ОТКРЫТИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА

ЛЕКЦИЯ № 1

Краткие исторические сведения. Тепловое излучение. Излучение абсолютно черного тела. Закон Кирхгофа

§ 1. Краткие исторические сведения

Немецкий физик Макс Планк 14 декабря 1900 г. выступил на заседании Германского физического общества с докладом, в котором он сообщил о полученной им формуле распределения энергии (см. (2.1)) в спектре излучения абсолютно черного тела (см. § 3 настоящей лекции). Полученная им теоретическая зависимость хорошо описывала экспериментальные результаты.

14 декабря 1900 г. считают **датой рождения квантовой физики**.

При выводе своей формулы М. Планк сделал одно из важнейших физических открытий: он нашел новую универсальную постоянную, названную впоследствии **постоянной Планка.** Ее обозначают буквой h, в системе СИ постоянная Планка имеет следующее значение:

$$h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}, \tag{1.1}$$

размерность постоянной Планка – джоуль, умноженный на секунду, носит название «**действие**», поэтому постоянную Планка называют также **«квант действия»**.

С квантом действия Планк связал понятие «**квант энергии**». Это наименьшая порция энергии, которую нагретое тело может либо излучить, либо поглотить. **Величина кванта энергии**

$$\boxed{\varepsilon = h\nu}, \tag{1.2}$$

здесь ν – частота колебаний электромагнитной волны, излучаемой телом.

Если вместо ν использовать круговую частоту $\omega = 2\pi\nu$, то энергия кванта $\varepsilon = h\omega/2\pi$. Величину

$$\boxed{\frac{h}{2\pi} \equiv \eta},\ \eta = 1{,}05458 \cdot 10^{-34}\,\text{Дж} \cdot \text{с} \tag{1.3}$$

также называют постоянной Планка. Тогда энергия кванта

$$\boxed{\varepsilon = \eta\omega}. \tag{1.4}$$

Альберт Эйнштейн, используя и развивая введенное М. Планком понятие о квантах энергии, ввел понятие «квант света». Термин **фотон** (от греческого photos – свет) ввёл в 1929 г. американский учёный Г. Льюис. Согласно Эйнштейну, энергия, излученная в виде кванта электромагнитной волны, не распределяется непрерывно во всевозрастающем объеме пространства, а движется в виде локализованного в малой области фотона, обладающего энергией $\varepsilon = h\nu$.

Эта гипотеза позволила Эйнштейну объяснить явление фотоэффекта (1905 г.).

В 1909–1910 гг. в лаборатории английского физика Эрнста Резерфорда были проведены исследования по рассеянию α-частиц тонким слоем вещества. Схема опыта изображена на рис. 1.1.

Рис. 1.1

Как мы знаем, α-частицы – это ядра атома гелия. Они испускаются кусочком радиоактивного вещества – радия. Свинцовая оболочка с узким отверстием позволяет сформировать узкий пучок α-частиц. Скорости α-частиц – порядка 10^7 м/с, они имеют положительный заряд, равный двум элементарным, и их масса более, чем в семь тысяч раз превышает массу электрона. Сотрудники Резерфорда Э. Марсден и Х. Гейгер в 1909 г. обнаружили, что очень небольшая часть α-частиц (примерно 1 / 8 000) рассеивается на угол $\theta > \pi/2$, т. е. назад. Осмысливание этого факта привело в 1911 г. Э. Резерфорда к **планетарной модели атома**. Согласно этой модели, в центре атома находится очень маленькое ядро ($r_я \sim 10^{-15}$ м), в ядре сосредоточена почти вся масса атома. Заряд ядра положительный (оно-то и отталкивает летящие на него α-частицы). Отрицательно заряженные электроны движутся вокруг ядра подобно планетам Солнечной системы. Расстояния, на которых находятся самые удаленные от ядра электронные орбиты, определяют размер атома. Этот размер имеет порядок 10^{-10} м, т. е. весь атом больше своего ядра примерно в 100 000 раз!

Атом в модели Резерфорда оказался неустойчивым. Как мы знаем (см. ч. 3, лекция № 7), ускоренно движущаяся заряженная частица излучает электромагнитные волны. Криволинейное движение, даже при постоянной по модулю скорости, является ускоренным, следовательно, в планетарной модели электроны будут терять свою энергию. Как показывают расчеты, за время порядка 10^{-8} с электроны упадут на ядро. Но весь наш опыт неопровержимо и весомо свидетельствует о стабильности атомов!

Проблемой теоретического описания атома заинтересовался датский физик Нильс Бор. Он в 1912 г. приезжает к Резерфорду и подробно знакомится с результатами его работ. В 1913 г. Н. Бор публикует работу «О строении атомов и молекул».

В этой работе Бор взял за основу модель атома Резерфорда и дополнил ее квантовыми представлениями, введенными М. Планком и развитыми А. Эйнштейном. Основу квантовой теории атома Бора составляют два его постулата, дополненные условием стационарности состояния атома. Эти два постулата мы приведем в лекции № 4, § 1.

Развитая Бором на основе этих постулатов, теория атома водорода позволила рассчитать спектр излучения этого атома. Результаты расчетов оказались в замечательном соответствии с имевшимися экспериментальными данными.

§ 2. Тепловое излучение

Излучение телами электромагнитных волн может происходить за счет различных видов энергии.

Тепловым называется электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет его ***внутренней энергии*** (см. ч. 4, лекция № 4, § 2). Все остальные виды излучения, возбуждаемые внешними источниками энергии, называются ***люминесценцией***.

Тепловое излучение является единственным видом излучения, которое может находиться в термодинамическом равновесии с окружающими телами. Это обусловлено тем, что с повышением температуры тел интенсивность теплового излучения растет.

Энергетическая светимость тела – это отношение энергии dE, испускаемой за время dt поверхностью dS излучающего тела по всем направлениям, к величинам dS и dt:

$$\boxed{R \equiv \frac{dE}{dtdS}},\ [R] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \tag{1.5}$$

По существу, энергетическая светимость совпадает с интенсивностью излучения – средним по времени от вектора Пойнтинга, дающим плотность потока энергии электромагнитной волны.

При тепловом излучении энергетическая светимость R является функцией температуры T.

Спектральная плотность энергетической светимости r_λ (или испускательная способность тела) – это отношение энергетической светимости dR, взятой в бесконечно малом интервале длин волн dλ, к величине dλ:

$$\boxed{r_\lambda \equiv \frac{dR}{d\lambda}},\ [r_\lambda] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}\cdot\text{м}^2}\Big/\text{м}. \tag{1.6}$$

Спектральная плотность энергетической светимости r_λ является функцией длины волны λ и температуры T.

Другое название r_λ – *испускательная способность*.

Из (1.6) получим, что

$$dR = r_\lambda d\lambda, \tag{1.7}$$

значит

$$R = \int dR = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda. \tag{1.8}$$

Так как электромагнитное излучение характеризуется частотой ω, то можно ввести спектральную плотность энергетической светимости r_ω.

Спектральная плотность энергетической светимости r_ω – это отношение энергетической светимости dR, взятой в бесконечно малом интервале частот dω, к величине dω, т. е.:

$$\boxed{r_\omega \equiv \frac{dR}{d\omega}},\ \left[r_\omega\right] = \frac{Дж}{с \cdot м^2} \Big/ \frac{1}{с}, \qquad (1.9)$$

r_ω является функцией частоты ω и температуры T. Величину r_ω называют, так же, как и r_λ, ***испускательной способностью тела***.

Величину r_ω чаще используют в теоретических исследованиях, а r_λ – в экспериментальных.

Из (1.9) получим, что:

$$dR = r_\omega d\omega, \qquad (1.10)$$

значит

$$R = \int dR = \int_0^\infty r_\omega d\omega. \qquad (1.11)$$

Величины λ и ω, как мы знаем, связаны соотношением $\lambda = 2\pi c/\omega$ (для электромагнитной волны в вакууме v = c). Связь dλ и dω получим дифференцированием этого равенства:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega \cdot$$

Знак «минус» указывает на то, что с ростом длины волны λ круговая частота ω убывает.

Для соответствующих интервалов dλ и dω можно записать:

$$r_\lambda d\lambda = r_\omega d\omega.$$

Заменив dλ на его выражения через dω и опуская знак «минус», получим:

$$\boxed{r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega = r_\omega d\omega}. \qquad (1.12)$$

Используя эти выражения, можно перейти от r_λ к r_ω и обратно.

Поток излучения Ф – это отношение энергии dE, переносимой электромагнитным излучением через какую-либо поверхность, ко времени переноса dt, значительно превышающему период электромагнитных колебаний. Поток излучения Ф – синоним понятия ***мощность излучения***. Единица измерения потока – ватт.

$$\boxed{\Phi = \frac{dE}{dt}},\ [\Phi] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}. \qquad (1.13)$$

Поглощательная способность тела *a_ω* – это отношение поглощаемого телом потока излучения $d\Phi_\omega'$ (или $d\Phi_\lambda'$) в интервале частот $d\omega$ (или длин волн $d\lambda$) к падающему на него потоку $d\Phi_\omega$ (или $d\Phi_\lambda$) в том же интервале $d\omega$ (или $d\lambda$), т. е.:

$$\boxed{a_\omega \equiv \frac{d\Phi_\omega'}{d\Phi_\omega}} \text{ или } \boxed{a_\lambda = \frac{d\Phi_\lambda'}{d\Phi_\lambda}}. \qquad (1.14)$$

Поглощательная способность тела a_ω (как и a_λ) – величины безразмерные (это следует из определения).

§ 3. Излучение абсолютно черного тела. Закон Кирхгофа

Абсолютно черное тело – это тело, для которого поглощательная способность тождественно равна единице для всех частот или длин волн и для любой температуры, т. е.:

$$\boxed{a_\omega \equiv 1} \text{ или } \boxed{a_\lambda \equiv 1}.$$

Из определения абсолютно черного тела следует, что оно должно поглощать все падающее на него излучение.

Понятие «абсолютно черное тело» – это модельное понятие. В природе абсолютно черных тел не существует, но можно создать устройство, являющееся хорошим приближением к абсолютно черному телу, – *модель абсолютно черного тела.*

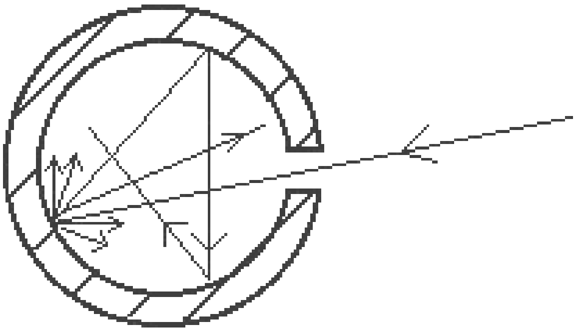

Рис. 1.2

Модель абсолютно черного тела – это замкнутая полость с маленьким, по сравнению с ее размерами, отверстием (рис. 1.2). Полость изготавливают из материала, достаточно хорошо поглощающего излучение. Излучение, попавшее в отверстие, прежде чем выйти из отверстия, многократно отражается от внутренней поверхности полости.

При каждом отражении часть энергии поглощается, в результате из отверстия выходит отраженный поток $d\Phi''$, являющийся очень малой частью попавшего в него потока излучения $d\Phi$. В результате поглощательная способность ***отверстия в полости*** будет близка к единице.

Если внутренние стенки полости поддерживать при температуре T, то из отверстия будет выходить излучение, свойства которого будут очень близки к свойствам излучения абсолютно черного тела. Внутри полости это излучение будет находиться в термодинамическом равновесии с веществом полости.

По определению плотности энергии, объемная плотность энергии w(T) равновесного излучения в полости – это:

$$w(T) \equiv \frac{dE}{dV}, \tag{1.15}$$

где dE – энергия излучения в объеме dV. **Спектральное распределение объемной плотности** дается функциями $u(\lambda, T)$ (или $u(\omega, T)$), которые вводятся аналогично спектральной плотности энергетической светимости ((1.6) и (1.9)), т. е.:

$$\boxed{u(\lambda, T) = \frac{dw_\lambda}{d\lambda}} \text{ или } \boxed{u(\omega, T) = \frac{dw_\omega}{d\omega}}. \tag{1.16}$$

Здесь dw_λ и dw_ω – объемная плотность энергии в соответствующем интервале длин волн $d\lambda$ или частот $d\omega$.

Закон Кирхгофа утверждает, что отношение ***испускательной способности*** тела ((1.6) и (1.9)) к его ***поглощательной способности*** (1.14) одинаково для всех тел и является универсальной функцией частоты ω (или длины волны λ) и температуры T, т. е.:

$$\boxed{\frac{r_\lambda}{a_\lambda} = \varphi(\lambda, T)} \text{ либо } \boxed{\frac{r_\omega}{a_\omega} = f(\omega, T)}. \tag{1.17}$$

Очевидно, что если поглощательная способность a_ω (или a_λ) для разных тел разная, то из закона Кирхгофа следует, что чем сильнее тело поглощает излучение, тем сильнее оно должно это излучение испускать. Так как для абсолютно черного тела $a_\omega \equiv 1$ (или $a_\lambda \equiv 1$), то отсюда следует, что *в случае абсолютно черного тела:*

$$f(\omega, T) = r_\omega \text{ и } \varphi(\lambda, T) = r_\lambda. \tag{1.18}$$

Иными словами, $f(\omega, T)$, либо $\varphi(\lambda, T)$, ***есть не что иное, как спектральная плотность энергетической светимости (или испускательная способность) абсолютно черного тела***.

Функции $\varphi(\lambda, T)$ и $f(\omega, T)$ связаны со спектральной плотностью энергии излучения абсолютно черного тела следующими соотношениями:

$$\boxed{\varphi(\lambda, T) = \frac{c}{4} u(\lambda, T)} \text{ или } \boxed{f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T)}, \tag{1.19}$$

где c – скорость света в вакууме.

Схема установки для опытного определения зависимости $\varphi(\lambda, T)$ приведена на рис. 1.3.

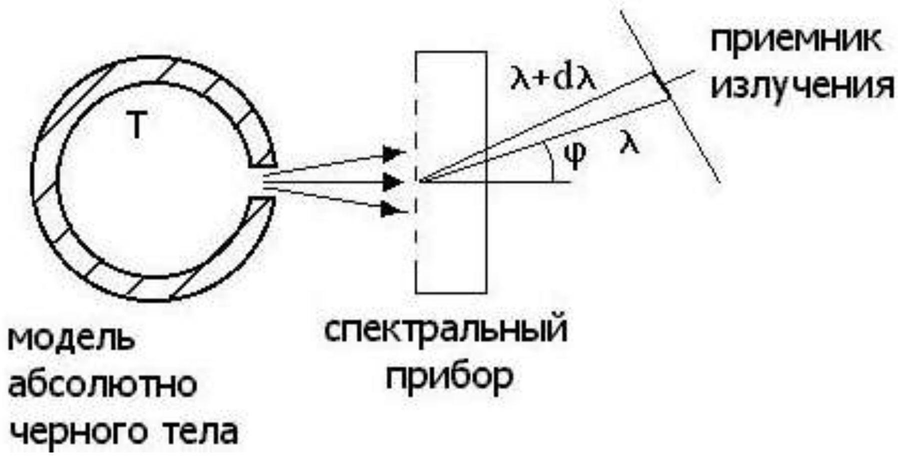

Рис. 1.3

Излучение испускается из отверстия замкнутой полости, нагретой до температуры T, затем попадает на спектральный прибор (призменный или решеточный монохроматор), который выделяет излучение в интервале частот от λ до λ + dλ. Это излучение попадает на приемник, который позволяет измерить падающую на него мощность излучения. Поделив эту приходящуюся на интервал от λ до λ + dλ мощность на площадь излучателя (площадь отверстия в полости!), мы получим значение функции $\varphi(\lambda, T)$ для данной длины волны λ и температуры T. Полученные экспериментальные результаты воспроизведены на рис. 1.4.

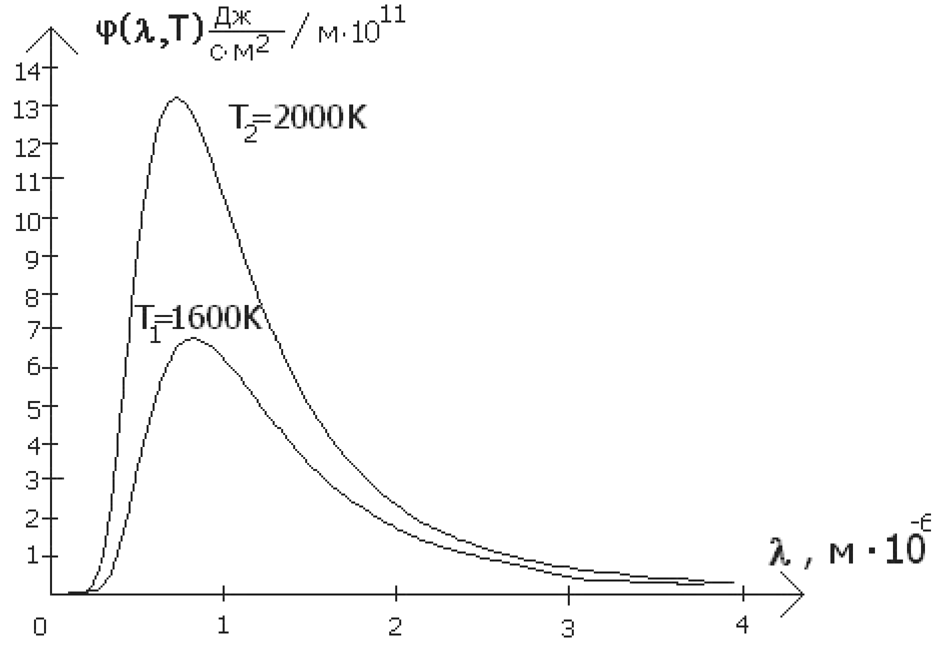

Рис. 1.4

ИТОГИ ЛЕКЦИИ № 1

1. Немецкий физик Макс Планк в 1900 г. выдвинул гипотезу, согласно которой электромагнитная энергия излучается порциями, квантами энергии. Величина кванта энергии (см. (1.2)):

$$\varepsilon = h\nu,$$

где $h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка; ν – частота колебаний электромагнитной волны, излучаемой телом.

Эта гипотеза позволила Планку решить проблему излучения абсолютно черного тела.

2. А. Эйнштейн, развивая понятие Планка о квантах энергии, ввел в 1905 г. понятие «квант света», или фотон. Согласно Эйнштейну, квант электромагнитной энергии $\varepsilon = h\,\nu$ движется в виде фотона, локализованного в малой области пространства. Представление о фотонах позволило Эйнштейну решить проблему фотоэффекта.

3. Английский физик Э. Резерфорд, основываясь на экспериментальных исследованиях, проведенных в 1909–1910 гг., построил планетарную модель атома. Согласно этой модели, в центре атома расположено очень маленькое ядро ($r_я \sim 10^{-15}$ м), в котором сосредоточена почти вся масса атома. Заряд ядра положителен. Отрицательно за-

ряженные электроны движутся вокруг ядра наподобие планет Солнечной системы по орбитам, размер которых ~ 10^{-10} м.

4. Атом в модели Резерфорда оказался неустойчивым: согласно электродинамике Максвелла, электроны, двигаясь по круговым орбитам, должны непрерывно излучать энергию, в результате чего за время ~ 10^{-8} с они должны упасть на ядро. Но весь наш опыт свидетельствует о стабильности атома. Так возникла проблема стабильности атома.

5. Решил проблему стабильности атома в 1913 г. датский физик Нильс Бор на основе выдвинутых им двух постулатов. В теории атома водорода, развитой Н. Бором, существенную роль играет постоянная Планка.

6. Тепловым называется электромагнитное излучение, испускаемое веществом за счет его внутренней энергии. Тепловое излучение может находиться в термодинамическом равновесии с окружающими телами.

7. Энергетическая светимость тела R – это отношение энергии dE, испускаемой за время dt поверхностью dS по всем направлениям, к dt и dS (см. (1.5)):

$$R \equiv \frac{dE}{dtdS}, \quad [R] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

8. Спектральная плотность энергетической светимости r_λ (или испускательная способность тела) – это отношение энергетической светимости dR, взятой в бесконечно малом интервале длин волн dλ, к величине dλ (см. (1.6)):

$$r_\lambda \equiv \frac{dR}{d\lambda}, \quad [r_\lambda] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \Big/ \text{м}.$$

9. Поток излучения Ф – это отношение энергии dE, переносимой электромагнитным излучением через какую-либо поверхность, ко времени переноса dt, значительно превышающему период электромагнитных колебаний (см. (1.13)):

$$\Phi = \frac{dE}{dt}, \quad [\Phi] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

10. Поглощательная способность тела a_λ – это отношение поглощаемого телом потока излучения $d\Phi_\lambda'$ в интервале длин волн dλ к падающему на него потоку $d\Phi_\lambda$ в том же интервале dλ (см. (1.14)):

$$a_\lambda = \frac{d\Phi_\lambda'}{d\Phi_\lambda}.$$

11. Абсолютно черное тело – это тело, для которого поглощательная способность тождественно равна единице для всех длин волн и для любой температуры, т. е.

$$a_\lambda \equiv 1.$$

Абсолютно черное тело – это модельное понятие.

12. Закон Кирхгофа утверждает, что отношение испускательной способности тела r_λ к его поглощательной способности a_λ одинаково *для всех тел* и является универсальной функцией длины волны λ (или частоты ω) и температуры T (см. (1.17)):

$$\frac{r_\lambda}{a_\lambda} = \varphi(\lambda, T) \quad \text{либо} \quad \frac{r_\omega}{a_\omega} = f(\omega, T).$$

ЛЕКЦИЯ № 2

Проблема излучения абсолютно черного тела. Формула Планка. Закон Стефана-Больцмана, закон Вина

§ 1. Проблема излучения абсолютно черного тела. Формула Планка

Проблема излучения абсолютно черного тела состояла в том, чтобы ***теоретически получить зависимость* φ(λ, T)** – спектральную плотность энергетической светимости абсолютно черного тела.

Казалось, что ситуация ясна: при заданной температуре T молекулы вещества излучающей полости имеют максвелловское распределение по скоростям и излучают электромагнитные волны в соответствии с законами классической электродинамики. Излучение находится в термодинамическом равновесии с веществом, значит, для нахождения спектральной плотности энергии излучения $u(\lambda, T)$ и связанной с ней функции $\varphi(\lambda, T)$ можно использовать законы термодинамики и классической статистики.

Однако, все попытки теоретиков получить на основе классической физики закон излучения абсолютно черного тела потерпели неудачу.

Частичный вклад в решение этой проблемы внесли Густав Кирхгоф, Вильгельм Вин, Иозеф Стефан, Людвиг Больцман, Джон Уильям Релей, Джеймс Хонвуд Джинс.

Проблема излучения абсолютно черного тела была решена Максом Планком. Для этого ему пришлось отказаться от классических представлений и сделать предположение о том, что заряд, совершающий колебания с частотой ν, может получать или отдавать энергию порциями, или квантами.

Величина кванта энергии, в соответствии с (1.2) и (1.4):

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{\omega}{2\pi} = \eta\omega,$$

где h – постоянная Планка; $\eta = h/2\pi$; ν – частота колебаний электромагнитной волны, излученной колеблющимся зарядом; $\omega = 2\pi\nu$ – круговая частота.

На основе представления о квантах энергии М. Планк, используя методы статистической термодинамики, получил выражение для функции u(ω, T), дающей **распределение плотности энергии в спектре излучения абсолютного черного тела**:

$$\boxed{u(\omega,T)=\frac{\eta\omega^3}{\pi^2c^3}\cdot\frac{1}{e^{\frac{\eta\omega}{kT}}-1}},\ [u]=\frac{Дж}{м^3}\Big/\frac{1}{с}. \qquad (2.1)$$

Вывод этой формулы будет дан в лекции № 12, § 3 после того, как мы познакомимся с основами квантовой статистики.

Для перехода к спектральной плотности энергетической светимости f(ω, T) запишем вторую формулу (1.19):

$$\boxed{f(\omega,T)=\frac{c}{4}u(\omega,T)}.$$

Используя это соотношение и формулу Планка (2.1) для u(ω, T), получим, что:

$$\boxed{f(\omega,T)=\frac{\eta\omega^3}{4\pi^2c^2}\cdot\frac{1}{e^{\frac{\eta\omega}{kT}}-1}},\ [f(\omega,T)]=\frac{Дж}{с\cdot м^2}\Big/\frac{1}{с}. \qquad (2.2)$$

Это и есть формула Планка для **спектральной плотности энергетической светимости f(ω, T)**.

Теперь мы получим формулу Планка для φ(λ, T). Как мы знаем из (1.18), в случае абсолютно черного тела $f(\omega,T)=r_\omega$, а $\varphi(\lambda,T)=r_\lambda$.

Связь между r_λ и r_ω дает формула (1.12), применяя которую, мы получим:

$$\varphi(\lambda,T)=f\left(\frac{2\pi c}{\lambda},T\right)\frac{2\pi c}{\lambda^2}. \qquad (2.3)$$

Здесь мы аргумент ω функции f(ω, T) выразили через длину волны λ. Подставляя сюда формулу Планка для f(ω, T) из (2.2), получим формулу Планка для φ(λ, T) – спектральной плотности энергетической светимости в зависимости от длины волны λ:

$$\boxed{\varphi(\lambda,T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}},\ [\varphi(\lambda,T)]=\frac{Дж}{с\cdot м^2}\Big/м. \qquad (2.4)$$

График этой функции хорошо совпадает с экспериментальными графиками $\varphi(\lambda, T)$ для всех длин волн и температур.

Это и означает, что проблема излучения абсолютно черного тела решена.

§ 2. Закон Стефана – Больцмана и закон Вина

Из (1.11) для абсолютно черного тела, когда $r_\omega = f(\omega, T)$, получим энергетическую светимость $R(T)$, интегрируя функцию $f(\omega, T)$ (2.2) во всем интервале частот:

$$R = \int_0^\infty f(\omega, T)d\omega = \int_0^\infty \frac{h\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{d\omega}{e^{\frac{\eta\omega}{kT}} - 1}.$$

Интегрирование дает:

$$R = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \eta^3} T^4.$$

Введем обозначение:

$$\boxed{\sigma \equiv \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \eta^3}}, \qquad (2.5)$$

тогда выражение для энергетической светимости R примет следующий вид:

$$\boxed{R = \sigma T^4}. \qquad (2.6)$$

Это и есть ***закон Стефана – Больцмана***.

И. Стефан на основе анализа опытных данных пришел в 1879 г. к выводу, что энергетическая светимость любого тела пропорциональна четвертой степени температуры.

Л. Больцман в 1884 г. нашел из термодинамических соображений, что такая зависимость энергетической светимости от температуры справедлива лишь для абсолютно черного тела.

Постоянная σ носит название ***постоянной Стефана – Больцмана***. Ее экспериментальное значение:

$$\boxed{\sigma = 5{,}670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \Big/ \text{К}^4}. \qquad (2.7)$$

Вычисления по теоретической формуле дают для σ результат, очень хорошо согласующийся с экспериментальным.

Отметим, что графически энергетическая светимость равна площади, ограниченной графиком функции f(ω, T), это иллюстрирует рис. 2.1.

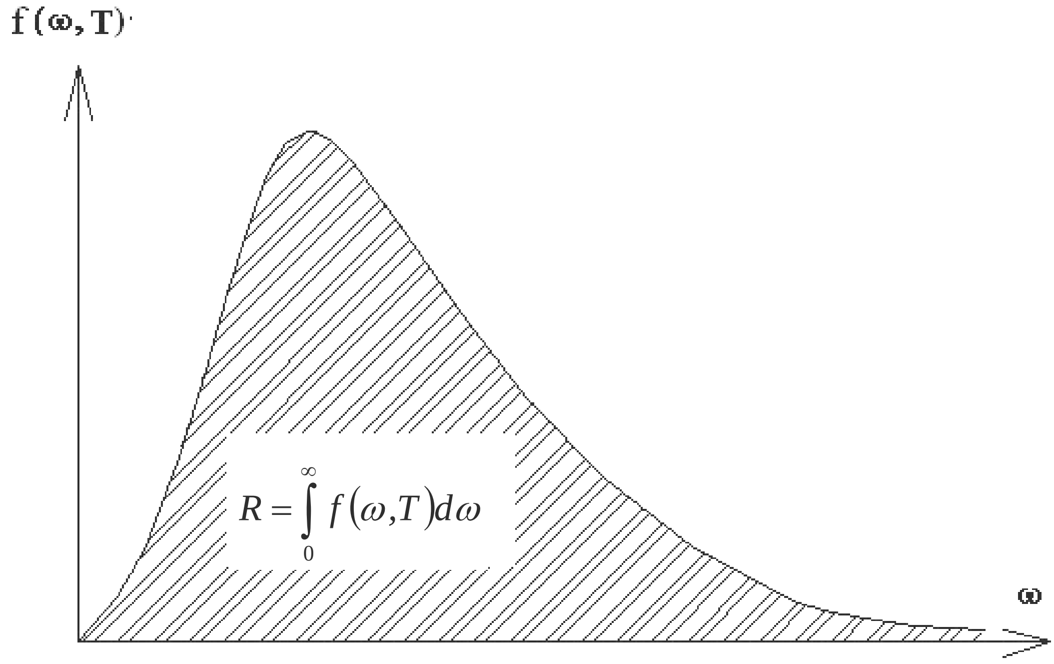

Рис. 2.1

Максимум графика спектральной плотности энергетической светимости φ(λ, T) при повышении температуры смещается в область более коротких волн (рис. 2.2). Для нахождения закона, по которому происходит смещение максимума φ(λ, T) в зависимости от температуры, надо исследовать функцию φ(λ, T) на максимум. Определив положение этого максимума, мы получим закон его перемещения с изменением температуры.

Как известно из математики, для исследования функции на максимум надо найти ее производную и приравнять к нулю:

$$\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} = 0.$$

Подставив сюда φ(λ, T) из (1.23) и взяв производную, получим три корня алгебраического уравнения относительно переменной λ. Два из них (λ = 0 и λ = ∞) соответствуют нулевым минимумам функции φ(λ, T). Для третьего корня получается приближенное выражение:

$$\lambda_{max} T = \frac{2\pi\eta c}{4{,}965k} = \frac{hc}{4{,}965k}.$$

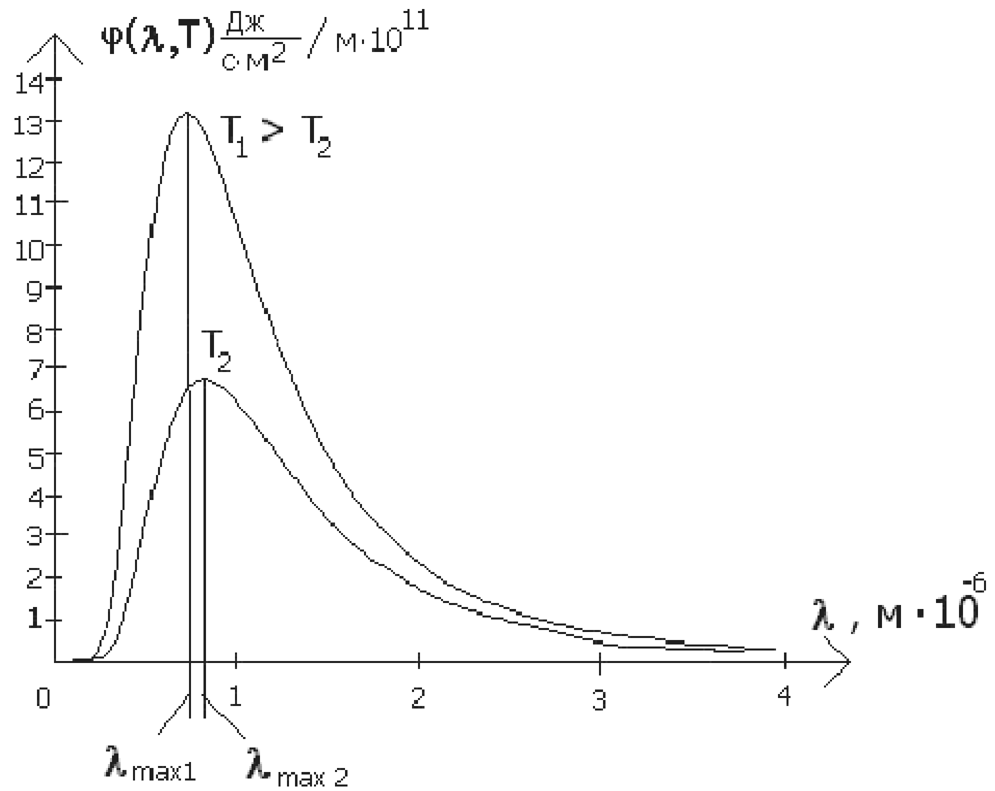

Рис. 2.2

Введем обозначение:

$$\boxed{b \equiv \frac{hc}{4{,}965k}}, \qquad (2.8)$$

тогда положение максимума функции φ(λ, T) будет определяться простой формулой:

$$\boxed{\lambda_{max}T = b}. \qquad (2.9)$$

Это и есть ***закон смещения Вина***.

Он назван так в честь В. Вина, теоретически получившего в 1894 г. это соотношение. Постоянная в законе смещения Вина имеет следующее численное значение:

$$\boxed{b = 2{,}90 \cdot 10^{-3} \text{м} \cdot \text{К}}. \qquad (2.10)$$

ИТОГИ ЛЕКЦИИ № 2

1. Проблема излучения абсолютно черного тела состояла в том, что все попытки получить на основе классической физики зависимость φ(λ, T) – спектральную плотность энергетической светимости абсолютно черного тела – потерпели неудачу.

2. Эту проблему решил в 1900 г. М. Планк на основе своей гипотезы квантов: заряд, совершающий колебания с частотой ν, может получить или отдавать энергию порциями, или квантами. Величина кванта энергии:

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{\omega}{2\pi} = \eta\omega,$$

здесь h = 6,626·10^{-34} – постоянная Планка, величина $\eta = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с также называется постоянной Планка («аш» с чертой); ω – круговая (циклическая) частота.

3. Формула Планка для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела имеет следующий вид (см. (2.4)):

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$$

здесь λ – длина волны электромагнитного излучения; T – абсолютная температура; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; k – постоянная Больцмана.

4. Из формулы Планка следует выражение для энергетической светимости R абсолютно черного тела:

$$R = \frac{\pi^2 k^4}{60c^2\eta^3} T^4,$$

которое позволяет теоретически вычислить постоянную Стефана – Больцмана (см. (2.5)):

$$\sigma \equiv \frac{\pi^2 k^4}{60c^2\eta^3},$$

теоретическое значение которой хорошо совпадает с ее экспериментальным значением:

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \quad \frac{Дж}{с \cdot м^2} / K^4$$

в законе Стефана – Больцмана (см.(2.6))

$$R = \sigma T^4.$$

5. Из формулы Планка следует закон смещения Вина, определяющий λ_{max} – положение максимума функции $\varphi(\lambda, T)$ в зависимости от абсолютной температуры (см. (2.9))

$$\lambda_{max} T = b.$$

Для b – постоянной Вина – из формулы Планка получается следующее выражение (см. (2.8)):

$$b \equiv \frac{hc}{4{,}965k}.$$

Постоянная Вина имеет следующее значение: $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м · К.

ЛЕКЦИЯ № 3

Проблема фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

§ 1. Проблема фотоэффекта

Фотоэффект – это испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Такой фотоэффект называют внешним. Именно о нем мы будем говорить в этой главе. Есть еще и ***внутренний фотоэффект*** (см. лекцию № 13, § 2).

В 1887 г. немецкий физик Генрих Герц обнаружил, что ультрафиолетовый свет, освещающий отрицательный электрод в разряднике, облегчает прохождение разряда. В 1888–1889 гг. русский физик А.Г. Столетов занимается систематическим исследованием фотоэффекта (схема его установки приведена на рис. 3.1). Исследования проводились в атмосфере газа, что сильно усложняло происходившие процессы.

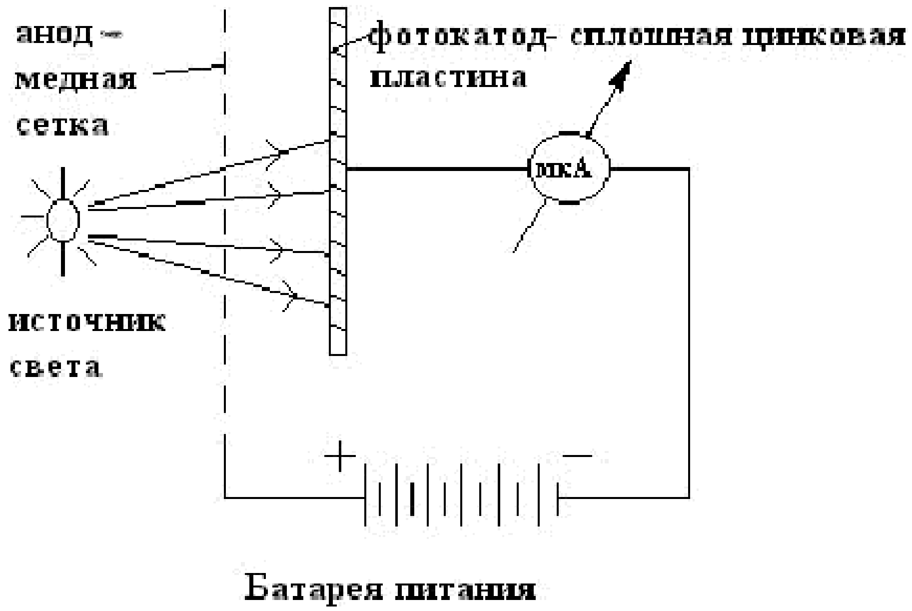

Рис. 3.1

Столетов обнаружил, что:

1) наибольшее воздействие оказывают ультрафиолетовые лучи;

2) сила тока возрастает с увеличением интенсивности света, освещающего фотокатод;

3) испущенные под действием света заряды имеют отрицательный знак.

Дальнейшие исследования фотоэффекта производились в 1900–1904 гг. немецким физиком Ф. Ленардом в наивысшем достигнутом в то время вакууме.

Ленарду удалось установить, что энергия вылетающих из фотокатода электронов ***не зависит*** от интенсивности света и ***прямо пропорциональна его частоте***. Так родилась ***проблема фотоэффекта***. Объяснить результаты опытов Ленарда на основе электродинамики Максвелла было невозможно!

На рис. 3.2 изображена установка, позволяющая детально изучать фотоэффект.

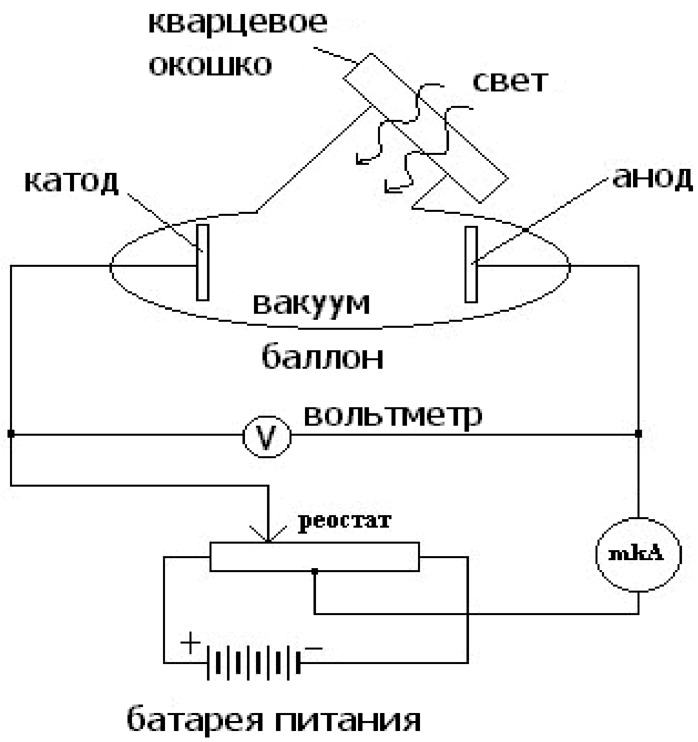

Рис. 3.2

Электроды, ***фотокатод*** и ***анод***, помещены в ***баллон,*** из которого откачан воздух. Свет на фотокатод подается через ***кварцевое окошко***. Кварц, в отличие от стекла, хорошо пропускает ультрафиолетовые лучи. Разность потенциалов (напряжение) между фотокатодом и анодом измеряет ***вольтметр***. Ток в цепи анода измеряется чувствительным ***микроамперметром***. Для регулировки напряжения ***батарея питания*** подключена к ***реостату*** со средней точкой. Если движок реостата стоит против средней точки, подсоединенной через микроамперметр к аноду, то разность потенциалов между фотокатодом и анодом равна нулю. При смещении движка влево потенциал анода становится отрицательным относительно катода. Если движок реостата сдвигать вправо от средней точки, то потенциал анода становится положительным.

Вольт-амперная характеристика установки по изучению фотоэффекта позволяет получить информацию об энергии электронов, испускаемых фотокатодом.

Вольт-амперная характеристика – это зависимость фототока i от напряжения между катодом и анодом U. При освещении светом, частота ν которого достаточна для возникновения фотоэффекта, вольт-амперная характеристика имеет вид графика, изображенного на рис. 3.3.

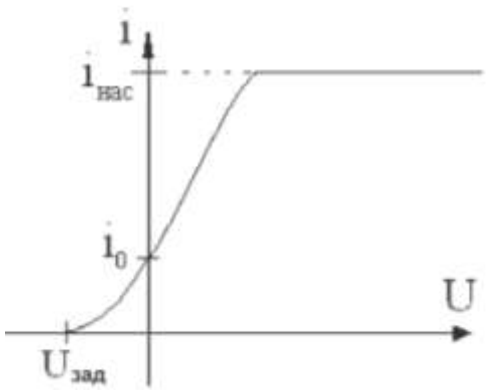

Рис. 3.3

Из этой характеристики следует, что при некотором положительном напряжении на аноде фототок i достигает насыщения. При этом все электроны, испущенные фотокатодом в единицу времени, попадают за это же время на анод.

При U = 0 часть электронов долетает до анода и создает фототок i_0. При некотором отрицательном напряжении на аноде – $U_{зад}$ – фототок прекращается. При этом значении напряжения максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона у фотокатода $(mv^2_{max})/2$ полностью расходуется на совершение работы против сил электрического поля:

$$\boxed{\frac{m_e v_{max}^2}{2} = eU_{зад}}. \qquad (3.1)$$

В этой формуле m_e – масса электрона; v_{max} – его максимальная скорость у фотокатода; e – абсолютное значение заряда электрона.

Таким образом, измерив задерживающее напряжение $U_{зад}$, можно найти кинетическую энергию (и скорость электрона) сразу после его вылета из фотокатода.

Из опыта вытекают следующие утверждения:

1) ***энергия вылетевших из фотокатода электронов (и их скорость) не зависела от интенсивности света!*** При изменении частоты света ν меняется и $U_{зад}$, т. е. максимальная кинетическая энергия электронов, покидающих фотокатод;

2) ***максимальная кинетическая энергия электронов у фотокатода*** $(mv^2_{max})/2$ ***линейно зависит от частоты*** ν ***света, освещающего фотокатод.***

Проблема, как и в случае с излучением абсолютно черного тела, состояла в том, что ***теоретические предсказания, сделанные для фотоэффекта на основе классической физики (электродинамики Максвелла), противоречили результатам опытов.*** Интенсивность света I в классической электродинамике является плотностью потока энергии световой волны. Во-первых, ***с этой точки зрения, энергия, передаваемая световой волной электрону, должна быть пропорциональна интенсивности света. Опыт не подтверждает это предсказание.*** Во-вторых, ***в классической электродинамике нет никаких объяснений прямой линейной зависимости кинетической энергии электронов,*** $(mv_{max}^2)/2$***, от частоты света*** ν.

§ 2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

Согласно предположению Эйнштейна, ***свет состоит из неделимых квантов энергии*** величиной $h\nu$. Это предположение позволило Эйнштейну очень просто разрешить проблему фотоэффекта. Применим к фотоэффекту закон сохранения энергии, считая свет потоком фотонов с энергией

$$\boxed{\varepsilon = h\nu}. \tag{3.2}$$

В металле электрон находится в потенциальной яме. Для того, чтобы удалить электрон из металла, надо совершить работу против сил электростатического притяжения отрицательного электрона к положительному ионному остатку. Эта работа A называется работой выхода электрона из металла. Будем пока считать, что глубина потенциальной ямы равна этой работе A, впоследствии (см. рис. 12.1 и формулу (12.4)) мы внесем некоторые уточнения. Для разных металлов величина A разная. Меньше всего величина работы выхода у щелочных металлов, например, для цезия (Cs) A = 1,81 эВ. У цинка, который использовался в опытах Столетова, A = 4,24 эВ. Фотоны поглощаются поодиночке (если интенсивность света не достигает очень больших значений). Энергия фотона $h\nu$ частично расходуется на работу выхода, оставшаяся часть $(mv_{max}^2)/2$ уносится электроном (рис. 3.4).

Таким образом,

$$\boxed{h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}}. \tag{3.3}$$

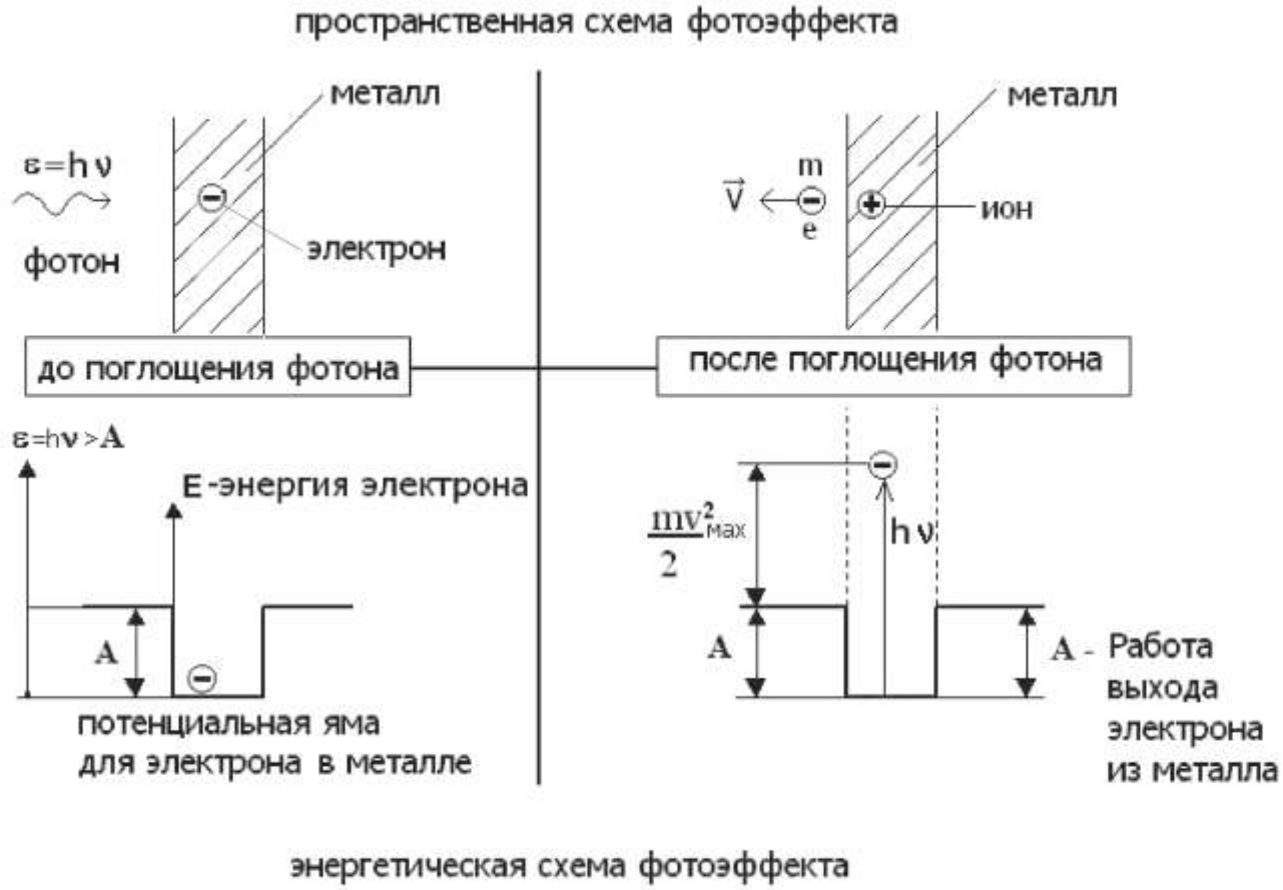

Рис. 3.4

Это и есть уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Если в этом уравнении заменить $(mv^2_{max})/2$ на $eU_{зад}$ (см. (3.1)), то уравнение Эйнштейна будет иметь следующий вид:

$$\boxed{h\nu = A + eU_{зад}}. \qquad (3.4)$$

Из последней формулы видно, что величина задерживающего напряжения $U_{зад}$ прямо пропорциональна частоте света. Эту зависимость тщательно проверял в специально созданной установке американский физик Р. Милликен. «Я потратил десять лет моей жизни на проверку этого эйнштейновского уравнения 1905 г., – писал Милликен, – и вопреки всем моим ожиданиям я вынужден был в 1915 г. безоговорочно признать, что оно экспериментально подтверждено, несмотря на его несуразность, ***так как казалось, что оно противоречит всему, что мы знаем об интерференции света***». Последняя часть высказывания Р. Милликена связана с корпускулярно-волновым дуализмом микрочастиц, о котором мы поговорим позднее в лекциях № 5 и 6.

Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта (3.3) следует, что если энергия фотона $h\nu$ меньше работы выхода A, то фотоэффект невозможен. Граничная частота определяется равенством:

$$\boxed{h\nu_{кр} = A}, \tag{3.5}$$

здесь $\nu_{кр}$ – ***красная граница фотоэффекта***.

Соответствующая частоте $\nu_{кр}$ длина волны также называется красной границей фотоэффекта. Так как $\nu = c/\lambda$, то для $\lambda_{кр}$ имеем:

$$\boxed{h\frac{c}{\lambda_{кр}} = A}. \tag{3.6}$$

Термин «красная граница» связан с тем, что длинноволновая часть видимого спектра, для которой максимальна длина волны λ и минимальна энергия фотонов, имеет красный цвет.

ИТОГИ ЛЕКЦИИ № 3

1. Фотоэффект – это испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

2. Экспериментальные исследования фотоэффекта, проведенные в 1900–1904 гг. Ф. Ленардом, показали следующее:

1) энергия вылетевших из фотокатода электронов не зависит от интенсивности света;

2) эта энергия линейно зависит от частоты ν света, освещающего фотокатод.

3. *Проблема фотоэффекта* состояла в том, что теоретические предсказания, сделанные для фотоэффекта на основе электродинамики Максвелла, противоречили результатам опытов. Теория Максвелла предсказывала, что энергия, передаваемая световой волной электрону, должна быть пропорциональна интенсивности света. Кроме того, в классической электродинамике нет никаких объяснений прямой пропорциональности кинетической энергии электронов $mv_{max}^2/2$ частоте света ν.

4. Проблема фотоэффекта была разрешена в 1905 г. А. Эйнштейном, который предположил, что свет состоит из потока фотонов с энергией (см. (3.2)):

$$\varepsilon = h \cdot \nu.$$