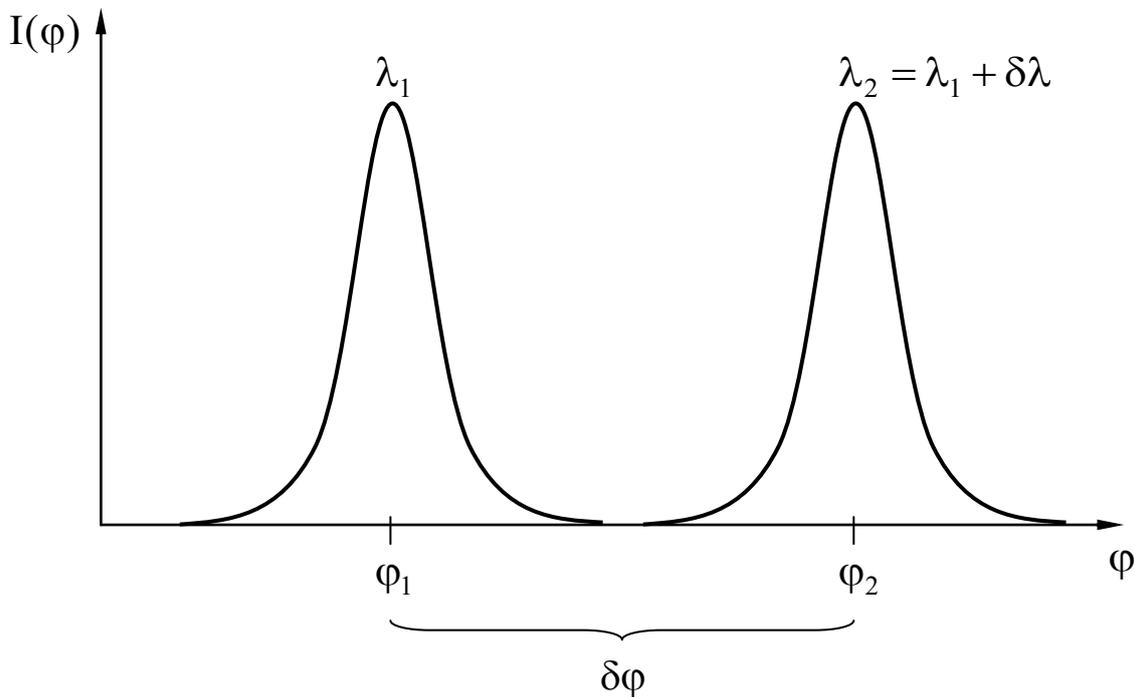


Рис. 13.4

Линейной дисперсией спектрального прибора называется производная от расстояния между спектральными линиями по длине волны света:

$$D_{\text{л}} \equiv \frac{\delta l}{\delta \lambda}, \quad (13.9)$$

где l – расстояние вдоль экрана наблюдения; δl – расстояние между линиями на экране; $\delta \lambda$ – разность длин волн двух соседних линий в спектре.

При наблюдении дифракции с помощью собирающей линзы при малых углах ($\varphi \ll 1$) из рис. 13.5 можно найти связь линейной и угловой дисперсий:

$$\boxed{D_{\text{л}} = F \cdot D}. \quad (13.10)$$

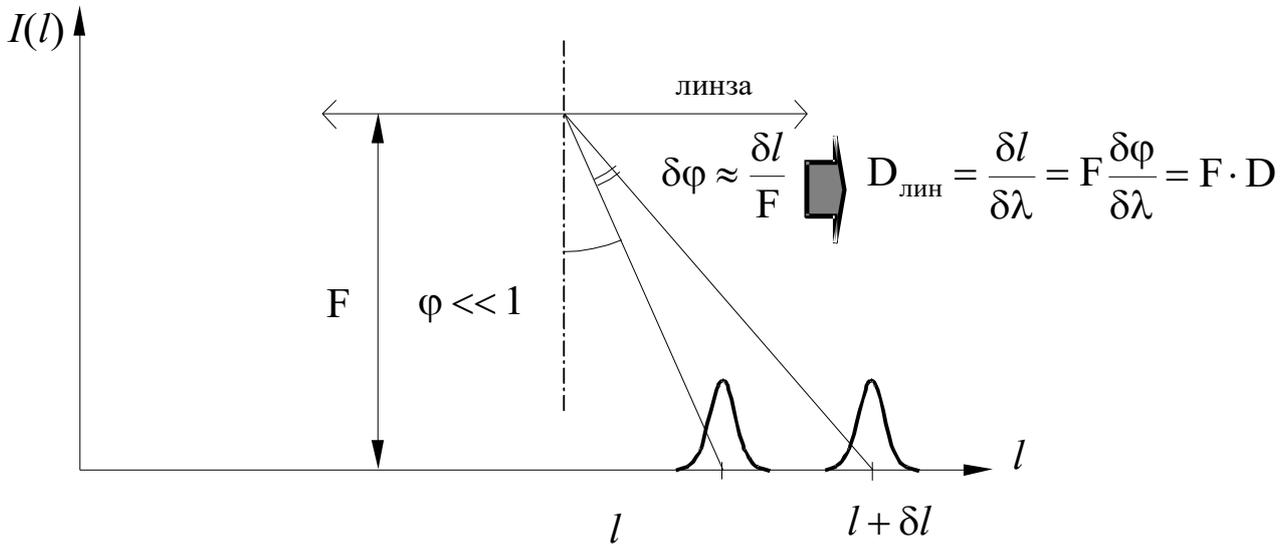


Рис. 13.5

Как видно из рис. 13.5, при небольших углах с учетом (13.6) и (13.10):

$$\delta\varphi \approx \frac{\delta l}{F} \Rightarrow \delta l \approx F \cdot \delta\varphi \Rightarrow D_{\text{л}} = F \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = F \cdot D,$$

где F – фокусное расстояние собирающей линзы.

Если наблюдение дифракционной картины ведется без линзы, на большом расстоянии L от решетки, то тогда при малых углах

$$D_{\text{лин}} = L \cdot D. \quad (13.11)$$

§ 4. Разрешающая сила дифракционной решетки

Разрешающая сила характеризует свойство дифракционной решетки разделять излучения, близкие по длине волны. Разрешающей силой, или разрешающей способностью, называют безразмерную величину:

$$\boxed{R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}}. \quad (13.12)$$

Здесь $\delta\lambda$ – минимальная разница в длинах волн соседних спектральных линий, при которой эти линии еще можно наблюдать отдельно.

Если в получаемом спектре присутствуют две линии, длины волн которых λ_1 и $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$ незначительно отличаются, то возможность их отдельного восприятия определяется двумя причинами:

- а) угловым расстоянием между максимумами этих линий;
- б) их шириной.

Угловое расстояние между максимумами увеличивается с уменьшением d – постоянной решетки (это следует из условия главного максимума (13.1)). Ширина максимумов определяется положением добавочных минимумов, ближайших к главным максимумам (13.5), и уменьшается с увеличением N – числа щелей решетки, принимающих участие в образовании главного максимума.

Опыт показывает, что два близких максимума воспринимаются глазом отдельно, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80 % от интенсивности максимума. Такое соотношение интенсивности имеет место в том случае, если середина одного максимума совпадает с краем другого. Этот критерий предложен Рэлеем (Дж.В. Релей – английский физик (1842–1919)).

Критерий Релея определяет величину $\delta\lambda$ в соответствии с рис. 13.6.

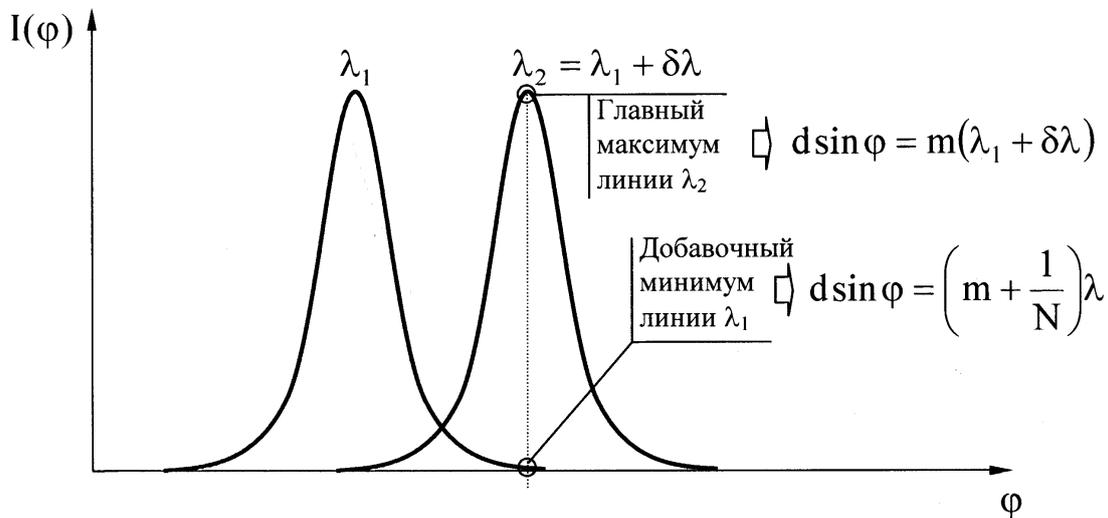


Рис. 13.6

Считают, что линии разрешены, если главный максимум линии $\lambda_1 + \delta\lambda$ и добавочный минимум линии λ_1 совпадают, следовательно (см. рис. 13.6):

$$m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda \Rightarrow m\delta\lambda = \frac{1}{N}\lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.$$

По определению (13.12)

$$R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

В результате получим:

$$\boxed{R = mN}. \quad (13.13)$$

Разрешающая сила R есть величина, обратная относительной погрешности определения длины волны. Она показывает, во сколько раз длина волны λ больше минимально возможной абсолютной погрешности $\delta\lambda$.

Подчеркнем, что N в формуле для разрешающей силы – это число щелей, принимающих участие в образовании главного максимума порядка m .

§ 5. Разрешающая сила объектива

Дифракция света лежит в основе расчетов разрешающей способности геодезических, фотограмметрических, оптических приборов. Поэтому для студентов всех специальностей СГГА важно рассмотреть такой вопрос, как разрешающая сила объектива.

Объектив представляет собой линзу, заключенную в круглую оправу. Разрешающая сила (способность) объектива оптических приборов характеризует их способность давать отдельные изображения двух близко расположенных точек. Из-за дифракции света изображение точки представляет собой не строго точку, а кружок (светлое пятно, окруженное кольцами). Основная часть световой энергии (84 %) приходится на центральное светлое пятно. Поэтому в первом приближении дифракционную картину можно считать состоящей из одного лишь светлого пятна (рис. 13.7). Расчет дифракции Фраунгофера на круглом отверстии показывает, что первый минимум отстоит от центра дифракционной картины на угловое расстояние:

$$\varphi_{\min} = \arcsin 1,22 \frac{\lambda}{D},$$

где D – диаметр линзы; λ – длина световой волны.

Если $D \gg \lambda$,

то
$$\varphi_{\min} \approx 1,22\lambda / D. \quad (13.14)$$

При очень малом угловом расстоянии между двумя точками их изображения, получающиеся с помощью какого-либо оптического прибора, наложатся друг на друга и не разрешаются прибором.

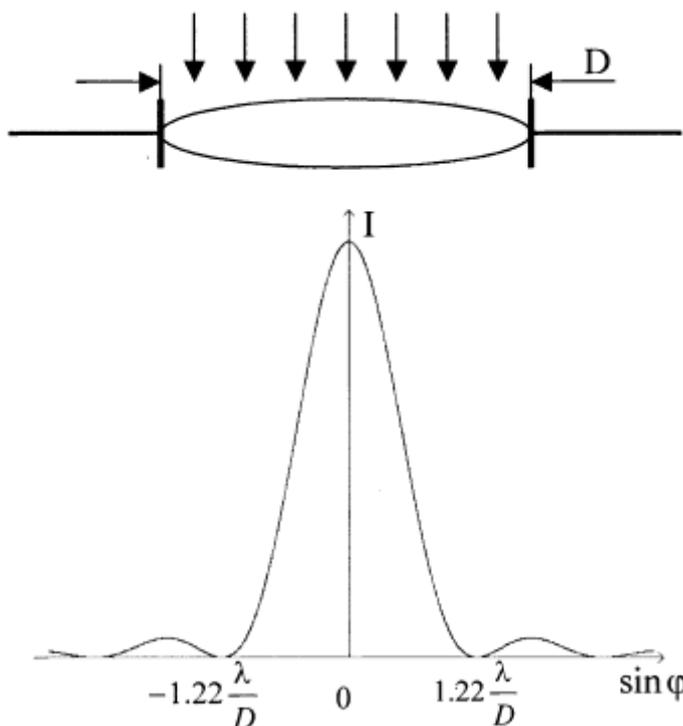


Рис. 13.7

прибора, наложатся друг на друга и не разрешаются прибором.

Наименьшее угловое расстояние между двумя точками $\delta\psi$, при котором система дает их отдельное изображение, называется пределом разрешения. Величина, обратная пределу разрешения, называется разрешающей силой прибора:

$$R \equiv \frac{1}{\delta\psi}. \quad (13.15)$$

Найдем разрешающую силу фотоаппарата или зрительной трубы для случая, когда рассматриваются или фотографируются удаленные объекты.

Вспользуемся рис. 13.8, где изображено распределение интенсивности света на экране или фотопластинке.

Вспользуемся рис. 13.8, где изображено распределение интенсивности света на экране или фотопластинке.

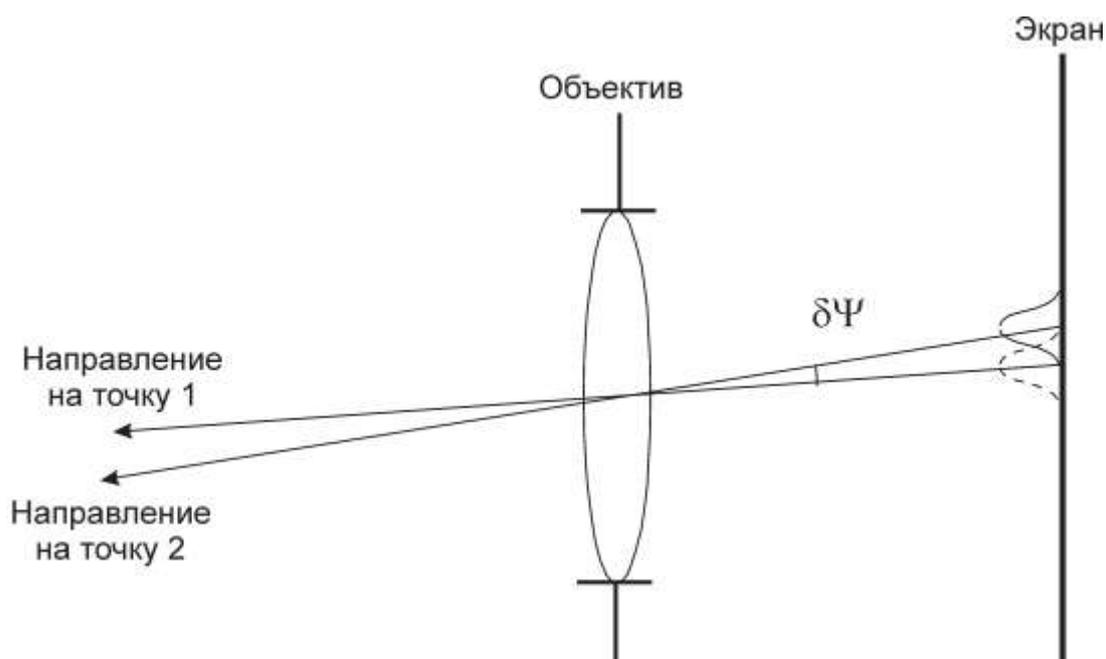


Рис. 13.8

По критерию Релея: $\delta\psi = \varphi_{\min}$.

Предел разрешения с учетом (13.14) равен:

$$\delta\psi \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}.$$

Разрешающая сила объектива по (13.15):

$$R = \frac{D}{1,22\lambda}. \quad (13.16)$$

Из формулы (13.16) следует, что разрешающая сила объектива прямо пропорциональна его апертуре (диаметру). Поэтому для повышения разрешающей силы оптические телескопы имеют большой диаметр. Разрешающая сила зависит от длины волны, на которой работает прибор. Поэтому разрешающая сила электронного микроскопа в 10^3 раз больше, чем разрешающая сила оптического микроскопа.

ИТОГИ ЛЕКЦИИ № 13

1. Дифракционная решетка – это совокупность большого числа одинаковых щелей, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Сумма ширины прозрачного и непрозрачного промежутков называется постоянной или периодом дифракционной решетки d .

2. Условие главных максимумов интенсивности для дифракционной решетки получается из учета интерференции от соседних щелей. Оно имеет вид (13.1):

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2 \dots,$$

где m – порядок максимума; φ – угол дифракции; λ – длина волны света.

3. Учет дифракции от N щелей приводит к зависимости интенсивности главных максимумов от угла дифракции. Условие минимума для дифракционной решетки будет таким же, как условие минимума для щели (12.5):

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2 \dots,$$

где b – ширина щели.

4. Учет интерференции от всей совокупности щелей приводит к образованию дополнительных максимумов и минимумов, расположенных между главными максимумами. Дополнительные максимумы имеют пренебрежимо малую интенсивность по сравнению с главными. Условие добавочных минимумов имеет вид (13.4):

$$d \cdot \sin \varphi = \pm(k'/N)\lambda, \quad (k' = 1, 2, \dots) - \text{целое число, не кратное } N,$$

где N – число щелей в решетке.

5. При наблюдении дифракции в сложном (немонохроматическом) свете главные максимумы, кроме центрального, будут представлять собой спектр, который состоит из спектральных линий. Таким образом, дифракционная решетка будет представлять собой спектральный прибор.

6. Дисперсия спектрального прибора характеризует ширину спектра. Угловая дисперсия спектрального прибора равна производной от углового отклонения светового луча по длине волны (13.6):

$$D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda}.$$

Угловая дисперсия дифракционной решетки равна (13.7):

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi}.$$

Линейная дисперсия дифракционной решетки равна произведению угловой дисперсии на фокусное расстояние собирающей линзы (13.10):

$$D_{\text{л}} = DF.$$

7. Разрешающая сила (способность) дифракционной решетки характеризует свойство разделять излучения, близкие по длине волны (13.11):

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda}.$$

По критерию Релея, две линии в спектре считаются разрешенными, если максимум одной линии приходится на минимум другой.