

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГЕОСИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
(СГУГиТ)

В. И. Обиденко

П. К. Шитиков

## **МЕТОДЫ СОЗДАНИЯ И РАЗВИТИЯ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ**

Анализ надежности спутниковой геодезической сети  
по данным статистического тестирования результатов  
ее уравнивания в программном обеспечении  
Leica Geo Office

Утверждено редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия для обучающихся по направлению подготовки  
21.04.03 Геодезия и дистанционное зондирование (уровень магистратуры)

Новосибирск  
СГУГиТ  
2018

УДК 528.927

О15

Рецензенты: кандидат технических наук, заместитель генерального  
директора по инновационному развитию АО «Роскартография»  
*С. В. Серебряков*  
кандидат технических наук, доцент, СГУГиТ *Е. Г. Гуенко*

**Обиденко, В. И.**

О15 Методы создания и развития государственных геодезических сетей. Анализ надежности спутниковой геодезической сети по данным статистического тестирования результатов ее уравнивания в программном обеспечении Leica Geo Office [Текст] : учеб. пособие / В. И. Обиденко, П. К. Шитиков. – Новосибирск : СГУГиТ, 2018. – 92 с.  
ISBN 978-5-907052-12-3

Учебное пособие подготовлено кандидатом технических наук, проректором по среднему профессиональному образованию – директором НТГиК СГУГиТ В. И. Обиденко и главным инженером АО «ПО Инжгеодезия» П. К. Шитиковым.

Пособие содержит теоретические разделы, в которых кратко изложены основы уравнивания по методу наименьших квадратов геодезических сетей, построенных методами относительных спутниковых определений, понятия точности, надежности и статистического тестирования сети, а также разделы, в которых детально описано содержание отчета по уравниванию таких сетей в ПО Leica Geo Office, приведены примеры практического повышения надежности сети на основе анализа материалов тестирования результатов ее уравнивания.

Учебное пособие служит руководством при изучении дисциплины «Методы создания и развития государственных геодезических сетей» (в том числе разделов «Современные методы создания ГГС», «Методы построения прецизионной ГГС с использованием ГНСС-технологий», «Системы координат. Преобразование систем координат», «Определение нормальных высот по спутниковым наблюдениям») обучающимися по направлению подготовки 21.04.03 «Геодезия и дистанционное зондирование» (уровень магистратуры), а также может быть использовано обучающимися для самостоятельной работы.

Рекомендовано к изданию кафедрой космической и физической геодезии, Ученым советом Института геодезии и менеджмента СГУГиТ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета СГУГиТ

УДК 528.927

ISBN 978-5-907052-12-3

© СГУГиТ, 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| Введение.....   | 5  |
| 1. Уравнивание спутниковой геодезической сети по методу наименьших квадратов .....              | 7  |
| 1.1. Взаимосвязь между понятиями «уравнивание», «точность», «надежность» и «тестирование» ..... | 7  |
| 1.2. Контроль качества при планировании сети.....   | 8  |
| 1.3. Метод наименьших квадратов. Общие замечания.....   | 10 |
| 1.4. Математическая модель сети.....  | 12 |
| 1.5. Стохастическая модель сети .....   | 15 |
| 1.6. Формулы уравнивания по методу наименьших квадратов .....                                   | 19 |
| 1.7. Свободное и ограниченное уравнивание.....  | 20 |
| 1.8. Точность и надежность сети .....   | 22 |
| 1.8.1. Точность сети .....  | 22 |
| 1.8.2. Надежность сети.....   | 25 |
| Контрольные вопросы по разделу 1 .....  | 28 |
| 2. Статистическое тестирование геодезической сети.....  | 29 |
| 2.1. Статистическое тестирование. Общие замечания.....  | 29 |
| 2.2. <i>F</i> -тест.....  | 31 |
| 2.3. <i>W</i> -тест.....  | 32 |
| 2.4. <i>T</i> -тест.....  | 34 |
| 2.5. Тест высоты ГНСС-антенны.....  | 36 |
| 2.6. Интерпретация результатов тестирования .....   | 37 |
| 2.7. Предполагаемые ошибки.....   | 39 |
| Контрольные вопросы по разделу 2 .....  | 40 |
| 3. Отчет об уравнивании сети .....  | 42 |
| 3.1. Критерии тестирования .....  | 42 |
| 3.2. Отчет об уравнивании сети.....   | 46 |
| 3.2.1. Общая информация об уравнивании .....  | 49 |

|  |    |
|--|----|
| 3.2.2. Входные данные сети.....                        | 55 |
| 3.2.3. Результаты уравнивания .....                    | 57 |
| 3.2.4. Тестирование и оценка ошибок.....               | 61 |
| Контрольные вопросы по разделу 3 .....                 | 64 |
| 4. Примеры анализа и переуровнивания ГНСС-сети .....   | 65 |
| 4.1. Создание и уравнивание тестовой сети .....        | 65 |
| 4.2. Анализ результатов тестирования сети.....         | 68 |
| 4.3. Перевычисление отдельных базовых линий сети ..... | 74 |
| Контрольные вопросы по разделу 4 .....                 | 86 |
| Заключение .....                                       | 89 |
| Библиографический список.....                          | 90 |

## ВВЕДЕНИЕ

Создание и развитие государственных геодезических сетей (ГГС) с применением относительных спутниковых определений – основной способ построения координатной основы страны на современном этапе. Поэтому компетенции обучающихся геодезического профиля по выполнению ГНСС-измерений в геодезических сетях и их камеральной обработке являются одними из ключевых, обеспечивающих востребованность будущих специалистов на рынке труда.

Современные требования к качеству развиваемых геодезических сетей постоянно возрастают, обычным становится запрос потребителей к их точностным показателям на уровне миллиметров при передаче координат на расстояния до тысячи километров. Однако оценка качества создаваемой спутниковой геодезической сети только с позиций ее точности в настоящее время является неполной. Обязательным атрибутом такой оценки должны быть также показатели надежности сети. Именно эта цель преследовалась авторами при написании учебного пособия: изложить теоретические основы и привести практические примеры анализа и интерпретации данных статистического тестирования результатов уравнивания спутниковой геодезической сети в программном обеспечении Leica Geo Office (ПО LGO) с целью повышения надежности сети.

Данное пособие также может быть использовано при работе с ПО Leica Infinity (ПО LI), так как методика статистического тестирования в этом ПО (новая версия ПО Leica Geo Office), в основном, сохранена. Однако, в связи с кардинальным изменением интерфейса ПО LI по сравнению с ПО LGO, данное пособие не адаптировано к интерфейсу ПО Leica Infinity, но остается корректным в отношении принципиальных положений, выводов и рекомендаций в части анализа и интерпретации результатов тестирования и в этом ПО.

Данное учебное пособие предназначено для обучающихся по направлению подготовки 21.04.03 Геодезия и дистанционное зондирование (уро-

вень магистратуры). Пособие включает в себя как теоретические разделы, содержащие основы уравнивания по методу наименьших квадратов (МНК) спутниковых геодезических сетей, понятия точности, надежности и статистического тестирования сети, так и разделы, детально описывающие содержание отчета по уравниванию таких сетей в ПО Leica Geo Office, а также примеры практического повышения надежности сети на основе анализа материалов тестирования результатов ее уравнивания.

Учебное пособие может быть использовано, в том числе, для самостоятельной работы, при этом рекомендуется повторение приведенных примеров уравнивания, интерпретации результатов тестирования и принятия мер по повышению ее надежности. В процессе освоения материала пособия и выполнения практических примеров предполагается использование персональных компьютеров с соответствующим программным обеспечением Microsoft Office, ПО Leica Geo Office 5.0 и выше.

Авторы признательны заведующей кафедрой космической и физической геодезии СГУГиТ, кандидату технических наук, доценту И. Г. Ганагиной за организационную и техническую помощь при подготовке рукописи к изданию.

Авторы выражают благодарность рецензентам – кандидату технических наук, заместителю генерального директора по инновационному развитию АО «Роскартография» С. В. Серебрякову и кандидату технических наук, доценту СГУГиТ Е. Г. Гиенко за содержательные замечания и конструктивные предложения, которые, несомненно, улучшили данную работу.

# **1. УРАВНИВАНИЕ СПУТНИКОВОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ**

## **1.1. Взаимосвязь между понятиями «уравнивание», «точность», «надежность» и «тестирование»**

По итогам полевых измерений в геодезической сети, созданной методом относительных спутниковых координатных определений, геодезист получает свой главный результат – координаты определяемых пунктов сети. Однако координаты определяемых пунктов, вычисленные из некоторых частных решений (как среднее из координат, полученных по отдельным базовым линиям), не должны рассматриваться как конечный результат. Если в созданной с применением глобальных навигационных спутниковых систем геодезической сети (ГНСС-сеть) имеются избыточные измерения, а это обязательное условие ее создания, то эта сеть должна быть в обязательном порядке уравнена, а значения координат определяемых пунктов должны быть получены именно по итогам уравнивания всей ГНСС-сети как уникальные и оптимальные решения.

Традиционно в геодезии в качестве инструмента для уравнивания геодезической сети, в том числе и построенной способом относительных спутниковых координатных определений, используется метод наименьших квадратов (МНК). Уравнивание ГНСС-сети в ПО LGO осуществляется также с использованием метода наименьших квадратов. Он основывается на главном критерии: сумма квадратов поправок к измеренным величинам должна быть минимальна. После уравнивания сети по МНК координаты определяемых пунктов получают как наилучшие из решений, возможных по имеющимся измерениям.

Но, получив в результате уравнивания решение (координаты определяемых пунктов), для геодезиста важно иметь возможность оценить качество этого решения. При этом желательно, чтобы данное качество можно было измерить количественно. Именно соблюдение этого принципа по-

зволяет оценить, соответствует ли созданная геодезическая сеть критериям, заданным при ее проектировании.

*Качество* сети может быть оценено с позиций *точности* и *надежности*, при этом оба параметра могут быть выражены количественно. При проектировании сети всегда следует иметь в виду понятия ее точности и надежности, что дает возможность контролировать ее качество. Однако создания превосходного проекта сети недостаточно. Практический опыт показывает, что примерно одно из ста измерений является неточным вследствие допускаемых человеком ошибок. Это означает, что контроль качества сети должен включать в себя некоторую проверку, статистическое тестирование с целью исключения в результатах измерений грубых ошибок (промахов).

Эффективность тестирования зависит от обусловленности сети, т. е. от наличия достаточного количества выполненных в ней избыточных измерений, а также от «геометрии сети». Грубые ошибки измерений (промахи), а также систематические ошибки надежно обнаруживаются именно в хорошо обусловленных сетях. Чем выше степень избыточности измерений в сети, тем выше вероятность обнаружения промахов в результате тестирования.

Все вышеприведенные рассуждения приведены для того, чтобы пояснить взаимосвязь между уравниванием по МНК, концепцией точности, надежности сети и статистическим тестированием.

Таким образом:

- уравнивание по МНК дает оптимальный результат из возможных по имеющимся измерениям;
- статистическое тестирование проверяет полученный результат, чтобы сделать его свободным от ошибок;
- параметры точности и надежности сети дают количественные показатели качества результатов.

## **1.2. Контроль качества при планировании сети**

Как сказано ранее, качество сети может быть оценено ее точностью и надежностью. Но оценка сети может быть осуществлена предварительно,

до реальных полевых измерений, во время планирования и проектирования сети. Обычно процессу проектирования сети предшествует изучение топографических карт на предстоящий район работ и его рекогносцировка. Готовый проект сети зависит от целей ее создания и соответствующих требований к ее точности и надежности. Даже такие факторы, как расположение исходных пунктов (пунктов с известными координатами) и территория работ (горы или равнина), могут иметь влияние на проект сети.

Общие правила проектирования геодезической сети, создаваемой методом относительных спутниковых определений:

1) сбалансированное (равномерное) распределение исходных пунктов по всей сети. Включение в проектируемую сеть исходных пунктов желательно, в том числе с точки зрения ее точности и надежности, при этом эти исходные пункты должны позволять контролировать сеть в 3-4 направлениях;

2) желательно включать в сеть замкнутые полигоны, при этом иметь в виду, что чем меньше базовых линий в таком полигоне, тем выше его надежность;

3) рекомендуется проектировать в сети стороны примерно равной длины.

Следует обратить внимание на то, что при измерении ГНСС-сети одновременно работающими приемниками (желательно не менее трех) конфигурация сети может быть изменена даже после завершения полевых измерений. В случае  $N$  одновременно работающих ГНСС-приемников число образуемых ими базовых линий (БЛ) равно  $N \cdot (N - 1)/2$ . Тем не менее, только набор  $N - 1$  линейно независимых базовых линий должен быть выбран для вычисления во время камеральной обработки измерений. В этой связи не рекомендуется применять автоматическую процедуру вычисления БЛ сети, имеющуюся в ПО LGO (в этом случае вычисляются как независимые, так и зависимые БЛ), а желательно выполнять обработку БЛ вручную.

В руководстве [5] на английском языке наименование измеренного методом относительных спутниковых определений трехмерного вектора приращений пространственных координат между смежными пунктами спутниковых наблюдений, выполненных в течение одного сеанса, дается как *Baseline Vector* (вектор базовой линии). В настоящем пособии далее

будем использовать для этих целей либо полный термин *вектор базовой линии*, либо, в соответствии со сложившейся в русскоязычной литературе терминологии [1, 2], сокращенный термин *базовая линия* (БЛ).

### 1.3. Метод наименьших квадратов. Общие замечания

При создании геодезических сетей выполнение избыточных измерений является нормой. Это позволяет компенсировать исключение некоторых грубых измерений, а также, что наиболее важно, за счет избыточных измерений качество сети может быть улучшено.

Приведем простой пример избыточных измерений и преимущества принятого при построении геодезических сетей подхода с условием выполнения избыточных измерений. Предположим, нам требуется от исходного (координаты его известны) пункта № 1 (рис. 1), методом относительных ГНСС-измерений определить координаты пунктов № 2 и № 3.

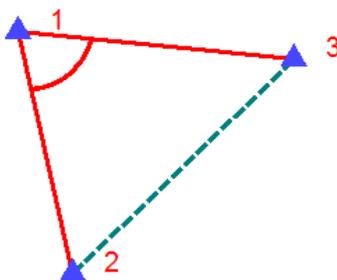


Рис. 1. Схема геодезической сети

Если бы мы измерили в этом треугольнике (см. рис. 1) всего две базовых линии 1-3 и 1-2, то это был бы пример построения сети без избыточных измерений: для вычисления координат двух других пунктов (№ 2 и № 3) измерение этих БЛ является минимально необходимым условием. Отсутствие измеренной базовой линии 2-3 не позволяет осуществить проверку простого, но эффективного геометрического условия данной сети: сумма приращений координат базовых линий по соответствующим координатным осям  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  в замкнутом полигоне (треугольнике с вершинами 1-2-3) должна быть равна нулю. Таким образом, отсутствие избы-

точных измерений не позволяет осуществить проверку согласованности сети, т. е. проверку соответствия выполненных измерений данному теоретическому геометрическому условию сети.

Если мы измерим в этом треугольнике 1-2-3 (см. рис. 1) все три БЛ, как это практически делается в процессе построения геодезических сетей, то измерение БЛ 2-3 является избыточным, оно позволяет:

- проверить выполнение указанного в предыдущем абзаце теоретического геометрического условия замкнутого полигона (треугольника с вершинами 1-2-3);

- вычислить величины невязок замкнутого полигона по каждой из осей координат  $W_X$ ,  $W_Y$ ,  $W_Z$ , как разность теоретического значения суммы приращений координат базовых линий по соответствующим координатным осям  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  (равна нулю) и ее практического (полученного из вычислений) значения;

- вычислить абсолютную невязку замкнутого полигона  $W_{\text{абс}}$  (корень из суммы квадратов невязок по осям координат  $W_X$ ,  $W_Y$ ,  $W_Z$ );

- вычислить относительную невязку замкнутого полигона  $W_{\text{отн}}$  (отношение абсолютной невязки к длине полигона).

Таким образом, приведенный пример показывает, что избыточные измерения создают возможность проверки согласованности сети (соответствия сети ее теоретическим геометрическим параметрам) и, как правило (вследствие присутствия в измерениях ошибок), приводят к образованию несогласованности (невязок). Простая логика подсказывает, что для исключения вызванной невязками несогласованности сети необходимо принять меры к ликвидации этих невязок (при этом конечный результат должен быть получен более качественным, чем если бы мы ее не распределяли), а потом оценить это самое качество. В геодезии поставленная выше задача решается методом уравнивания, отсюда самое простое определение термина «уравнивание»: уравнивать – значит ликвидировать невязки. При этом в процессе уравнивания невязки ликвидируются не произвольным порядком, например, прибавлением или вычитанием величины невязки из какой-либо измеренной величины или ее функции, а посредством распределения невязки в виде поправок во все измеренные величины или их функции. Распределение должно проводиться по определенному методу,

который бы позволял в процессе ликвидации невязки устранить полностью или частично погрешности, присутствующие в измеренных величинах. Одним из таких методов является *метод наименьших квадратов*. В данном методе поправки отыскиваются под условием, чтобы сумма их квадратов была минимальной.

В англоязычной литературе поправки в измерения, полученные в результате уравнивания сети, в общем случае называются *residuals*, а полученные в результате уравнивания сети по МНК – *least squares corrections* (МНК-поправки). После уравнивания по МНК невязки в сети отсутствуют, сеть становится согласованной. Однако надо понимать, что, если в измерениях присутствуют грубые ошибки или ощутимые систематические ошибки, метод уравнивания по МНК не приведет к ожидаемым положительным результатам, такие ошибки должны быть устранены до начала процесса уравнивания.

Каждая модель уравнивания по МНК содержит два одинаково важных компонента: математическая модель сети и ее стохастическая модель. Математическая модель (в русскоязычной литературе чаще употребляются термины условия сети) – это набор зависимостей между измеряемыми и определяемыми величинами. Стохастическая модель описывает ожидаемое распределение ошибок измерений.

#### **1.4. Математическая модель сети**

Обычно в геодезии невозможно измерить непосредственно те величины, которые необходимы потребителю. Однако имеется возможность измерить другие величины, по которым можно вычислить неизвестные параметры, например, координаты пунктов геодезической сети. Для этого измерения выражаются в качестве функций неизвестных параметров в так называемой функциональной или математической модели сети. В некоторых случаях математическая модель, представляющая связь между измерениями и неизвестными параметрами сети, очень простая и наглядная. Например, связь между измеренным превышением  $\Delta X_{ij}$  между двумя станциями  $i, j$  (в одномерном пространстве) при геометрическом нивели-

ровании и неизвестной высотой определяемой станции  $h_j$  простая и линейная:

$$\Delta X_{ij} = h_i - h_j. \quad (1)$$

Эта же связь более сложная для случая, когда неизвестные – определяемые ГНСС-методом координаты пунктов ( $XYZ$ ) – должны быть получены в референцной системе координат, отличной от геоцентрической системы координат, в которой вычисляются базовые ГНСС-линии  $\Delta X$ :

$$\Delta X_{ij} = \text{функция} (\alpha, \beta, \gamma, \mu, dX, dY, dZ, X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j), \quad (2)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  – угловые параметры преобразования координат между референцной и геоцентрической системами координат;

$\mu$  – масштабный коэффициент, учитывающий разномасштабность этих СК;

$dX, dY, dZ$  – линейные параметры преобразования между этими СК;

$X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j$  – координаты образующих базовую линию пунктов в геоцентрической системе координат.

Для дальнейших рассуждений в применении к ГНСС-измерениям следует иметь в виду, что в процессе спутниковых относительных геодезических определений измеряемыми величинами являются приращения вектора базовой линии по соответствующим осям координат ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ). Если в ГНСС-сети уравниваются только базовые линии, то система уравнений для такой сети является линейной. Однако, в случае вычисления в процессе уравнивания дополнительных параметров (как в вышеприведенном примере, где такими параметрами являются параметры связи систем координат), вышеуказанное уравнение (2) должно быть линеаризовано (превращено в линейный вид). Обычно это означает, что потребуется некоторое число итераций для получения решения. Более того, для решения уравнения потребуется приблизительное значение неизвестных величин – координат пунктов при уравнивании параметрическим способом, который реализован в LGO. Плохие (неточные) значения приблизительных величин могут привести к увеличению количества итераций, или, в худшем случае, к невозможности получить решение.

Поскольку координаты – это главная цель уравнивания, другие неизвестные в математической модели сети неудобны. Такие неизвестные, как упомянутые выше параметры связи систем координат при уравнивании ГНСС-сети, называются дополнительными или неудобными параметрами. Некоторые из этих параметров могут быть заданы фиксированными величинами в уравнивании, при этом они не получают поправок из уравнивания. Однако ответить на вопрос, делать так или нет, не всегда просто. В любом случае следует избегать излишней параметризации и излишнего ограничения сети при ее уравнивании.

Отметим, что обозначенные выше дополнительные параметры являются необязательными при уравнивании и включать их в уравнивание в качестве неизвестных имеет смысл, только если ставится специальная задача определить их в процессе уравнивания. В практической деятельности при развитии ГГС такая задача возникает только в отдельных редких случаях, поэтому в настоящем пособии эти возможности не рассматриваются.

Уравнивание может быть невозможным, если матрица, представляющая математическую модель сети (матрица нормальных уравнений сети), является сингулярной (особенной, вырожденной – такой, определитель которой равен или близок к нулю). Причиной такой ситуации может быть неправильно или некорректно сформулированная математическая модель сети.

Причиной некорректности может стать ситуация, когда мы ожидаем слишком много от измерений или когда слишком мало измерений включено в уравнивание. Примером некорректно сформулированной модели может служить задача вычисления плановых (двумерных) координат определяемой точки по единственному горизонтальному углу, измеренному на нее с другой точки.

Математическая модель сформулирована неправильно, когда слишком много определяемых параметров включено в уравнивание. В общем случае неправильно сформулированная математическая модель некорректно представляет физическую реальность мира.

Для компьютерного решения по МНК проблема некорректного формулирования математической модели ведет к сингулярности матрицы нормальных уравнений  $N$ . Сингулярность является крайним случаем некорректного формулирования модели. Матрица, как результат некоррект-

но сформулированной модели, может стать сингулярной из-за внутреннего ограничения по точности вычислений, существующего в компьютере. Примером некорректности математической модели является нахождение положения станции по пересечению близких к параллельности прямых в случае решения прямой линейной или угловой засечки (при наземных измерениях).

Помимо упомянутых выше проблем, уравнивание наземных измерений невозможно, пока не будут заданы положение, ориентировка и масштаб сети, т. е. должны быть заданы исходные геодезические данные сети. Это делается путем наложения ограничений на решение. Минимальное количество ограничений зависит от размерности сети. В ГНСС-сети (3D) это три смещения по трем осям координат, три вращения вокруг осей координат, один масштабный коэффициент. Поэтому в ГНСС-сети сингулярность устраняется путем фиксации не менее семи координат трех станций (например, широта, долгота, высота для одной станции; широта, долгота, высота для второй станции; высота третьей станции).

### **1.5. Стохастическая модель сети**

Измеряемые геодезические величины, такие как направление, расстояние, или приращения координат (в ГНСС-сети), являются случайной или стохастической переменной. Стохастическая переменная не может быть описана единственной и точной величиной, поскольку существует неопределенность, связанная с процессом измерения. Например, в результате многократных измерений дистанции между двумя пунктами получается серия различных значений измеряемой величины. Появление тех или иных значений величин измеряемого расстояния объясняется распределением их вероятностей. Это означает, что, в дополнение к математической модели, при уравнивании необходимо сформулировать вторую модель, которая бы описывала закономерность случайных (стохастических, вероятностных) отклонений измерений, т. е. стохастическую модель сети.

Для геодезических измерений применяют обычно закономерность нормального распределения вероятностей (рис. 2). Смысл этого закона в упрощенном виде можно изложить следующим образом. Если некоторая

величина, истинное значение которой не известно, измеряется многократно, то по этим выполненным измерениям может быть вычислено значение, наиболее близкое к истинному значению измеряемой величины, которое называется ее *математическим ожиданием*. В нормальном законе распределения математическое ожидание измеряемой величины вычисляется как среднее значение из всех измерений данной величины. Таким образом, в нормальном законе распределения среднее значение из всех измерений данной величины  $\mu$  представляет собой математическое ожидание измеряемой величины. На рис. 2 среднее значение из всех измерений данной величины  $\mu$  – это максимум графика функции вероятностей появления значений измеряемой величины.

Второй главной характеристикой нормального закона распределения вероятностей является *среднее квадратическое отклонение (СКО)*  $\sigma$  (*standard deviation*), которое характеризует разброс или рассеивание значений измеряемой величины относительно точки математического ожидания (относительно среднего значения  $\mu$ ). В русскоязычной геодезической литературе в качестве синонимов данного термина также применяются термины *средняя квадратическая ошибка (СКО)*, *средняя квадратическая погрешность (СКП)*, *стандартное отклонение*, *стандартная ошибка*, *стандартная погрешность*. Понятие «стандартной ошибки» является важным в понимании процесса уравнивания по МНК. Стандартные ошибки используются в том числе для вычисления веса каждого измерения, входящего в состав сети, для оценки ошибок в различных частях сети после уравнивания.

Среднее квадратическое отклонение характеризует точность измеряемой величины. Квадрат величины  $\sigma$  называется *дисперсией (variance)*:  $D = \sigma^2$ .

По определению с вероятностью 0,684 нормально распределенная случайная переменная попадет в окно, ограниченное интервалом от  $-\sigma$  до  $+\sigma$ , т. е. в 68,4 % случаев значение измеренной величины отклоняется от математического ожидания этой величины (среднего значения) не более чем на 1 величину  $\sigma$  (СКО). Или, что то же самое, в 68,4 % случаев погрешность измерения измеряемой величины не превышает  $\sigma$ .

Для окна, ограниченного интервалом от  $-2\sigma$  до  $+2\sigma$ , это вероятность 0,954. То есть значение измеренной величины отклоняется от математического ожидания этой величины (среднего значения) не более чем на 2 величины  $\sigma$  (СКО) в 95,4 % случаев. Или, что то же самое, в 95,4 % случаев погрешность измерения измеряемой величины не превышает  $2\sigma$ .

В общем случае вероятность того, что случайная переменная примет значение между  $X_1$  и  $X_2$  равна площади, ограниченной кривой и ординатами  $X_1$  и  $X_2$ . Это заштрихованная площадь на рис. 2.

Любые две и более измеряемых величины могут быть взаимозависимыми или коррелированными (*correlated*). Это значит, что СКО одной величины влияет на другую. Корреляция между двумя величинами  $X$ ,  $Y$  математически выражается в виде ковариации  $\sigma_{xy}$ . Ковариация также используется в корреляционных коэффициентах, определяемых как

$$\rho = \sigma_{xy} / \sigma_x \sigma_y. \quad (3)$$

Коэффициент корреляции  $\rho$  принимает значение от  $-1$  до  $+1$  ( $-1 \leq \rho \leq 1$ ).

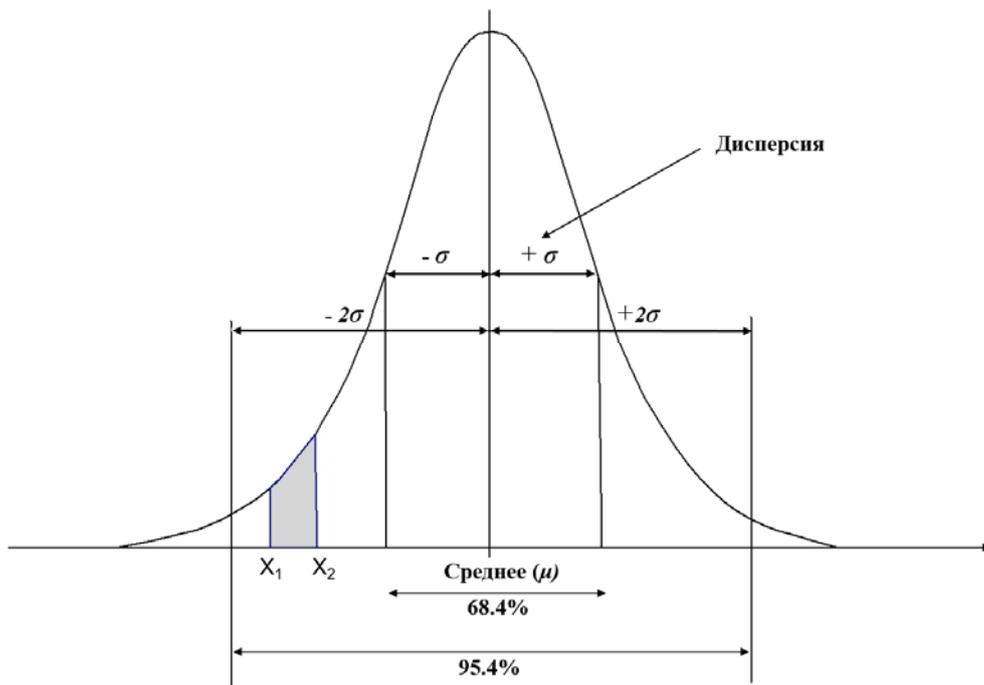


Рис. 2. Кривая нормального закона распределения

Если измеряемые переменные независимы, то их ковариация и, как следствие, коэффициент корреляции равны нулю ( $\rho = 0$ ). Для зависимых (коррелированных) измерений коэффициент корреляции не равен нулю.

Элементы базового ГНСС-вектора ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ) – это пример коррелированных измерений. Все три составляющих вектора базовой линии зависят друг от друга (взаимно коррелированы), при этом каждая составляющая имеет свою стандартную ошибку и дисперсию. Для отражения этой коррелированности для каждой базовой линии существует ковариационная матрица размерностью  $3 \times 3$ . Ковариационная матрица – это симметричная матрица, сочетающая в себе дисперсии приращений координат базовых линий (диагональные элементы  $D_{\Delta X}, D_{\Delta Y}, D_{\Delta Z}$ ) и корреляционные моменты (ковариации) – недиагональные члены:

$$\begin{vmatrix} D_{\Delta X} & \sigma_{\Delta Y \Delta X} & \sigma_{\Delta Z \Delta X} \\ \sigma_{\Delta X \Delta Y} & D_{\Delta Y} & \sigma_{\Delta Z \Delta Y} \\ \sigma_{\Delta X \Delta Z} & \sigma_{\Delta Y \Delta Z} & D_{\Delta Z} \end{vmatrix}.$$

Суть стохастической модели сети состоит в выборе вероятного распределения измеряемых величин. Практически это значит, что для каждого измерения выбирается СКО  $\sigma$ . Величина СКО  $\sigma$  принимается (или назначается) на основе знания процесса измерений (полевые условия измерений, тип инструмента) и опыте. Зачастую в качестве источника для назначения СКО принимаются требования нормативных документов к точности измерений или сведения о точности измерений данным инструментом из паспорта, составленного заводом-изготовителем, или на основе метрологических исследований инструмента.

СКО большинства измеряемых величин можно представить в виде абсолютной и относительной ошибки. В относительных спутниковых определениях относительная ошибка базовой линии вычисляется как отношение значения абсолютной ошибки к длине БЛ между базовой станцией и ровером. Эта СКО вводится в ковариационную матрицу  $\mathbf{K}_x$  (см. подразд. 1.6). Точность уравненных величин зависит от приведенных в матрице  $\mathbf{K}_x$  точности измеряемых величин и распространения этой точности через математическую модель.

## 1.6. Формулы уравнивания по методу наименьших квадратов

Математическая модель ГНСС-сети представляется в виде:

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{l} = \mathbf{v},$$

где  $\mathbf{A}_{m \times n}$  – матрица коэффициентов математической модели сети;

$\mathbf{x}_n$  – вектор неизвестных;

$\mathbf{v}_m$  – вектор поправок в измерения;

$\mathbf{l}_n$  – вектор свободных членов. Для каждого измеренного вектора базовой линии он вычисляется как разность измеренного значения БЛ и вычисленного по приближенным (априорным) координатам пунктов.

Стохастическая модель сети:

$$\mathbf{K}_x = \sigma^2 \mathbf{Q} = \sigma^2 \mathbf{P}^{-1},$$

где  $\mathbf{K}_{x \ m \times n}$  – ковариационная матрица (*variance-covariance matrix*);

$\sigma^2$  = априорная дисперсия единицы веса;

$\mathbf{Q}_{m \times n}$  – матрица весовых коэффициентов;

$\mathbf{P}_{m \times n}$  – весовая матрица.

Критерий МНК:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \text{минимум.}$$

Решение МНК:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}; \\ s^2 &= \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} / (m - n), \end{aligned}$$

где  $\mathbf{N} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})$ , ( $n \times n$ ) – матрица нормальных уравнений;

$s^2$  – апостериорная дисперсия единицы веса.

Ковариационная матрица неизвестных:

$$\mathbf{K}_x = \sigma^2 \mathbf{N}^{-1}.$$

*Примечание:* здесь используется априорная дисперсия единицы веса  $\sigma^2$ , а не апостериорная дисперсия единицы веса  $s^2$ .

В случае, если математическая модель сети не линейна (как указывалось выше, при уравнивании ГНСС-сети, состоящих из БЛ, это возможно

в случае постановки задачи определения из уравнивания дополнительных параметров, таких как параметры связи геоцентрической и референцной систем координат), осуществляется ее линеаризация. И решение для вектора неизвестных  $\mathbf{x}$  становится доступным после серии итераций и изменений  $\Delta\mathbf{x}$  соответствующими величинами:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}.$$

После итерации новое решение сравнивается с предыдущим. Если различие между двумя последними решениями удовлетворяет критерию итерации, итерационный процесс прекращается и последнее решение принимается как конечное.

При уравнивании ГНСС-сети, состоящей только из базовых линий, не обремененной задачей определения дополнительных параметров (что является наиболее часто встречающимся на практике случаем), математическая модель сети линейна и ее линеаризация не требуется. В данном случае итерационный процесс, заложенный в ПО LGO для решения задач в общем случае, предусматривающем в том числе и решение нелинейной системы уравнений в математической модели сети, завершается на первой итерации. Отражением этого является указание количества итераций при уравнивании в подразделе *Adjustment* раздела *General Information* отчета об уравнивании, где в строке *Number of iterations* (число итераций) для случая уравнивания ГНСС-сети, состоящей только из базовых линий, всегда стоит число 1 (см. табл. 6 на стр. 50).

## 1.7. Свободное и ограниченное уравнивание

Существует 3 варианта уравнивания геодезической сети, построенной методом относительных ГНСС-измерений: свободное, минимально ограниченное и ограниченное (несвободное) уравнивание.

При свободном уравнивании сети в ней не задаются исходные пункты (пункты с известными координатами) и определяемыми считаются все пункты сети. Минимально ограниченное уравнивание производится при задании 1 пункта (с его известными 3 координатами) в качестве исходного. При задании более чем 3 исходных координат (например, когда в каче-

стве исходных заданы 2 или более пункта) уравнивание называется ограниченным.

С учетом вышеизложенных вариантов уравнивания, процесс уравнивания обычно делится на две независимые фазы: уравнивание геодезической сети как свободной или минимально ограниченной, уравнивание ограниченной сети. Это делается для того, чтобы разделить проверку качества результатов измерений и проверку качества координат исходных пунктов.

Свободная или минимально ограниченная сеть характеризуется тем, что ее геометрическая структура (конструкция) определяется только измерениями. Положение, масштаб и ориентировка сети фиксируются только минимальным числом ограничений, задаваемым одной исходной станцией. Поэтому на первом этапе, в свободном или минимально ограниченном уравнивании сети, акцент делается на контроль качества измерений. Выбор любой другой станции в качестве исходной на стадии свободного уравнивания изменит координаты определяемых пунктов, но не результаты статистического тестирования, выполненного в LGO.

После проведения свободного или минимально ограниченного уравнивания сети и устранения выявленных грубых ошибок измерений (промахов) проводится заключительное, ограниченное уравнивание сети, в процессе которого фактически происходит присоединение вновь развиваемой сети к уже существующей геодезической сети. При ограниченном уравнивании акцент делается на анализе исходных станций и вычислении окончательных координат определяемых станций.

В LGO существует два типа ограниченного уравнивания – абсолютно ограниченное и весовое ограниченное, разница между которыми состоит в правилах вычисления координат.

В абсолютно ограниченном уравнивании координаты исходных пунктов рассматриваются как фиксированные, неизменные величины, не получающие поправки в результате уравнивания. Абсолютно ограниченное уравнивание иногда называют псевдоМНК-уравниванием. В весовом ограниченном уравнивании координаты исходных пунктов в результате уравнивания получают МНК-поправки (в данном пособии этот вариант уравнивания не рассматривается).

Выбор абсолютно ограниченного или весового ограниченного уравнения не меняет результатов тестирования.

## **1.8. Точность и надежность сети**

### **1.8.1. Точность сети**

Результат уравнивания сети должен быть точным и надежным. Для измерения недостаточно быть точным, означающим, что повторение измерения приведет к высокой степени повторяемости результата (т. е. разброс измерений находится в небольшом интервале). Наблюдения должны быть также еще и надежными, означающими, что они близки к истинным значениям величин.

Не все, что точно, то надежно! К примеру, точность координат пунктов – это еще не абсолютный показатель качества плановой сети, поскольку возможны искажения в полученных результатах за счет необнаруженных грубых ошибок в значениях измерений. В спутниковых измерениях сходимость результатов между эпохами может быть на уровне первых единиц миллиметров (т. е. точность измерений, оцененная по сходимости между эпохами, как это делает программа для обработки ГНСС-измерений, достаточно высокая), но из-за присутствия эффекта переотражения сигнала конечный результат (координаты пунктов) может содержать ошибки на уровне дециметров.

Таким образом, качество сети может быть охарактеризовано двумя величинами: точность и надежность. Далее в этом разделе будут рассмотрены параметры, которые в численном выражении описывают точность и надежность построенной геодезической сети.

Прежде чем углубляться в обработку данных, отметим, что точность и надежность – это два разных понятия. Процесс измерений может быть очень точен, но недостаточно надежен. С другой стороны, надежный измерительный процесс не всегда точен.

Рассмотрим частоту появления величин  $F(x)$  в двух измерительных процессах  $A$  и  $B$  (рис. 3). Точность процесса  $A$  выше, чем точность процесса  $B$ , поскольку степень близости наблюдений друг к другу (кучность) здесь выше. Но, хотя точность процесса  $A$  выше, он не так надежен.

Вследствие систематической ошибки измеряемые величины смещены относительно истинной величины  $\mu$ . Процесс  $B$  не так точен (разброс измеряемых величин у него больше), но существенно более надежен, поскольку распределение (разброс) измеряемых величин здесь ближе к точному (истинному) значению  $\mu$ .

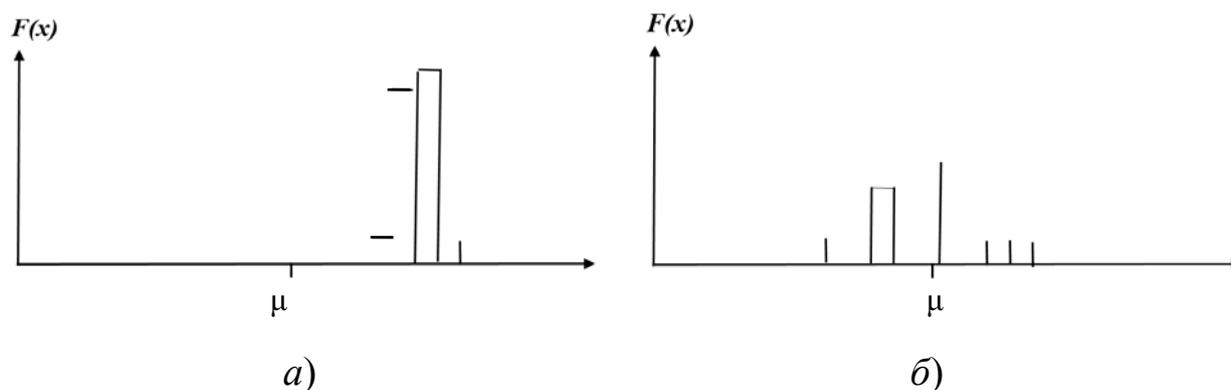


Рис. 3. Относительная частота измерительного процесса:

а) процесс  $A$ ; б) процесс  $B$

Далее приводится концепция понятий точность и надежность вместе с инструментами *LGO* для анализа точности и надежности сети.

В подразделе 1.5 было введено понятие дисперсии (*standard deviations*, квадрат средней квадратической ошибки). Измерения необходимо описывать двумя параметрами: собственно измеренная величина и ее дисперсия. Дисперсия (квадрат средней квадратической ошибки) характеризует стохастическую (случайную) изменчивость измерения. Точность сети может быть определена как влияние стохастической изменчивости измерений в сети на координаты пунктов сети.

В *LGO* представлены дисперсии всех измерений и координат станций. Для того, чтобы представить точность координат пунктов, часто используются эллипсы ошибок (*standard ellipses*). Эллипсы ошибок могут быть расценены как 2-мерный эквивалент дисперсий. Эти эллипсы также известны как эллипсы доверия. Есть определенный уровень уверенности, что положение станции находится в пределах области, покрываемой ее эллипсом ошибок. Для «стандартных» эллипсов ошибок уровень дове-

рия 0,39. Чтобы получить уровень доверия 0,95, размеры осей эллипса нужно умножить на величину 2,5.

В соответствии с типом ошибок измерений (абсолютные и относительные) строятся эллипсы абсолютных и относительных ошибок.

Эллипс абсолютных ошибок (*Absolute Error Ellipses*) показывает влияние случайных ошибок измерений через математическую модель сети на координаты определяемого пункта. Форма эллипса абсолютных ошибок определяется большой (главной) полуосью  $A$  и полуосью  $B$ . Ориентация эллипса абсолютных ошибок определяется углом ( $\Phi$ ) между его главной (большой) полуосью  $A$  и координатной осью, направленной на север, – осью абсцисс  $X$  (рис. 4).

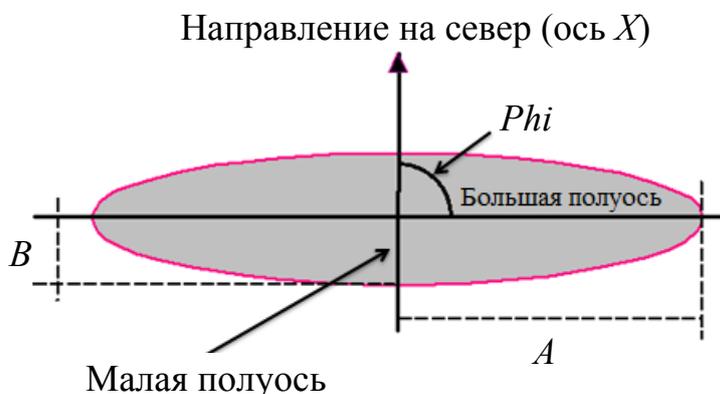


Рис. 4. Элементы эллипса абсолютных ошибок

Эллипс относительных ошибок (*Relative Error Ellipses*) показывает взаимную точность пары пунктов, связанных между собой измеренной и участвовавшей в уравнивании базовой линией. Ориентация эллипса относительных ошибок (ЭОО) определяется углом ( $\Phi$ ) между его главной полуосью  $A$  и линией, соединяющей базовую станцию и ровер (рис. 5). Очевидно, что для пары пунктов, соединенных между собой измеренной базовой линией, может быть вычислено два ЭОО, размеры и ориентация которых будут одинаковы, но формально угол  $\Phi$  у которых будет отличаться на  $180^\circ$  из-за отличающегося на  $180^\circ$  исходного направления на концах БЛ: на базовой (референцной) станции это будет направление с нее на ровер, на ровере – направление с него на референцную станцию. С це-

лью исключения такого дублирования в ПО LGO для данной БЛ вычисляется только ЭОО в направлении с референционной станции на ровер и при отображении на карте сети ЭОО размещается на середине БЛ, соединяющей референционную и роверную станцию. Таким образом, на карте в LGO (см. рис. 5) Станция 1 БЛ – это всегда референционная станция, а Станция 2 БЛ – это всегда ровер.

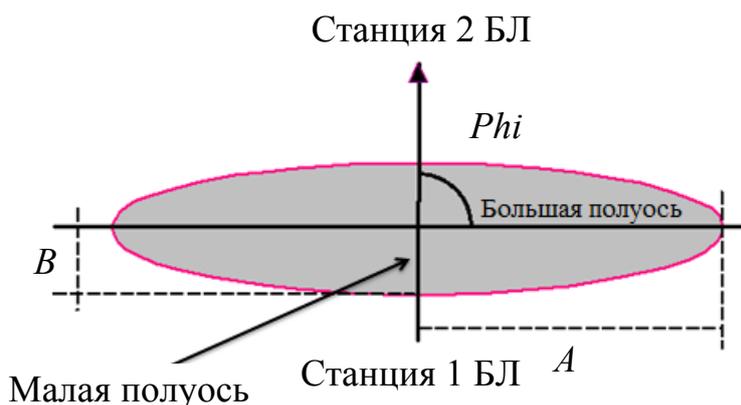


Рис. 5. Элементы эллипса относительных ошибок

В процессе анализа результатов уравнивания следует оценивать размер, форму и ориентацию эллипсов. В достаточно точной и хорошо обусловленной сети эллипсы ошибок не велики по размеру, по форме близки к окружности и ориентация их различная. Эллипсы, узкие и вытянутые в одном направлении по всей сети или в какой-то ее части, указывают на недостатки в конфигурации сети и показывают, в каком направлении происходит накопление ошибок. Анализ эллипсов позволяет, при необходимости, определить участки сети, где необходимо выполнить дополнительные измерения от исходных пунктов.

### 1.8.2. Надежность сети

Надежность сети может быть описана с точки зрения чувствительности сети к обнаружению грубых ошибок измерений. Надежность может быть подразделена на внутреннюю и внешнюю.

Внутренняя надежность характеризуется величиной  $MDB$  (*minimal detectable bias* – минимально обнаруживаемая грубая ошибка измерений, отскок, промах).  $MDB$  представляет собой размер минимально возможной ошибки измерения, еще обнаруживаемой статистическим тестированием (*data snooping* – исследование данных) сети с вероятностью, равной мощности теста  $1 - \beta$ . Большое значение  $MDB$  указывает на слабо проверенные результаты измерений или координаты определяемых пунктов. Таким образом, чем больше  $MDB$ , тем хуже надежность. Если измерение бесконтрольно (например, когда координаты пункта определены единственной БЛ),  $MDB$  не может быть для него вычислено, в этом случае данное измерение отмечается как «свободное измерение».

Внешняя надежность выражается показателем  $BNR$  (*bias to noise ratio* – отношение грубой ошибки измерений к шуму). Внешняя надежность используется как мера, чтобы определить влияние возможной ошибки в измерениях на уравниваемые координаты.  $BNR$  – безразмерный параметр, показывающий комплексное влияние данного единственного измерения на координаты всех определяемых пунктов. Практическая интерпретация физического смысла  $BNR$  может быть дана следующая:  $BNR$  данного измерения – это верхний предел в отношении между  $\nabla_x$  (влиянием  $MDB$  этого измерения на какую-нибудь координату  $x$ ) и апостериорной дисперсией этой координаты  $\sigma_x$ :

$$\nabla_x / \sigma_x \leq BNR. \quad (4)$$

Другими словами,  $BNR$  может интерпретироваться как отношение между надежностью и точностью. Желательно, чтобы  $BNR$  был однородным (одинаковым) для всей сети. Важное качество и  $MDB$ , и  $BNR$  – это то, что они независимы от выбора базовых станций.

Приведем пример измеренной базовой линии  $A-B$  в сети, которая была уравнена и статистически протестирована (табл. 1).

В настоящем примере используется понятие  $W$ -теста, более детальное описание которого приведено далее в подразд. 2.1. На данном этапе изложения материала следует сказать, что  $W$ -тест базируется на предположении, что в сети есть только одна грубая ошибка в одном единственном из-

мерении, в то время как все другие правильные. Именно этот  $W$ -тест обнаружил смоделированную (искусственно введенную в измерения) в данном примере ошибку.

Таблица 1

Пример внутренней и внешней надежности сети

| Измеряемая величина | Результат измерения (м) | $MDB$ (м) | $BNR$ | $W$ -тест |
|---------------------|-------------------------|-----------|-------|-----------|
| БЛ $A-B$            | 1 051,426               | 0,048     | 10,8  | -0,76     |
| БЛ $A-B + \Delta$   | 1 051,476               | 0,048     | 10,8  | 3,53**    |

Как следует из последней колонки первой строки табл. 1, это измерение благополучно прошло  $W$ -тест (критическое значение  $W$ -теста – 3,29). Внутренняя надежность измерения в виде  $MDB$  составила 0,048 м. Это означает, что ошибка такого размера будет, вероятно, обнаружена  $W$ -тестом. Чтобы проверить это, введем в БЛ  $A-B$  ошибку 0,05 м. После этого сеть снова уравнена и протестирована, включая эту смоделированную ошибку. Как видно по вновь полученной величине  $W$ -теста, в последней колонке второй строки табл. 1 (3,53), наблюдение теперь отклонено  $W$ -тестом (помечено в табл. 1 знаком \*\*), потому что его критическое значение (3,29) превышено.

Внешняя надежность измерения  $BNR$  составила 10,8 (см. табл. 1). Это означает, что влияние  $MDB$  размером 0,048 м на любую координату в сети в 10,8 раз меньше, чем апостериорная дисперсия координаты. Желательно, чтобы сеть имела однородную внешнюю надежность. Сеть, приведенную в примере, можно рассматривать как однородную, если величины  $BNR$  всех наблюдений находятся на том же самом уровне. Сеть неоднородна, когда  $BNR$  (например, измеренная БЛ  $A-B$ ) существенно превышает  $BNR$  других наблюдений в сети. В этом случае сеть нестабильна или неоднородна, т. е. надежность зависит главным образом от правильности одного единственного наблюдения.

## Контрольные вопросы по разделу 1

1. Для чего нужны в развиваемой геодезической сети избыточные измерения?
2. Дайте определение понятиям «невязка» и «поправка» в спутниковой геодезической сети.
3. Назовите основную цель уравнивания геодезической сети.
4. Назовите математический метод, используемый для уравнивания геодезических сетей. Каков его основной принцип?
5. Что описывают математическая и стохастическая модели геодезической сети?
6. Какому закону подчиняется вероятность появления случайных ошибок в процессе измерений в геодезической сети?
7. Назовите две главные характеристики нормального закона распределения вероятностей появления случайных величин.
8. Объясните различие между понятиями точность и надежность геодезической сети. Если рассматривать стрельбу из винтовки по мишени как аналог выполнения геодезических измерений, какие из двух параметров стрельбы «кучность, т. е. степень близости друг к другу попаданий в мишень» и «величина смещений попаданий в мишень относительно центра («десятки») мишени» можно рассматривать в качестве параметров «точность» и «надежность» процесса?
9. Назовите параметры внутренней и внешней надежности геодезической сети. Дайте им объяснения.

## 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ

### 2.1. Статистическое тестирование. Общие замечания

Уравнивание геодезической сети по МНК не всегда дает с первого раза приемлемые результаты по ряду различных причин. Поэтому результаты уравнивания сети должны быть проверены (протестированы), чтобы выявить и устранить любые ошибочные влияния [2].

Цель статистического тестирования состоит в том, чтобы проверить, является ли математическая и стохастическая модель обрабатываемой и уравниваемой геодезической сети правильным представлением «реального мира». Кроме того, важно обнаружить возможные промахи (грубые ошибки) в наблюдениях, которые могут существенно снизить достижимую точность сети. Это делает статистическое тестирование существенным для процесса контроля качества созданной и уравненной геодезической сети. Статистическое тестирование представлено в настоящем учебном пособии совместно с результатами уравнивания сети по МНК и основано на анализе полученных в результате уравнивания поправок (*residuals*). Обнаружение грубых ошибок может также быть выполнено до уравнивания, например, проверкой и выявлением недопустимо больших невязок замкнутых полигонов или проверкой правильности нумерации участвующих в построении сети пунктов. Эти проверки являются обязательными на этапе предварительной обработки сети и далее не рассматриваются в настоящем учебном пособии.

Математическая и стохастическая модель уравнивания сети основана на ряде предположений. Этот набор предположений называют статистической гипотезой. Различные предположения приведут к различным гипотезам. Статистическое тестирование используется для проверки гипотезы. Специальный ряд допущений рассматривается как нулевая гипотеза  $H_0$ . Эта гипотеза подразумевает, что:

- нет никаких грубых ошибок в измерениях;

– математическая модель дает правильное описание функциональных зависимостей между наблюдениями и неизвестными параметрами;

– выбранная стохастическая модель для измерений соответствующим образом (адекватно) описывает стохастические свойства наблюдений, в том числе вероятность появления ошибок измерений подчиняется закону нормального распределения вероятностей.

Очевидно, что есть два возможных исхода для тестирования гипотезы: принятие или отклонение гипотезы. Определенная *точка отсечения*, или *критическое значение* вычисляются для того, чтобы решить, принять или отклонить гипотезу. Критические значения устанавливают окно для принятия решения. Чем далее вычисленное значение теста от его *критического значения* вне этого окна, тем менее бесспорно набор допущений удовлетворен. Критические значения определяются выбором *уровня значимости теста*  $\alpha$ .

При выполнении тестирования (при проверке нулевой гипотезы) возможны ошибки двух видов (см. табл. 2) [1]:

1) гипотеза  $H_0$  отвергается, хотя на самом деле она должна быть принята. Это ошибка I рода, вероятность ее совершения определяется *уровнем значимости теста*  $\alpha$ . Другими словами,  $\alpha$  – вероятность ошибочного отклонения выполненной гипотезы. Альтернативно  $\alpha$  вычисляется дополнительный показатель – *уровень доверия*  $1 - \alpha$ . Если уровень значимости теста в установках на уравнивание выбран  $\alpha = 5\%$ , то уровень доверия равен  $(1 - \alpha) 95\%$ ;

2) гипотеза  $H_0$  принимается, хотя на самом деле она должна быть отвергнута. Это ошибка II рода, вероятность ее совершения определяется величиной  $1 - \beta$ , где  $\beta$  – *мощность теста*.

Таблица 2

Возможные ошибки при проверке нулевой гипотезы

| Ситуация           | Решение: принятие $H_0$                           | Решение: отклонение $H_0$                        |
|--------------------|---|--|
| $H_0$ выполнена    | Правильное решение:<br>вероятность = $1 - \alpha$ | Ошибка I рода:<br>вероятность = $\alpha$         |
| $H_0$ не выполнена | Ошибка II рода:<br>вероятность = $\beta$          | Правильное решение:<br>вероятность = $1 - \beta$ |

## 2.2. $F$ -тест

$F$ -тест – очень часто используемый многомерный тест на проверку нулевой гипотезы  $H_0$ .  $F$ -тест часто называют глобальным тестом, потому что он проверяет модель сети в целом.

Величина  $F$ -теста вычисляется по формуле

$$F = s^2 / \sigma^2, \quad (5)$$

где  $s^2$  – апостериорная дисперсия единицы веса, определяемая по вычисленным остаточным поправкам уравнивания и избыточности сети (число степеней свободы уравнивания);

$\sigma^2$  – априорная дисперсия единицы веса.

Величина  $F$ -теста сверяется с критическим значением  $F$ -распределения, которое является функцией избыточности и уровня значимости  $\alpha$ . Есть три причины отклонения: грубые ошибки измерений, неправильная математическая модель сети и неправильная стохастическая модель сети.

Информация, предоставленная  $F$ -тестом, а именно – принятием или отклонением нулевой гипотезы – не является определенной. Поэтому если  $H_0$  отклонена, необходимо найти причину отклонения, прослеживая ошибки в наблюдениях или предположениях. Если мы подозреваем, что  $H_0$  отклонена из-за грубой ошибки в одном из измерений, требуется  $W$ -тест. Так называемый метод *data snooping* (исследования данных) использует  $W$ -тест, чтобы искать ошибки в отдельных наблюдениях.  $F$ - и  $W$ -тесты связаны общей величиной мощности теста  $\beta$ . Это так называемый  $B$ -метод тестирования.  $W$ -тест и  $B$ -метод тестирования описаны в подразд. 2.3, 2.4.

Гипотеза  $H_0$  аналогично отклоняется, когда математическая модель уравнивания сети неправильная. Например, когда игнорируется коэффициент вертикальной рефракции атмосферы или наблюдения, связанные с различными системами координат, объединены без задания параметров преобразования между системами координат. В этом случае математическая модель должна быть улучшена, чтобы предотвратить плохой результат.

Другая причина отклонения – слишком оптимистическая априорная ковариационная матрица. Такое отклонение может быть легко исправлено

увеличением входной (априорной) дисперсии единицы веса. Конечно, мы не должны забывать о цели статистического тестирования: цель состоит не в том, чтобы принять все наблюдения, а в том, чтобы обнаружить отскоки (промахи) и ошибки математической модели сети.

Конечно, причиной отклонения нулевой гипотезы может быть комбинация трех вышеуказанных причин.

Как видно из формулы (5), значение величины  $F$  показывает, насколько ошибка, вычисленная в процессе уравнивания (апостериори), соответствует «априорной» точности измерений в сети. На практике, в процессе анализа уравнивания спутниковых геодезических сетей, исходят из следующих, несколько упрощенных соображений: если априорная точность задана верно, значение  $F$  будет близким к единице и находится в интервале от 0,7 до 1,4. Значение  $F$ , существенно превышающее единицу, указывает на наличие ошибок в результатах измерений, значительно превышающих величину априорной (заявленной, назначенной) точности измерений в случае уравнивания свободной сети. При ограниченном уравнивании аналогичная ситуация возникает и в случае наличия существенных погрешностей во взаимном положении исходных (опорных) пунктов.

Величина  $F$  значительно меньше единицы указывает на значительное занижение априорной точности (увеличение  $\sigma$ ) результатов измерений в сети.

В программе LGO реализованы более глубокие анализ и решения.

### 2.3. $W$ -тест

Отклонение  $F$ -теста не приводит к определению точной причины отклонения. В случае, если нулевая гипотеза отклонена, должны быть сформулированы другие гипотезы, которые описывают возможную ошибку или комбинацию ошибок.

Есть бесконечное число гипотез, которые могут быть сформулированы как альтернатива для нулевой гипотезы. Чем более сложными эти гипотезы становятся, тем более трудно их интерпретировать. Простая, но эффективная гипотеза – так называемая обычная альтернативная гипотеза, базируемая на предположении, что есть грубая ошибка в одном единст-

венном наблюдении, в то время как все другие правильные. Одномерный тест, связанный с этой гипотезой, называется  $W$ -тестом.

Предположение о единственной грубой ошибке в единственном измерении часто очень реалистично. Отклонение  $F$ -теста с большим превышением его критического значения может часто быть причиной грубой ошибки только в одном измерении. Есть обычная альтернативная гипотеза для каждого наблюдения, которое подразумевает, что каждое отдельное наблюдение проверено. Процесс тестирования каждого наблюдения в сети  $W$ -тестом называют термином *data snooping* (в пер. с англ. исследование данных).

При проверке измерений на предмет обнаружения в них грубых ошибок, размер поправок, определенных по МНК, не всегда является точным индикатором. Лучшим испытательным средством, хотя и предназначенным для некоррелированных измерений, является определенная по МНК поправка в измерение, разделенная на ее дисперсию. Для коррелированных наблюдений, например, три приращения координат в базовой ГНСС-линии, должна быть принята во внимание полная матрица весов наблюдений. Это условие проверяется при испытании  $W$ -тестом, который выполняется при нормальном распределении ошибок измерений и является самым чувствительным для ошибки в одном из наблюдений.

Критическое значение  $W_{crit}$  зависит от выбора *уровня значимости теста*  $\alpha$ . Если для некоторого измерения  $W$ -тест отклонен по причине того, что  $W > W_{crit}$ , с вероятностью  $1 - \alpha$  можно утверждать, что соответствующее наблюдение действительно содержит грубую ошибку измерений (промах).

С другой стороны, с вероятностью  $\alpha$  можно утверждать, что наблюдение не содержит промах, следовательно, отклонение необоснованно.

В геодезии для  $\alpha$  обычно выбираются величины между 0,001 и 0,05. В табл. 3 представлен краткий обзор  $\alpha$ -величин и соответствующих критических значений  $W$ -теста. Фактический выбор зависит от того, насколько строго и жестко мы хотим проверить наблюдения. Очень строгое тестирование (маленькое критическое значение) приведет к большему  $\alpha$  и, следовательно, увеличивающейся вероятности отклонения хороших наблюдений;  $\alpha = 0,001$  означает одно ложное отклонение в каждой 1 000 наблюдений.

Уровень значимости и критическая величина  $W$ -теста

|                                      |               |             |             |
|--------------------------------------|---------------|-------------|-------------|
| Уровень значимости теста, $\alpha_0$ | 0,001 (0,1 %) | 0,010 (1 %) | 0,050 (5 %) |
| Критическая величина $W$ -теста      | 3,29          | 2,58        | 1,96        |

Существенным для  $B$ -метода тестирования является то, что грубая ошибка обнаруживается с одинаковой вероятностью и  $F$ -тестом и  $W$ -тестом. С этой целью мощность  $1 - \beta$  обоих тестов устанавливается обычно на уровне 0,80 (80 %). Уровень значимости теста  $\alpha$  для  $W$ -теста устанавливается таким же, как и уровень значимости  $\alpha$   $F$ -теста. При фиксации  $\alpha$  и  $\beta$ ,  $\alpha$  зависит от избыточности в сети. Для крупномасштабных сетей со многими наблюдениями и значительным количеством избыточности для  $F$ -теста трудно обнаружить единственную грубую ошибку.  $F$ -тест, будучи глобальным тестом сети, недостаточно чувствителен для этой задачи. Как следствие связи между  $F$ -тестом и  $W$ -тестом, которым мощность теста задана в 0,80, увеличится уровень значимости  $\alpha$   $F$ -теста. Рассматривая вышесказанное, обычной практикой является выполнение исследования данных (*data snooping*), независимо от результата  $F$ -теста.

Во время исследования данных (*data snooping*) каждое отдельное наблюдение проверяется через обычную альтернативную гипотезу. Однако, как упомянуто выше, другие альтернативные гипотезы могут быть сформулированы так же. В LGO проверяется специальная гипотеза, чтобы проследить ошибки высоты антенны в базовых ГНСС-векторах. Гипотеза основана на факте, что направление ошибки высоты антенны совпадет с направлением отвеса в данном месте.  $W$ -тест высоты антенны является очень эффективным инструментом в поиске ошибок высоты установки антенны размером порядка 10 см.

## 2.4. $T$ -тест

Как показано в подразд. 2.3,  $W$ -тест является одномерным тестом, он проверяет обычные альтернативные гипотезы. Эти гипотезы предполагают, что есть только одно ошибочное измерение в момент тестирования. Способ отыскания ошибки по методу *data snooping* очень хорошо работа-

ет для отдельных одномерных наблюдений, например, направления (угла), расстояния, зенитного расстояния, азимута и превышения высот. Однако, для некоторых наблюдений, таких как базовые ГНСС-векторы, недостаточно протестировать элементы базовой линии ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) по отдельности. Необходимо протестировать также базовую линию в целом.

Для этой цели служит  $T$ -тест. В зависимости от количества элементов БЛ, которое будет проверено, существует 3-мерный или 2-мерный  $T$ -тест. Как и  $W$ -тест,  $T$ -тест также связан с  $F$ -тестом  $B$ -методом тестирования.  $T$ -тест имеет ту же мощность теста, как и другие тесты, но ее собственный уровень значимости и собственное критическое значение (см. табл. 4, 5).

Таблица 4

Уровень значимости и критическая величина  
для 2-мерного  $T$ -теста, основанного на  $\alpha_0$   $W$ -теста

|   |               |             |             |
|---|---------------|-------------|-------------|
| Уровень значимости теста $\alpha_0$             | 0,001 (0,1 %) | 0,010 (1 %) | 0,050 (5 %) |
| Уровень значимости теста $\alpha$<br>(2-мерный) | 0,003         | 0,022       | 0,089       |
| Критическая величина $T$ -теста                 | 5,91          | 3,81        | 2,42        |

Таблица 5

Уровень значимости и критическая величина  
для 3-мерного  $T$ -теста, основанного на  $\alpha_0$   $W$ -теста

|   |               |             |             |
|---|---------------|-------------|-------------|
| Уровень значимости теста $\alpha_0$             | 0,001 (0,1 %) | 0,010 (1 %) | 0,050 (5 %) |
| Уровень значимости теста $\alpha$<br>(3-мерный) | 0,005         | 0,037       | 0,129       |
| Критическая величина $T$ -теста                 | 4,24          | 2,83        | 1,89        |

$T$ -тест одинаково полезен для проверки координат исходных станций. Метод *data snooping* проверит изолированную часть ошибки по причине, например, ошибки ручного ввода по абсциссе, ординате или высоте. Деформация координат станции вследствие ошибки может быть не обнаружена методом *data snooping*, когда смещение вследствие этой деформации, разложенное по осям координат (по абсциссе, ординате и высоте), является относительно небольшим. Для тестирования возможного влия-

ния деформации координат станции, вызванного грубой ошибкой, сразу на все 3 координаты (по абсциссе, ординате или высоте) необходима другая альтернативная гипотеза. Трехмерный  $T$ -тест на полный набор всех 3 координат лучше подходит для того, чтобы проследить деформацию, хотя он будет не в состоянии проследить точное направление, в котором сместилось положение станции.

*Примечание:* ситуация, в которой  $W$ -тест принят, а соответствующий  $T$ -тест наблюдения отклонен, вполне возможна практически, не подразумевает противоречие. Это просто вопрос тестирования различных гипотез.

## 2.5. Тест высоты ГНСС-антенны

Во время *data snooping* каждое отдельное наблюдение проверяется через обычную альтернативную гипотезу. Однако при этом могут быть сформулированы также другие альтернативные гипотезы. В уравнивании LGO сформулирована специальная гипотеза, чтобы отыскивать ошибки высоты антенны в базовых ГНСС-векторах.

Гипотеза построена на том факте, что направление ошибки в высоте антенны совпадает с направлением вертикальной компоненты в координатах станции (геодезической высоты).  $W$ -тест в отношении высот антенн является эффективным средством для поиска ошибок высот антенн порядка 10 см.

Тест высоты антенны всегда вычисляется при уравнивании базовых ГНСС-векторов. Тест состоит из вычисления трех  $W$ -тестов по соответствующим осям координат:

- 1) компонент по абсциссе (направление север-юг, North – component);
- 2) компонент по ординате (направление запад-восток, East – component);
- 3) компонент по высоте (направление по вертикали, Height – component).

Тест по высоте антенны отклоняется в том случае, если компонент  $W$ -теста по высоте отклонен, а  $W$ -тесты плановых координат (по абсциссе и по ординате) приняты.

## 2.6. Интерпретация результатов тестирования

Имея дело с результатами тестирования, следует учитывать, что статистическое тестирование носит вероятностный характер и что нет никакой «абсолютной правды». Статистический анализ вообще должен использоваться с осторожностью, т. е. в сочетании со здравым смыслом, практическим опытом и внешней независимой проверкой.

Как показано ранее в отношении  $F$ -теста, причиной отклонения  $F$ -теста, означающего отклонение гипотезы  $H_0$ , могло стать:

- наличие грубых ошибок измерений или промахов;
- использование неправильной математической модели связи между измеренными величинами и неизвестными параметрами;
- использование неправильной стохастической модели.

Факт, что возможна также и комбинация этих причин отклонения, мешает выработать любые строгие правила для того, чтобы сделать однозначные выводы по  $F$ -тесту.

В общем случае отклоненный  $F$ -тест в комбинации с отклоненными по  $W$ -тестам пунктами указывает на ошибку математической модели уравнивания сети.

Непредвиденное отклонение  $W$ -теста указывает на одну или более грубую ошибку или промахи.

Так как  $F$ -тест,  $W$ -тест и  $T$ -тест связаны, лучше интерпретировать тесты попарно:

- отклоненный  $F$ -тест в комбинации с ограниченным числом отклонений по  $W$ -тесту ( $T$ -тесту) обычно указывает на одну или более грубых ошибок измерений;
- если  $F$ -тест отклонен и все наблюдения определенного типа (например, все зенитные расстояния) отклонены также, проблема может быть в математической модели уравнивания сети, которая нуждается в исправлении или уточнении. Например, если все  $W$ -тесты на зенитные расстояния отклонены, может быть полезно включить в уравнивание коэффициенты рефракции атмосферы;
- если  $F$ -тест отклонен так же, как и большинство  $W$ -тестов (без больших значений отскоков), проблемой могла стать стохастическая мо-

дель сети. Возможно, что входное значение дисперсии априори слишком оптимистично (априорная точность завышена по сравнению с фактически полученной по результатам уравнивания точностью). С другой стороны, если  $F$ -тест значительно ниже критического значения, а  $W$ -тест ( $T$ -тест) близок к нулю, то входное значение дисперсии (дисперсии априори) слишком пессимистично (априорная точность занижена по сравнению с фактически полученной по результатам уравнивания точностью).

Предположим, что метод *data snooping* на наблюдениях в сети закончился некоторым (ограниченным) числом отклонений. Предполагается, что отклонения не вызваны ошибками математической модели уравнивания сети и что были установлены и устранены все очевидные ошибки, такие как ошибки ввода данных. Такой случай предоставляет некоторое число вариантов возможных действий для исправления ситуации, изложенных ниже.

**Удалите соответствующее наблюдение.** Это действенный, но в то же время резкий способ решения проблем с отклонениями. Помните, что удаление наблюдений уменьшает избыточность и поэтому влияет на точность и надежность сети.

**Повторно измерьте соответствующую величину.** Повторное измерение является очевидным, но часто дорогим способом устранения отклонения, особенно когда полевые работы уже закончены. Поэтому рекомендуется обработать в сети так много данных, насколько это возможно.

**Увеличьте значение дисперсии (*standard deviation*) соответствующих наблюдений.** Увеличение значения дисперсии наблюдения будет всегда работать, означая, что это будет всегда приводить к понижению значений  $F$ -,  $W$ -,  $T$ -тестов. Однако нужно иметь в виду, что цель не в том, чтобы все тесты были приняты, а в скорейшем обнаружении грубых ошибок или ошибок модели сети.

**Проигнорируйте отклонения.** Этот выбор очевидно очень рискован и применим только в случае, если значения  $W$ -теста лишь незначительно превышают его критическое значение. Полезно смотреть на оценку ошибки, связанной с отклонением, и видеть, приемлемо ли это или нет. Мы также должны помнить, что, в зависимости от уровня значимости теста, всегда есть вероятность отклонения хорошего наблюдения.

Следует отметить, что измерения никогда не должны редактироваться, чтобы заставить их лучше согласоваться с другими наблюдениями в сети, за исключением случаев, если есть явное свидетельство причины ошибки, например, если это ошибка ввода данных (предположим, что высота антенны введена с ошибкой по сравнению с высотой антенны, записанной в полевом журнале и т. д.).

## 2.7. Предполагаемые ошибки

Размер ошибки, ответственной за отклонение наблюдения или координат исходной станции, оценивается в LGO. Эта так называемая предполагаемая ошибка, полезный инструмент, но она должна использоваться с осторожностью:

- следует анализировать только предполагаемую ошибку, связанную с наибольшим *W*-тестом или *T*-тестом;

- если речь идет о *W*-тесте, предполагаемая ошибка основана на обычной альтернативной гипотезе, что в сети присутствует только одно наблюдение (или известная координата), содержащее ошибку. Следовательно, если в сети присутствует больше ошибок, результат оценки мог бы быть бессмысленным, если ошибки не были сделаны (географически) далеко друг от друга;

- если речь идет о *T*-тесте, предполагаемая ошибка основана на гипотезе, что только одна базовая линия или координаты исходной станции содержат ошибку. Следовательно, если в сети присутствует больше ошибок, результат оценки мог бы быть бессмысленным, если ошибки не были сделаны (географически) далеко друг от друга. Результаты испытаний и оцененные ошибки являются только тогда значимыми, когда наблюдательные ошибки были отфильтрованы в предшествующем свободном уравнивании и фазе тестирования.

Следует еще раз подчеркнуть, что тестирование осуществляется после уравнивания и при тестировании обнаруживаются ошибки, которые нельзя выявить стандартными приемами контроля, проводимыми в процессе обработки ГНСС-сети. Обязательно до уравнивания сети соответствующим инструментом ПО LGO должны быть проверены невязки замкнутых

фигур и оценены их размеры, вычислена средняя квадратическая погрешность измерения БЛ, вычисления по формуле (6), которая должна соответствовать требованиям технического задания на создание геодезической сети.

Кроме того, на этапе вычисления базовых линий следует исключить случаи, когда среднее значение координат пунктов, вычисляемое по координатам, полученным из каждого отдельного решения по каждой базовой линии, превышает заданное допустимое значение (в ПО LGO величина этого допуска по умолчанию составляет 7,5 см). При наличии таких пунктов на схеме сети (в закладке *View/Edit*) они отображаются условным знаком в виде заштрихованного квадрата. Все такие случаи до уравнивания сети должны быть обнаружены, установлены причины грубого вычисления БЛ и произведены перевычисления БЛ с тем, чтобы исключить факты получения по разным БЛ координат определяемых пунктов, значения которых различаются на величину, большую, чем допустимая. При необходимости допуск на отличие координат, полученных по разным БЛ, может быть изменен.

## Контрольные вопросы по разделу 2

1. Какова цель статистического тестирования спутниковой геодезической сети?
2. Кратко изложите суть и назначение  $F$ -теста. Что он характеризует и от чего зависит? Каков диапазон его нормальных значений?
3. Что проверяется  $W$ -тестом? Отыскивает ли  $W$ -тест грубую ошибку измерений в базовой линии в целом или в каждой ее компоненте (по приращениям вектора базовой линии по соответствующим осям координат  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ )?
4. Чем  $T$ -тест отличается от  $W$ -теста? Является ли он показателем грубой ошибки измерений в целом по базовой линии или в каждой ее компоненте (по приращениям вектора базовой линии по соответствующим осям координат  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ )?
5. Что такое тест высоты установки ГНСС-антенны? Является ли он  $F$ -тестом,  $W$ -тестом или  $T$ -тестом? Объясните принцип обнаружения гру-

бой ошибки в высоте установки ГНСС-антенны с помощью теста высоты установки антенны.

6. Являются ли  $F$ -,  $W$ - и  $T$ -тесты независимыми или они взаимозависимы? Расскажите общий порядок интерпретации итогов тестирования результатов уравнивания спутниковой геодезической сети.

7. Что такое предполагаемая ошибка?

8. Следует ли по итогам тестирования результатов уравнивания анализировать предполагаемые ошибки для всех измерений, включенных в отчет об отклоненных  $W$ - и  $T$ -тестах, или только для измерений, связанных с наибольшим  $W$ - или  $T$ -тестом?

9. Можно ли проигнорировать факт отклонения для геодезической сети  $F$ -теста, если его величина составляет величину 5,0 или 0,2? Какова наиболее вероятная причина такой ситуации в первом и во втором случае?

## 3. ОТЧЕТ ОБ УРАВНИВАНИИ СЕТИ

### 3.1. Критерии тестирования

В предыдущих разделах учебного пособия изложены основные теоретические положения по МНК-уравниванию геодезической сети, созданной с применением ГНСС-технологий, даны понятия точности, надежности сети, а также численные параметры, количественно характеризующие эти понятия, описаны виды тестов, применяемых в LGO для оценки надежности сети, порядок их применения и интерпретации полученных результатов. Для практической реализации процесса анализа точности и надежности создаваемой геодезической сети по результатам ее уравнивания, следует уметь задавать требуемые параметры уравнивания, а также понимать и анализировать каждый компонент отчета об уравнивании геодезической сети. Именно этим задачам – заданию параметров уравнивания и изучению содержания отчета об уравнивании – посвящен этот раздел.

Прежде чем приступить к уравниванию сети, следует задать параметры этого уравнивания: последовательно выполнить *Adjustment* → *Configuration* → *General Parameters* и в появившемся после этого окне *General Parameters* (общие параметры) (рис. 6) задать параметры уравнивания сети. Диалоговое окно *General Parameters* имеет 6 вкладок, и во всех вкладках перед уравниванием должны быть установлены параметры, заданные в LGO по умолчанию. Для этого следует нажать соответствующую вкладку окна и в открывшемся окне вкладки нажать клавишу *Defaults* (по умолчанию). При этом в закладке *Known Stations* (Исходные пункты) по умолчанию выберется вариант уравнивания сети с использованием исходных пунктов как абсолютно точных (их координаты не получают поправок из уравнивания). Альтернативный вариант уравнивания сети, в котором координаты исходных пунктов рассматриваются как «взвешенно уравниваемые» в соответствии с задаваемыми им СКО, имеющийся в LGO, в настоящем пособии не рассматривается.

Для уравнивания важно понимать значение параметров тестирования и правильно их установить в закладке *Test Criteria* (Критерии тестирования), рис. 6.

Параметр *Alpha (%)*, называемый также *уровнем значимости теста  $\alpha$* , – это величина вероятности отклонения хорошего наблюдения. В теории математической обработки геодезических измерений (ТМОГИ) значение 5 % обычно выбирается как величина по умолчанию. Установка слишком низкой величины *Alpha* (менее 5 %) может привести к принятию в обработку плохого результата наблюдения. В *Leica Geo Office (LGO)* размер устанавливаемой по умолчанию величины *Alpha* также равен 5 %, при этом изменение ее может производиться не произвольно, а только на 2 других значения, заложенных в каталоге: 1,0 и 0,1. Дополнительные сведения по уровню значимости теста  $\alpha$  приведены в подразд. 2.1.

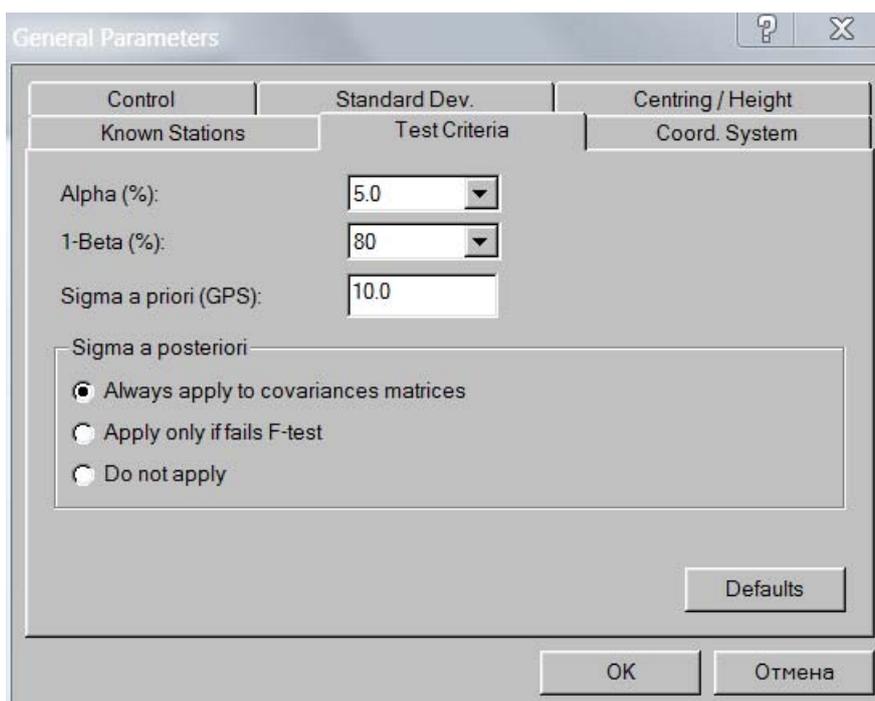


Рис. 6. Стандартные (по умолчанию) параметры уравнивания ГНСС-сети

Параметр  $1 - Beta$  (%) или, в виде математического выражения,  $1 - \beta$  – это вероятность отклонения из уравнивания плохого (некачественного, грубого) наблюдения, при этом величина  $1 - \beta$  называется *мощностью*

*теста*. В ТМОГИ значение 80 % обычно выбирается как величина по умолчанию. Установка слишком большой величины  $1 - Beta$  (более 80 %) может привести к исключению из уравнивания качественного результата наблюдения. В LGO размер устанавливаемой по умолчанию величины  $1 - Beta$  также равен 80 %, при этом изменение ее может производиться не произвольно, а только на 2 других значения, заложенных в каталоге: 90 % и 70 %. Дополнительные сведения по параметру *мощность теста* приведены в подразд. 2.1.

Следует иметь в виду, что параметры настройки *Alpha* ( $\alpha$ ) и  $1 - Beta$  ( $1 - \beta$ ) являются субъективными и должны быть сделаны опытным геодезистом, непосредственно выполнявшим полевые измерения и имеющим представление о качестве выполненных измерений (в том числе имеющим возможность оценить реальную точность центрирования штативов над центрами пунктов, точность измерения высот установки антенн ГНСС-приемников, условия наблюдений на объекте и т. д.). Если обработка выполняется не лично исполнителем, выполнившим измерения, и у оператора, осуществляющего обработку ГНСС-измерений, имеются сомнения относительно того, какие величины параметров *Alpha* ( $\alpha$ ) и  $1 - Beta$  ( $1 - \beta$ ) использовать для уравнивания, следует принять величины, предлагаемые LGO по умолчанию:  $Alpha = 5 \%$ ,  $1 - Beta = 80 \%$ .

Одной из характерных особенностей спутниковых методов построения ГГС является существенное преобладание систематических ошибок над случайными. Практически всегда при решении базовых линий в ковариационных матрицах для приращений координат получают миллиметровые точности, особенно при удачном разрешении неоднозначностей по двойным разностям. В то же время невязки в замкнутых фигурах, вычисляемые по этим же базовым линиям, имеют величину на сантиметровом уровне. Это происходит потому, что ковариационная матрица на выходе из решения базовой линии подразумевает точность по внутренней сходимости. В ней не учитывается влияние ошибок центрирования штативов, измерения высоты антенны ГНСС-приемников, некоррелированных ошибок тропосферной и ионосферной задержки и других, немоделируемых ошибок, которые в сеансе ведут себя как систематические ошибки (смещения). Когда на вход программы уравнивания сети будет поступать не-

реальная ковариационная матрица, получаемое решение не будет проходить  $F$ -тест. Если бы можно было определить истинную ковариационную матрицу (включающую влияние не моделируемых ошибок), тогда ее можно было бы использовать вместо выходной ковариационной матрицы, полученной при первичном уравнивании сети.

Хотя ковариационные матрицы векторов базовых линий не дают возможности судить о реальной точности их координат, по ним можно составить некоторые выводы об условиях наблюдений. Но перед использованием во вторичном уравнивании эти матрицы необходимо корректировать, приближая их к реальным условиям измерений. На практике для изменения ковариационных матриц прибегают к различным эмпирическим методам. Обычно это производится в итеративном режиме, с использованием теста на фактор дисперсии (или какого-либо другого статистического теста), который основан на сравнении дисперсий (средней квадратической ошибки единицы веса) измерений до и после уравнивания. В LGO эти дисперсии до и после уравнивания называются *Sigma a priori (GPS)* и *Sigma a posteriori*.

Параметр *Sigma a priori (GPS)* (СКО единицы веса до уравнивания) по умолчанию задается в размере 10 мм (рис. 6).

Параметр *Sigma a posteriori* (СКО единицы веса после уравнивания) – величина (рис. 6), которая вычисляется по итогам уравнивания взамен неуверенно определенной априорной величины *Sigma a priori*. Имеется 3 возможности применения этой величины, что влияет на оценку точности уравненных координат (рис. 6).

1 – *Always apply to covariance's matrices* (всегда применять к ковариационной матрице). Этот вариант рекомендуется использовать по умолчанию.

2 – *Apply only if falls F-test* (применять только тогда, если не проходит  $F$ -тест).

3 – *Do not apply* (не применять).

Вы можете, при необходимости, применять величину *Sigma a posteriori* только в том случае, если уравнивание не проходит  $F$ -тест.  $F$ -тест вычисляется на основании сопоставления оценок величин *Sigma a priori* (до уравнивания) и *Sigma a posteriori* (после уравнивания). Если они стати-

стически различны, это указывает, что стохастические оценки, присвоенные наблюдениям, были неправильными (приводящими к тому, что отскоки в измерениях (выбросы) не были удалены). Применение *a posteriori* в этом случае позволяет компенсировать эту проблему (см. подразд. 2.4).

После задания параметров уравнивания, указания пунктов, которые будут использованы в уравнивании в качестве исходных, и задания их координат (если выполняется ограниченное уравнивание) последовательным нажатием *Adjustment* → *Compute Network* запускается процесс уравнивания сети, результаты которого отражаются в отчете об уравнивании.

### 3.2. Отчет об уравнивании сети

Для того, чтобы посмотреть результаты уравнивания геодезической сети, необходимо открыть отчет об уравнивании сети. Для этого в главном меню ПО LGO (рис. 7) нужно последовательно выбрать *Adjustment* → *Results* → *Network*, после чего отчет об уравнивании *Network Adjustment* (Уравнивание сети) откроется в отдельном окне, а информация об открытом отчете будет помещена в список открытых в ПО документов в разделе *Open Documents* (Открытые документы).

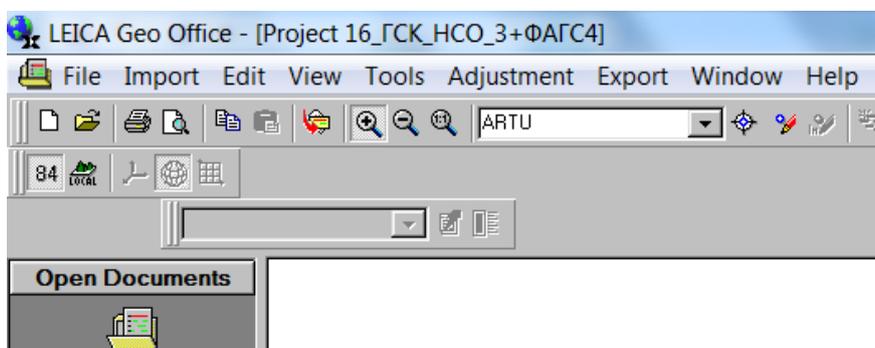


Рис. 7. Главное окно ПО LGO

Отчет может быть сохранен как HTML-файл или распечатан. Для сохранения отчета как HTML-файла нужно нажать правой кнопки мыши внутри окна отчета и выбрать затем в появившемся контекстном меню (КМ) *Save As...* (*Сохранить как...*).

В конечном итоге в отчете об уравнивании будет содержаться информация, которая зависит от сделанных оператором настроек шаблона отчета и типа включаемых в уравнивание измерений (только ГНСС-измерения или также и наземные измерения – тахеометром, нивелиром и т. д.). В настоящем учебном пособии рассматривается уравнивание только ГНСС-измерений и не рассматриваются варианты включения в уравнивание результатов наземных измерений с помощью других геодезических приборов (тахеометров, нивелиров), поэтому возможности программного пакета LGO в части совместного уравнивания наземных и спутниковых измерений далее здесь не рассматриваются.

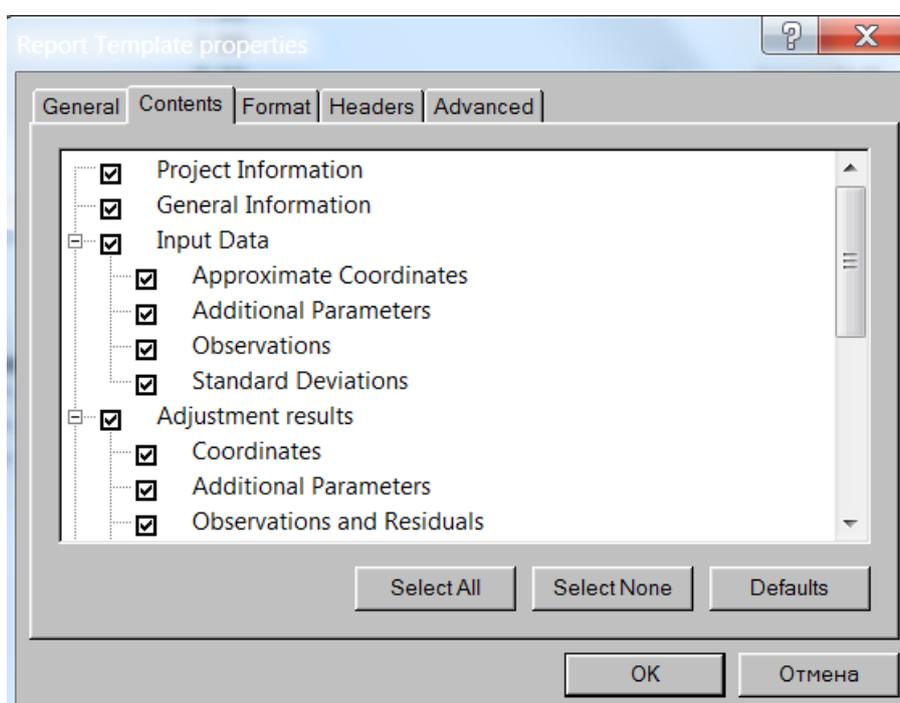


Рис. 8. Окно свойств шаблона отчета

Для анализа результатов уравнивания геодезической сети и последующей оценки надежности получения уравненных координат, их точности принципиально важно, чтобы оператор, выполняющий обработку ГНСС-измерений в ПО LGO, хорошо понимал структуру и содержание отчета об уравнивании сети, а также значение каждого параметра и каждого результата, приведенного в отчете. Именно отчет об уравнивании

геодезической сети содержит исчерпывающую информацию, позволяющую оценить качество и надежность результатов уравнивания и, при необходимости, принять требуемые меры по изменению параметров уравнивания, фильтрации входной измерительной информации, повторному уравниванию сети. Поэтому в настоящем пособии, посвященном оценке надежности построения ГГС, осуществляемой на основе анализа и статистических оценок результатов уравнивания, далее приводится детальное описание содержания отчета об уравнивании и пояснение значения отдельных, наиболее важных элементов этого отчета.

В качестве примера отчета, отдельные разделы которого приводятся далее, для простоты изложения выбран отчет об уравнивании сети (рис. 9), состоящий из 3 пунктов (P\_01 – P\_02 – P\_03), в которой 1 пункт (P\_01) исходный, а 2 других (P\_02 – P\_03) – определяемые.

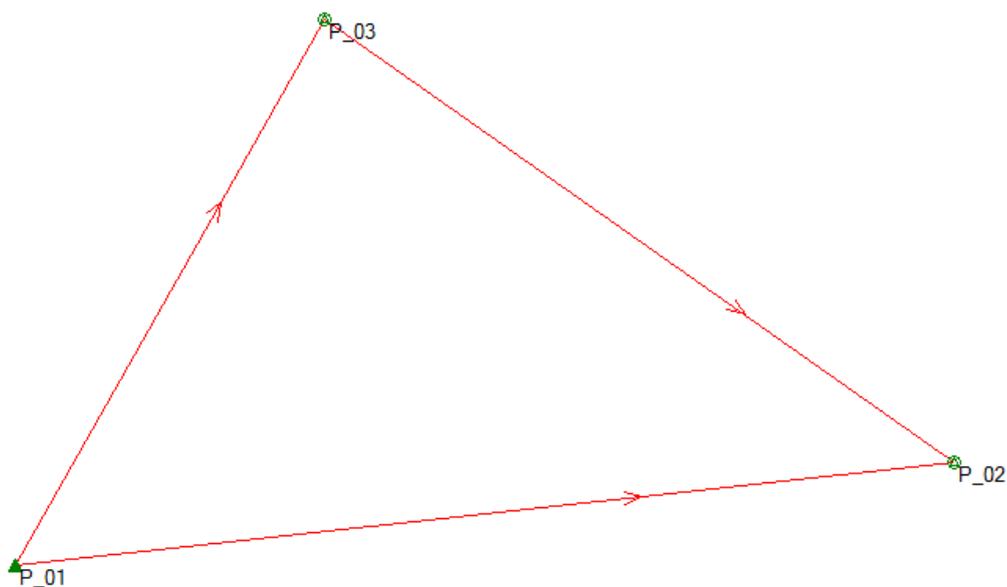


Рис. 9. Схема сети, представленной в отчете об уравнивании

Весь отчет содержит в себе 6 разделов: Project Information (*информация о проекте*), General Information (*общая информация*), Input data (*входные данные*), Adjustment Results (*результаты уравнивания*), Testing and Estimated Errors (*ошибки тестирования и оценок*), Warning Messages (*пре-*

дупреждающие сообщения), описание которых, за исключением последнего, дано ниже.

**Раздел *Project Information*** (информация о проекте). Этот раздел (рис. 10) содержит общую информацию о проекте (сверху вниз): название проекта (*Project name*); дата и время создания (*Date created*), часовой пояс (*Time zone*), использованная в проекте система координат (*Coordinate system name*), а также информация о версии ПО LGO (*Application software*) и о ядре встроенного в ПО процессора уравнивания (*Processing kernel*). Если ранее пользователем в разделе *Project Properties* (*Свойства проекта*), в закладке *Dictionary* (*Словарь*), была введена дополнительная информация о проекте (исполнитель, заказчик, адрес и т. д.), то эта информация будет включена в данный раздел отчета об уравнивании.

The image shows the header of a report titled 'Network Adjustment' from Leica Geosystems. Below the header, there is a section titled 'Project Information' with a table of project details.

|                         |                      |
|-------------------------|----------------------|
| Project name:           | 16_ГСК_НСО_3+ФАГС4   |
| Date created:           | 02/25/2018 19:38:27  |
| Time zone:              | 7h 00'               |
| Coordinate system name: | WGS 1984             |
| Application software:   | LEICA Geo Office 5.0 |
| Processing kernel:      | MOVE3 3.4            |

Рис. 10. Раздел отчета Project Information (Информация о проекте)

### 3.2.1. Общая информация об уравнивании

**Раздел *General Information*** (общая информация) содержит в себе подразделы *Adjustment* (уравнивание), *Stations* (пункты), *Observations* (наблюдения), *Unknowns* (неизвестные), *Testing* (тестирование), пояснение которым приведено ниже.

Содержание подраздела *Adjustment*

| <i>Adjustment</i> (уравнивание)   |   |
|---|---|
| <i>Type</i> (тип):  | <i>Minimally constrained</i><br>(минимально ограниченный) |
| <i>Dimension</i> (размерность):   | 3D  |
| <i>Coordinate system</i> (система координат):   | WGS 1984  |
| <i>Height mode</i> (система высот):   | <i>Ellipsoidal</i> (эллипсоидальная)                      |
| <i>Number of iterations</i> (количество итераций):  | 1   |
| <i>Maximum coord. correction in last iteration</i> (максимальная поправка в координаты в последней итерации): | 0,0000 m ( <i>tolerance is met</i> /допуск соблюден)      |

Подраздел *Adjustment* (уравнивание) (см. табл. 6) дает общую информацию о выполненном уравнивании.

Тип уравнивания сети может быть следующий:

– свободное уравнивание: нет ни одного исходного пункта, все пункты сети рассматриваются как определяемые;

– минимально-ограниченное уравнивание: известны (зафиксированы как безошибочные, точные) 3 координаты (плановые координаты и высота пункта, необязательно, чтобы одного и того же). Следовательно, минимально ограниченное уравнивание выполняется в общем случае, если известны 3 координаты одного и того же пункта (2 плановые координаты и 3-я координата – высота) или известны 3 координаты, но у 2 разных пунктов (2 плановые координаты одного пункта и высота другого пункта). Уравнивание будет выполняться путем изменения положения остальных пунктов сети вокруг неподвижного (фиксированного) исходного пункта (или 2 пунктов);

– ограниченное уравнивание: два или более пункта зафиксированы в качестве исходных (при этом, как минимум, у одного из исходных пунктов должны быть известны все 3 координаты, а у второго, как минимум, – высота). Значит, в общем случае, для ограниченного уравнивания должны быть известны 4 координаты у не менее чем 2 пунктов, при этом у одного из них известна высота;

– ограниченное уравнивание с весами: исходные пункты рассматриваются как фиксированные в пределах средней квадратической ошибки их координат. В этом случае исходные пункты из уравнивания также получают поправки, но их величина находится в пределах СКО координат, заданной при введении координат в проект (в пособии этот вариант задания исходных пунктов не рассматривается).

Такой способ задания исходных пунктов для уравнивания устанавливается из главного меню: *Adjustment* → *Configuration* → *General Parameters*, в закладке *Known Stations* (Исходные пункты) появившегося после этого окна *General Parameters* (Основные параметры) (рис. 11).

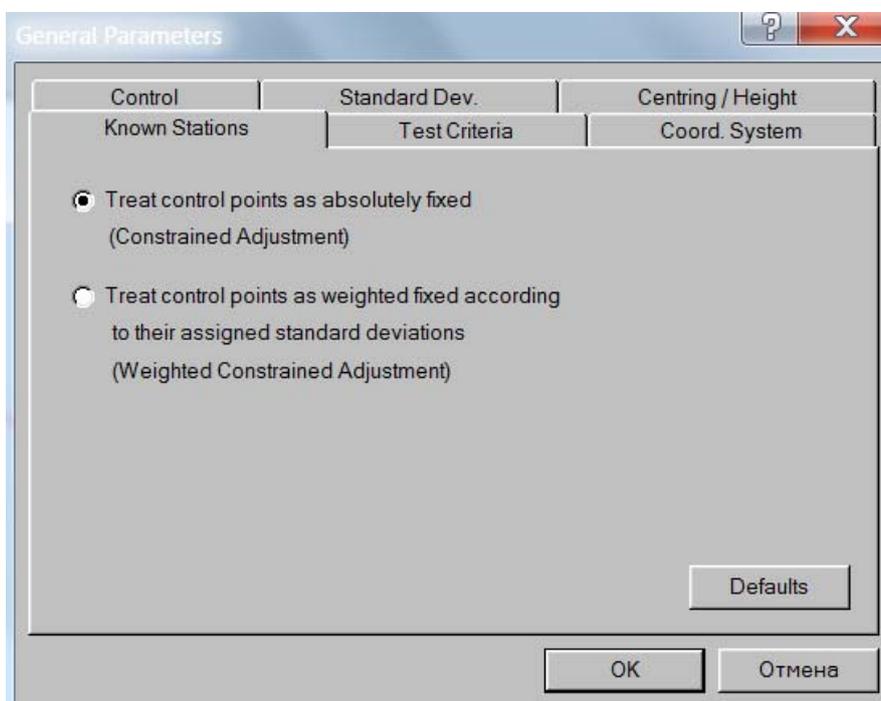


Рис. 11. Закладка *Known Stations* окна *General Parameters*

Размерность сети показывается в отчете об уравнивании такой, как она задана в основных параметрах уравнивания (*Adjustment* → *Sconfigurations* → *General Parameters*), в закладке *Control* (контроль). В общем случае следует понимать, что размерность геодезической сети определяется видом включаемых в уравнивание измерений: ГНСС-сеть всегда будет 3-мерная (3D); плановые сети без учета высот пунктов (сеть триан-

гуляции, трилатерации, ходы полигонометрии, теодолитные хода и т. д.) – двумерные сети (2D); сеть нивелирования – одномерная сеть (1D).

Система координат и система высот в отчете об уравнивании показывается такой, как она задана в основных параметрах уравнивания (*Adjustment* → *Cconfigurations* → *General Parameters*), в закладке *Coord. System* (система координат).

В отчете также приводится количество сделанных при уравнивании итераций для достижения заданного критерия итерационного процесса. Критерием итерационного процесса является максимальная величина расхождения уравненных координат между двумя последними итерациями (в примере она задана 0,0000 м). Критерий итерационного процесса и число итераций задается в основных параметрах уравнивания (*Adjustment* → *Configuration* → *General Parameters*), в закладке *Control* (контроль).

Подраздел *Stations* (пункты) (табл. 7) содержит информацию о количестве исходных пунктов, координаты которых известны (или частично известны); количество неизвестных пунктов, координаты которых должны быть получены по итогам уравнивания; общее количество пунктов, принимающих участие в уравнивании. При этом под частично известными пунктами подразумеваются пункты, у которых известны не все 3 координаты (2 плановые координаты и высота), а пункты, у которых известны только плановые координаты (плановые исходные пункты) или только высота (высотные исходные пункты).

Таблица 7

#### Содержание подраздела *Stations*

| <i>Stations</i> (пункты)   |   |
|--|---|
| <i>Number of (partly) known stations</i> (количество известных (частично) пунктов) | 1 |
| <i>Number of unknown stations</i> (количество неизвестных пунктов)                 | 2 |
| <i>Total</i> (всего)   | 3 |

В подразделе *Observations* (наблюдения) (табл. 8) приведены тип и число наблюдений, содержащихся в сети, а также другие внутренние ограничения сети и параметры преобразования между геоцентрической и локальной системой координат, если они были заданы в качестве вели-

чин, которые должны быть получены в результате уравнивания (в данном пособии эта опция не рассматривается). Если исходные пункты заданы как фиксированные (не подлежащие уравниванию), то координаты исходных пунктов также рассматриваются как измерения и включаются в общее число выполненных измерений.

Таблица 8

Содержание подраздела *Observations*

| <i>Observations</i> (наблюдения)                              |                                       |
|---|---------------------------------------|
| <i>GPS coordinate differences</i> (ГНСС приращения координат) | 9 (3 <i>baselines</i> /базовых линии) |
| <i>Known coordinates</i> (известные координаты)               | 3                                     |
| <i>Total</i> (всего)  | 12                                    |

В свободном уравнивании внутренние ограничения сети отсутствуют, что создает дефект данных. В этом случае матрица коэффициентов системы уравнений поправок (матрица плана) и, следовательно, матрица нормальных уравнений будут иметь дефект ранга, равный трем. Однако использование аппарата псевдообращения матриц, применяемого в данном ПО, позволяет провести уравнивание [1].

В случае, если в геодезической сети участвуют комбинированные данные (наземные и спутниковые), матрица коэффициентов системы уравнений поправок (матрица плана) и матрица нормальных уравнений будут иметь дефект ранга, равный 7 (в зависимости от наземных используемых наблюдений).

В подразделе *Unknowns* (неизвестные) (табл. 9) приведены тип и число неизвестных элементов сети, которые будут вычислены по итогам ее уравнивания.

Таблица 9

Содержание подраздела *Unknowns*

| <i>Unknowns</i> (неизвестные)               |   |
|---|---|
| <i>Coordinates</i> (координаты)             | 9 |
| <i>Total</i> (всего)                        | 9 |
| <i>Degrees of freedom</i> (степень свободы) | 3 |

Понятие *степень свободы* используется для того, чтобы вычислить *Sigma a posteriori* (после уравнивания) и определяется как разность числа принятых для уравнивания измерений (включая внутренние ограничения) и числа неизвестных.

В подразделе *Testing (Тестирование)* (табл. 10) приведены различные величины, вычисленные по итогам уравнивания для серии статистических тестов, применяемых в ПО LGO.

Таблица 10

Содержание подраздела *Testing*

| <i>Testing</i>   |                        |
|--|------------------------|
| <i>Alfa</i> (multi dimensional/многомерный)  | 0,1291                 |
| <i>Alfa 0</i> (one dimensional/одномерный)   | 5,0 %                  |
| <i>Beta</i> : (фактически имеется в виду мощность теста $1 - \beta$ )  | 80,0 %                 |
| <i>Sigma a-priori</i> (GPS) (Sigma до уравнивания)   | 10,0                   |
| <i>Critical value W-test</i> (критическая величина <i>W</i> -теста)  | 1,96                   |
| <i>Critical value T-test (2-dimensional)</i> критическая величина <i>T</i> -теста (2-мерного)                                      | 2,42                   |
| <i>Critical value T-test (3-dimensional)</i> критическая величина <i>T</i> -теста (3-мерного)                                      | 1,89                   |
| <i>Critical value F-test</i> (критическая величина <i>F</i> -теста (2-мерного))  | 1,89                   |
| <i>F-test</i> ( <i>F</i> -тест)  | 0,28 (accepted/принят) |
| <i>Results based on a-posteriori variance factor</i> Результат основан на апостериорной (после уравнивания) ковариационной матрице |                        |

*Alfa* (multi-dimensional/многомерный) – уровень значимости многомерного *F*-теста.

*Alfa 0* (one dimensional/одномерный) – уровень значимости одномерного *W*-теста.

*Beta* ( $1 - \beta$ ): мощность всех тестов.

*Sigma a-priori (GPS)* (Sigma до уравнивания) – величина, введенная вручную для компенсации слишком оптимистичных по точности оценок результатов ГНСС-измерений. Этот параметр задается в разделе *General Parameters: Test Criteria*).

*Critical value W-test* (критическая величина *W*-теста) – значение допуска на величину *W*-теста, выше которого наблюдения не будут проходить *W*-тест.

*Critical value T-test (2-dimensional)* критическая величина *T*-теста (2-мерного) – значение допуска на величину *T*-теста, выше которого наблюдения не будут проходить *T*-тест. Тест может быть 1-2-3-мерным, в зависимости от типа тестируемых наблюдений или координат.

*Critical value F-test* (критическая величина *F*-теста (2-мерного) – глобальный тест всей сети, который должен быть близок к 1.

*F-test (F-test)* – результат проверки на *F*-тест, который подтверждает корректность стохастической модели всей сети (*sigma a posteriori*). Результат на прохождение *F*-теста всегда стоит в этом разделе отчета вне зависимости от того, применена к результатам или нет *Sigma a posteriori*.

### 3.2.2. Входные данные сети

**Раздел *Input data* (входные данные).** В зависимости от типа уравнивания и типа измерений, включенных в уравнивание, данный раздел отчета может быть сконфигурирован для отображения нижеперечисленных подразделов.

Подраздел *Approximate Coordinates* (*предварительные координаты*) (рис. 12) содержит неуровненные координаты всех станций, среди которых отмечены исходные пункты (*Known in Position and Height – известны в плане и по высоте*).

| Input data              |                     |                     |            |                              |
|-------------------------|---------------------|---------------------|------------|------------------------------|
| Approximate Coordinates |                     |                     |            |                              |
| Station                 | Latitude            | Longitude           | Height [m] |                              |
| P_01                    | 55° 00' 44.11831" N | 82° 59' 06.06643" E | 141.1500   | Known in Position and Height |
| P_02                    | 55° 08' 19.83663" N | 84° 07' 27.43941" E | 219.1006   |                              |
| P_03                    | 55° 40' 43.42403" N | 83° 21' 35.93158" E | 72.0783    |                              |

Рис. 12. Подраздел *Approximate Coordinate* раздела *Input data*

Подраздел *Additional Parameters* (дополнительные параметры) содержит параметры связи систем координат и земные параметры, которые были применены для наземных измерений, если они были добавлены в уравнивание совместно с ГНСС-измерениями. В настоящем учебном пособии рассматривается уравнивание только ГНСС-измерений, вариант совместного уравнивания спутниковых и наземных данных не рассматривается.

Подраздел *Observations* (наблюдения) содержит неуровненные наблюдения (рис. 13): тип измерений (для ГНСС-измерений – это приращения координат  $DX$ ,  $DY$ ,  $DZ$ ); *Station* (название пункта – это может быть референсная станция базового ГНСС-вектора, точка стояния тахеометра или начальный репер нивелирной линии); *Target* (для ГНСС-измерений это ровер в базовой линии, точка визирования тахеометром или нивелирный репер при измерениях тахеометром или нивелировании соответственно); *St. Ih* – высота установки инструмента (только при наземных измерениях, при ГНСС-измерениях этот столбец будет пустым); *Tg. Ih* – высота установки визирной цели (только при наземных измерениях, при ГНСС-измерениях этот столбец будет пустым); *Reading* – измеренные величины (для ГНСС-измерений это измеренные приращения координат в базовой линии).

| Observations |         |        |        |        |               |
|--------------|---------|--------|--------|--------|---------------|
|              | Station | Target | St. ih | Tg. ih | Reading       |
| DX           | P_01    | P_03   |        |        | -30880.6549 m |
| DY           |         |        |        |        | -57813.8301 m |
| DZ           |         |        |        |        | 42134.8545 m  |
| DX           | P_01    | P_02   |        |        | -73602.4288 m |
| DY           |         |        |        |        | -3268.0191 m  |
| DZ           |         |        |        |        | 8132.0069 m   |
| DX           | P_03    | P_02   |        |        | -42721.7722 m |
| DY           |         |        |        |        | 54545.8139 m  |
| DZ           |         |        |        |        | -34002.8481 m |

Рис. 13. Подраздел *Observations* раздела *Input data*

Подраздел *Standard Deviations* (средняя квадратическая ошибка, СКО) содержит (рис. 14) тип измерений (для ГНСС-измерений – это приращения координат  $DX$ ,  $DY$ ,  $DZ$ ); *Station* (название референционной станции базового ГНСС-вектора); *Target* (для ГНСС-измерений это название ровера в базовой линии). Дальше в этой таблице для наземных измерений приводится 3 столбца СКО, обозначающих: абсолютную среднюю квадрати-

ческую ошибку  $Sd. abs$ , относительную СКО  $Sd. rel$  и общую СКО координат станции  $Sd. tot$ , вычисленную как результат совместного влияния абсолютной, относительной СКО, а также ошибок центрирования и измерения высот стояния и визирования.

Для ГНСС-измерений (на рис. 14 приведен фрагмент отчета именно об уравнивании ГНСС-измерений) в этих 3 колонках приводятся 3 столбца ковариационной матрицы ( $Cor.$  после знака /), полученной по итогам уравнивания измерений приращений координат в каждой базовой линии, присутствующей в сети.

#### Standard deviations

|    | Station | Target | Sd. abs / Cor | Sd. rel / Cor | Sd. tot / Cor |
|----|---------|--------|---------------|---------------|---------------|
| DX | P_01    | P_03   | 0.0018 m      | -             | -             |
| DY |         |        | 0.4922        | 0.0080 m      | -             |
| DZ |         |        | 0.4840        | 0.9372        | 0.0112 m      |
| DX | P_01    | P_02   | 0.0019 m      | -             | -             |
| DY |         |        | 0.4509        | 0.0089 m      | -             |
| DZ |         |        | 0.4439        | 0.9377        | 0.0122 m      |
| DX | P_03    | P_02   | 0.0013 m      | -             | -             |
| DY |         |        | 0.4411        | 0.0061 m      | -             |
| DZ |         |        | 0.4289        | 0.9359        | 0.0083 m      |

Рис. 14. Подраздел *Standard Deviations* раздела *Input data*

Следует помнить, что в данной матрице диагональные члены – дисперсии (квадраты СКО) приращений координат базовых ГНСС-векторов, а недиагональные члены – их ковариации.

### 3.2.3. Результаты уравнивания

Раздел *Adjustment Results* содержит *результаты уравнивания*. В зависимости от типа уравнивания и типа измерений, включенных в уравнивание, данный раздел отчета может быть сконфигурирован для отображения нижеперечисленных подразделов.

Подраздел *Coordinates (координаты)* содержит (рис. 15) уравненные координаты ГНСС-станций, в котором приведены: названия ГНСС-станций (*Station*); уравненные координаты (*Coordinates* – геодезические или прямоугольные); в столбце *Corr.* дана разность между уравненными и не уравненными координатами; в столбце *Sd.* указана СКО (точность) уравненных координат с уровнем доверия, задаваемым пользователем.

## Adjustment Results

### Coordinates

| Station |           | Coordinate          | Corr     | Sd       |       |
|---------|-----------|---------------------|----------|----------|-------|
| P_01    | Latitude  | 55° 00' 44.11831" N | 0.0000 m | -        | fixed |
|         | Longitude | 82° 59' 06.06643" E | 0.0000 m | -        | fixed |
|         | Height    | 141.1500 m          | 0.0000 m | -        | fixed |
| P_02    | Latitude  | 55° 08' 19.83666" N | 0.0010 m | 0.0010 m |       |
|         | Longitude | 84° 07' 27.43946" E | 0.0010 m | 0.0007 m |       |
|         | Height    | 219.1023 m          | 0.0017 m | 0.0059 m |       |
| P_03    | Latitude  | 55° 40' 43.42408" N | 0.0015 m | 0.0010 m |       |
|         | Longitude | 83° 21' 35.93166" E | 0.0014 m | 0.0006 m |       |
|         | Height    | 72.0808 m           | 0.0025 m | 0.0057 m |       |

Рис. 15. Подраздел *Coordinates* раздела *Adjustment Results*

Для установки уровня доверия нажмите правой кнопкой мыши на окно открытого отчета уравнивания и в появившемся КМ выберите *Properties* (Свойства отчета). В открывшемся после этого диалоговом окне *Report Template Properties* (Свойства шаблона отчета) (рис. 16), в закладке *Advanced* (расширенный) установите уровень доверия величин оценки точности для высоты (1D (%)) и для элементов эллипса ошибок координат (2D (%)). По умолчанию в ПО предусмотрены величины, указанные на рис. 16. Если применены величины уровня доверия, установленные в ПО по умолчанию (рис. 16), то в таблице подраздела *Coordinates*, в столбце *Sd*, будут приведены величины СКО.

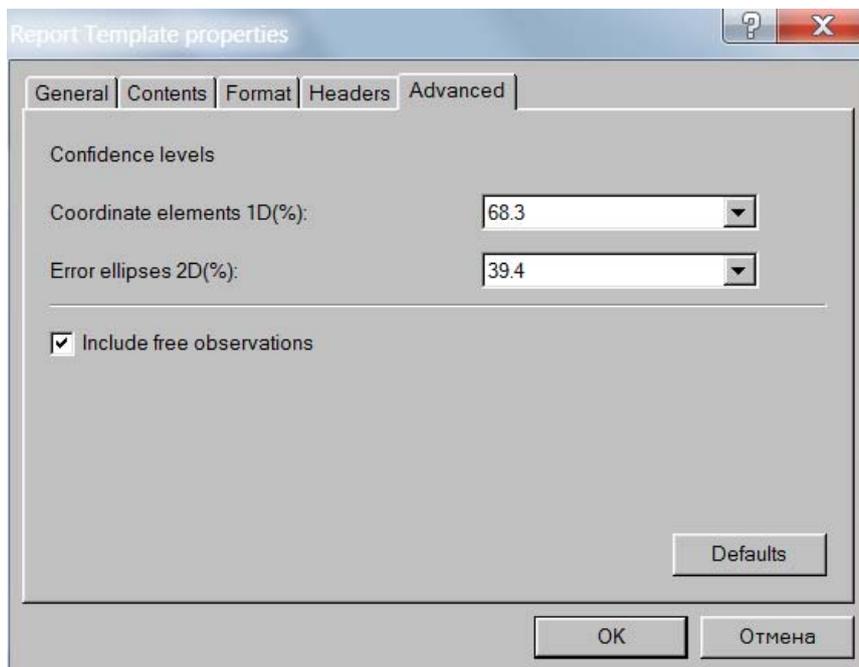


Рис. 16. Закладка *Advanced* окна *Report Template Properties*

Если величины уровня доверия установлены иные, чем по умолчанию (они могут принимать значения 90, 95, 99 как для плановых координат, так и для высоты), то столбец *Sd* сменит свое название на *Prec* (точность) и величины в этом столбце изменятся (обычно на большие ошибки).

Подраздел *Additional Parameters* (дополнительные параметры) присутствует в этом разделе, если совместно уравнивались наземные и спутниковые данные. В настоящем учебном пособии данный вариант уравнивания не рассматривается (при уравнивании только ГНСС-измерений такого раздела в отчете по уравниванию нет).

Подраздел *Observations and Residuals* (наблюдения и поправки) содержит уравненные измерения (рис. 17): тип измерений (для ГНСС – это приращения координат *DX*, *DY*, *DZ*); *Station* – референсная станция базового ГНСС-вектора; *Target* – ровер в базовой линии; *Adj obs* – уравненные измерения (приращения координат в ГНСС); *Resid* – разность не уравненных и уравненных измерений; *Resid (ENH)* – поправка в измеренные величины по осям координат (*E* – в направлении восток-запад, *N* – в направлении север-юг, *H* – по высоте); *Sd* – СКО уравненных величин.

Observations and Residuals

|    | Station | Target | Adj obs       | Resid     | Resid (ENH) | Sd       |
|----|---------|--------|---------------|-----------|-------------|----------|
| DX | P_01    | P_03   | -30880.6555 m | 0.0006 m  | -0.0005 m   | 0.0007 m |
| DY |         |        | -57813.8312 m | 0.0010 m  | -0.0010 m   | 0.0034 m |
| DZ |         |        | 42134.8547 m  | -0.0002 m | 0.0005 m    | 0.0047 m |
| DX | P_01    | P_02   | -73602.4281 m | -0.0007 m | 0.0006 m    | 0.0008 m |
| DY |         |        | -3268.0179 m  | -0.0013 m | 0.0012 m    | 0.0035 m |
| DZ |         |        | 8132.0067 m   | 0.0002 m  | -0.0006 m   | 0.0048 m |
| DX | P_03    | P_02   | -42721.7725 m | 0.0003 m  | -0.0003 m   | 0.0006 m |
| DY |         |        | 54545.8133 m  | 0.0006 m  | -0.0006 m   | 0.0028 m |
| DZ |         |        | -34002.8480 m | -0.0001 m | 0.0003 m    | 0.0039 m |

Рис. 17. Подраздел *Observations and Residuals* раздела *Adjustment Results*

Подраздел *GPS Baseline Vector Residuals* (поправки вектора базовой линии) (рис. 18). Наряду с указанием типа измерений (для ГНСС это приращения базового ГНСС-вектора *DV*), названий референчных (*Station*) и роверных (*Target*) станций здесь приводится длина уравненного вектора базовой линии (*Adj. vector*), абсолютная величина разности уравненной и неуравненной БЛ (*Resid [m]*) и относительное значение этой же величины (*Resid [ppm]*), измеряемое в  $10^{-6}$  (или в западной терминологии одна на миллион – *part pro million, ppm*).

GPS Baseline Vector Residuals

|    | Station | Target | Adj vector [m] | Resid [m] | Resid [ppm] |
|----|---------|--------|----------------|-----------|-------------|
| DV | P_01    | P_03   | 77919.1885     | 0.0012    | 0.0         |
| DV | P_01    | P_02   | 74122.3778     | 0.0015    | 0.0         |
| DV | P_03    | P_02   | 77178.9432     | 0.0007    | 0.0         |

Рис. 18. Подраздел *GPS Baseline Vector Residuals* раздела *Adjustment Results*

Подраздел *External Reliability* (внешняя надежность) (рис. 19). Понятие *внешняя надежность* может быть определено как максимальное влияние необнаруженной ошибки измерений на уравненные координаты (см. подразд. 1.8.2). В этом подразделе напротив названия каждого пункта приведены значения оценок внешней надежности (*Ext Rel [m]*) для каждого приращения координат по базовой линии.

Подраздел *Absolute Error Ellipses* (эллипсы абсолютных ошибок) (рис. 20) содержит параметры эллипсов ошибок для всех пунктов. При этом параметры эллипсов ошибок даны сразу после названия пункта в следующем порядке: размер большой (*A*) и малой (*B*) полуосей в метрах; отношение полуосей *A/B*; азимут *Phi* большой полуоси относительно направления на север (положительное направление оси абсцисс *X*); точность высоты *Sd Hgt*. Величины *A*, *B*, *Sd Hgt* вычислены с уровнем доверия, который задан в настройках параметров отчета об уравнивании.

External Reliability

| Station |           | Ext Rel [m] |    | Station | Target |
|---------|-----------|-------------|----|---------|--------|
| P_01    | Latitude  | 0.0000      | DY | P_01    | P_03   |
|         | Longitude | 0.0000      | DX | P_01    | P_03   |
|         | Height    | 0.0000      | DZ | P_03    | P_02   |
| P_02    | Latitude  | -0.0032     | DY | P_01    | P_02   |
|         | Longitude | -0.0021     | DX | P_01    | P_02   |
|         | Height    | 0.0047      | DZ | P_01    | P_02   |
| P_03    | Latitude  | -0.0036     | DY | P_01    | P_03   |
|         | Longitude | -0.0024     | DX | P_01    | P_03   |
|         | Height    | 0.0046      | DZ | P_01    | P_03   |

Рис. 19. Подраздел *External Reliability* раздела *Adjustment Results*

Absolute Error Ellipses (2D - 39.4% 1D - 68.3%)

| Station | A [m]  | B [m]  | A/B | Phi | Sd Hgt [m] |
|---------|--------|--------|-----|-----|------------|
| P_01    | 0.0000 | 0.0000 | 1.0 | 90° | 0.0000     |
| P_02    | 0.0010 | 0.0007 | 1.5 | -1° | 0.0059     |
| P_03    | 0.0010 | 0.0006 | 1.5 | -2° | 0.0057     |

Рис. 20. Подраздел *Absolute Error Ellipses* раздела *Adjustment Results*

Подраздел *Relative Error Ellipses* (эллипсы относительных ошибок) (рис. 21) содержит показатели взаимной точности между двумя смежными пунктами, связанными ГНСС-вектором. Параметры эллипсов ошибок следуют после названий, связанных ГНСС-вектором пунктов: размер большой ( $A$ ) и малой ( $B$ ) полуосей в метрах; отношение полуосей  $A/B$ ; азимут  $\Phi$  большой полуоси относительно направления с базовой (референцной) станции данной БЛ на ровер; точность высоты  $Sd\ Hgt$ .

Relative Error Ellipses (2D - 39.4%)

| Station | Station | A [m]  | B [m]  | A/B | Psi  | Sd Hgt [m] |
|---------|---------|--------|--------|-----|------|------------|
| P_01    | P_03    | 0.0010 | 0.0006 | 1.5 | -19° | 0.0057     |
| P_01    | P_02    | 0.0010 | 0.0007 | 1.5 | -80° | 0.0059     |
| P_03    | P_02    | 0.0008 | 0.0005 | 1.5 | 38°  | 0.0048     |

Рис. 21. Подраздел *Relative Error Ellipses* раздела *Adjustment Results*

Величины  $A$ ,  $B$ ,  $Sd\ Hgt$  вычислены с уровнем доверия, который задан в настройках параметров отчета об уравнивании.

Дополнительную информацию, а также графическое представление эллипсов ошибок см. также в подразд. 1.8.1, рис. 4, 5.

### 3.2.4. Тестирование и оценка ошибок

Раздел *Testing and Estimated Errors* (тестирование и оценка ошибок). В зависимости от типа уравнивания и типа включенных в уравнивание наблюдений отчет может содержать следующие подразделы.

Подраздел *Observation Tests* (тесты измерений) (рис. 22) содержит результаты статистического тестирования, выполненного в отношении измерений. В таблице подраздела последовательно приведены: столбцы типа измерений (для ГНСС-измерений это приращения координат  $DX$ ,  $DY$ ,  $DZ$ ); *Station* (название пункта – референцная станция базового ГНСС-вектора); *Target* (для ГНСС-измерений это ровер в базовой линии); *MDB*, *the minimal detectable bias* (минимально обнаруживаемый отскок (промах) измерений) – величина, меньше которой грубые ошибки измерений (промахи, отскоки) не могут быть обнаружены; избыточность (*Red*) измерений в относительной мере (%); показатель *BNR* (*the bias to noise ratio*) – отно-

шение ошибки к шуму сети, который показывает влияние *MDB* на сеть в целом; *W*-тест и *F*-тест для базовой линии в целом. Если пункт соединен с сетью единственной БЛ (свободное измерение), то эти измерения не могут быть протестированы и значения *W*- и *F*-тестов будут отсутствовать. Измерения, которые не прошли *W*-тест и/или *F*-тест, рассматриваются как грубые ошибки измерений (отскоки, промахи) и помечены знаком ⚠.

| Testing and Estimated Errors |         |        |          |     |     |        |        |
|------------------------------|---------|--------|----------|-----|-----|--------|--------|
| Observation Tests            |         |        |          |     |     |        |        |
|                              | Station | Target | MDB      | Red | BNR | W-Test | T-Test |
| DX                           | P_01    | P_03   | 0.0038 m | 37  | 3.7 | 1.11   | 1.00   |
| DY                           |         |        | 0.0069 m | 31  | 3.8 | 1.19   |        |
| DZ                           |         |        | 0.0095 m | 40  | 3.7 | -1.34  |        |
| DX                           | P_01    | P_02   | 0.0038 m | 42  | 3.2 | -1.11  | 1.00   |
| DY                           |         |        | 0.0069 m | 46  | 3.2 | -1.19  |        |
| DZ                           |         |        | 0.0095 m | 41  | 3.2 | 1.34   |        |
| DX                           | P_03    | P_02   | 0.0038 m | 20  | 5.5 | 1.11   | 1.00   |
| DY                           |         |        | 0.0069 m | 22  | 5.5 | 1.19   |        |
| DZ                           |         |        | 0.0095 m | 18  | 5.5 | -1.34  |        |

Рис. 22. Подраздел *Observation Tests* раздела *Testing and Estimated Errors*

Подраздел *Estimated Errors (Observations)* (оценки ошибок измерений) (рис. 23) может содержать результаты тестов, выполненные в отношении измерений.

**Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10)**

|    | Station | Target | W-Test | Fact | Est err  |
|----|---------|--------|--------|------|----------|
| DX | Karasyk | Bagan  | 2.19   | 1.1  | 0.0011 m |

Рис. 23. Подраздел *Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests* раздела *Testing and Estimated Errors*

Подраздел *Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10)* содержит оценки ошибок измерений, не прошедших *W*-тест (рис. 23). Здесь приводится 10 измерений (при их наличии) с наибольшими ошибками, не прошедших *W*-тест. В таблице подраздела последовательно приведены: столбцы с указанием типа измерений (для ГНСС-измерений – это приращения координат *DX*, *DY*, *DZ*); *Station* (название пункта – референсная станция базового ГНСС-вектора); *Target* (для ГНСС-из-

мерений это ровер в базовой линии); *W*-test (значение *W*-теста для данного измерения), (*Fact*) – число, во сколько раз фактическое значение *W*-теста превысило критическое его значение, из-за чего измерение не прошло тест; (*Est err*) – оценка ошибки измерений.

*Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10)* – оценки ошибок измерений, не прошедших *T*-тест (рис. 24). Здесь, аналогично *W*-тесту, приводится 10 измерений (при их наличии) с наибольшими ошибками, не прошедших *T*-тест. Но здесь рассматривается вектор базовой линии как единое 3-мерное измерение, а не отдельные компоненты измерений (приращения координат).

**Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10)**

|    | Station | Target | T-Test | Fact | Est err   |
|----|---------|--------|--------|------|-----------|
| DX | Karasyk | Bagan  | 1.97   | 1.0  | 0.0010 m  |
| DY |         |        |        |      | -0.0003 m |
| DZ |         |        |        |      | -0.0017 m |

Рис. 24. Подраздел *Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests* раздела *Testing and Estimated Errors*

Подраздел *Estimated Errors for Observations with Rejected Antenna Height W-Test* содержит оценки ошибки для измерений с отвергнутым *W*-тестом по высоте антенны. Если есть подозрения на ошибку в высоте антенны, то в отчете об уравнивании приводится такой подраздел. В таблице подраздела последовательно приведены: столбцы с указанием типа измерений (приращения координат *DX*, *DY*, *DZ*); *Station* (название пункта – референцная станция базовой ГНСС-линии); *Target* (ровер в базовой линии); *W*-test (значение *W*-теста для данного измерения), (*Fact*) – показатель во сколько раз фактическое значение *W*-теста превысило его критическое значение для данного измерения; *MDB* (*минимально обнаруживаемый отскок (промах) измерений*); (*Est ant err*) оценка ошибки высоты антенны. Теоретическая часть в отношении данного теста приведена в подразд. 2.5, пример вида окна такого подраздела см. рис. 45.

### Контрольные вопросы по разделу 3

1. Объясните назначение в ПО LGO параметра тестирования *Alpha (%)*. Каково его название и стандартное (по умолчанию) значение?
2. Объясните назначение в ПО LGO параметра тестирования *1-Beta (%)*. Каково его название и стандартное (по умолчанию) значение?
3. Объясните назначение в ПО LGO параметра тестирования *Sigma a priori*. Каково его стандартное (по умолчанию) значение?
4. Объясните назначение в ПО LGO параметра тестирования *Sigma a posteriori*. Как определяется его значение?
5. Какие из вышеуказанных параметров напрямую влияют на выполнение глобального теста сети – *F*-теста?
6. В каком документе в ПО LGO помещаются итоги статистического тестирования результатов уравнивания ГНСС-сети? Как в ПО LGO получить для просмотра этот документ и возможно ли редактировать его содержание?
7. Каково будет количество итераций в итерационном процессе при уравнивании ГНСС-сети, состоящей только из базовых линий (без наземных измерений), без задания дополнительных (помимо координат определяемых пунктов) параметров, вычисляемых в результате уравнивания?
8. Объясните значение величин в подразд. 3.2.1 «Общая информация» (*General Information*) отчета об уравнивании ГНСС-сети.
9. Объясните значение величин в подразд. 3.2.2 «Входные данные» (*Input data*) отчета об уравнивании ГНСС-сети.
10. Объясните значение величин в подразд. 3.2.3 «Результаты уравнивания» (*Adjustment Results*) отчета об уравнивании ГНСС-сети.
11. Объясните значение величин в подразд. 3.2.4 «Тестирование и оценки ошибок» (*Testing and Estimated Errors*) отчета об уравнивании ГНСС-сети.

## **4. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА И ПЕРЕУРАВНИВАНИЯ ГНСС-СЕТИ**

### **4.1. Создание и уравнивание тестовой сети**

Изложенный ранее теоретический материал о сути уравнивания по МНК геодезических сетей, созданных с применением ГНСС-технологий и используемых в LGO статистических тестов, а также описание содержания отчета об уравнивании сети важно уметь практически применять для оценки качества созданной сети на основе критериев ее точности и надежности.

С целью демонстрации практического применения изложенной выше методики интерпретации результатов статистических тестов, выполняемых в LGO (см. подразд. 2.6 данного пособия), рассмотрим пример анализа результатов уравнивания сети и осуществления корректировки полученных результатов с целью повышения надежности и точности сети.

В качестве тестовой сети, на которой рассмотрим примеры анализа и переуравнивания сети с целью улучшения результатов тестирования, в данном учебном пособии использована геодезическая сеть, обрабатываемая обучающимися СГУГиТ в рамках лабораторной работы № 2 (далее – ЛР-2) по дисциплине «Методы создания и развития государственных геодезических сетей» (далее – МСиР ГГС). Особенность данных примеров заключается в том, что любой обучающийся, используя исходные данные, размещенные на компьютерах учебной лаборатории СГУГиТ, где выполняются лабораторные работы по дисциплине МСиР ГГС, может полностью самостоятельно воспроизвести все описываемые в примерах вычисления и получить результаты, идентичные приводимым в настоящем пособии.

В качестве примера для выполнения анализа результатов статистического тестирования возьмем геодезическую сеть, вычисляемую и уравниваемую в рамках ЛР-2, группа МГ-13, вариант № 5.

Для обработки сети в полном соответствии с вычислениями, выполненными в рамках настоящего пособия, следует воспроизвести сценарий импорта исходных данных в проект и порядок вычисления базовых линий

в соответствии с порядком, заданным в варианте № 5 лабораторной работы № 2, группы МГ-13, а также табл. 11.

Таблица 11

Сценарий импорта независимых ГНСС-наблюдений в проект  
и последовательность вычисления базовых линий

| Номер сессии | Включаемые в сессию пункты      | Дата наблюдений | Последовательность вычисления БЛ                               |
|--------------|---------------------------------|-----------------|--|
| 1            | ZDVI – BARA – DOVO – KRAS       | 19.01.2014      | 1. DOVO → BARA, DOVO → KRAS;<br>2. BARA → ZDVI                 |
| 2            | DOVO – ZDVI – KRAS – Karasyk    | 18.01.2014      | 3. DOVO → ZDVI, KRAS → ZDVI;<br>4. KRAS → Karasyk              |
| 3            | ZDVI – Karasyk – Bagan – Kupino | 17.01.2014      | 5. ZDVI → Karasyk;<br>6. Karasyk → Bagan;<br>7. Bagan → Kupino |
| 4            | Bagan – ZDVI – Kupino – BARA    | 16.01.2014      | 8. ZDVI → Bagan; ZDVI → Kupino;<br>9. Kupino → BARA            |

Координаты начальному (исходному) пункту сети DOVO в СК WGS-84 нужно задать следующие:  $X = 666\ 123,9566$ ;  $Y = 3\ 652\ 180,9835$ ;  $Z = 5\ 169\ 124,0955$ .

Установки параметров обработки при вычислении БЛ следует задать в соответствии с рис. 25, 26.

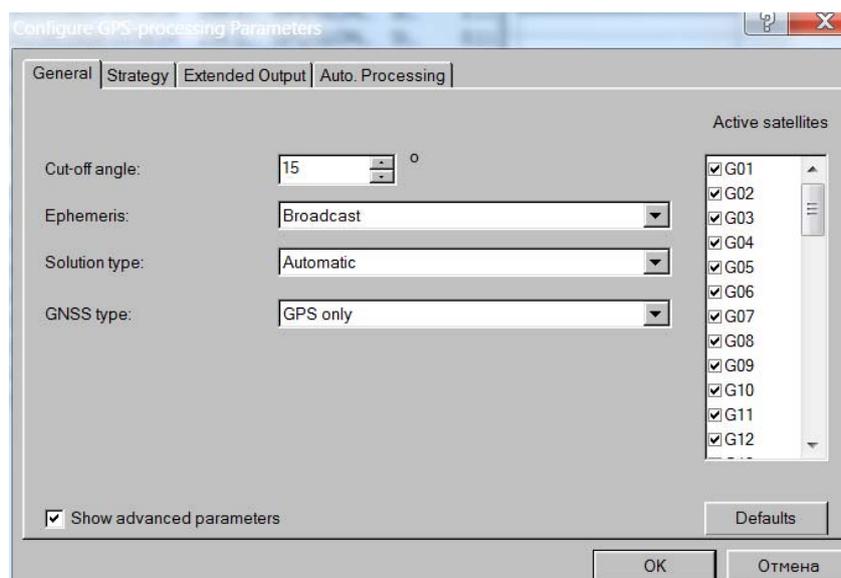


Рис. 25. Закладка *General* окна задания параметров обработки

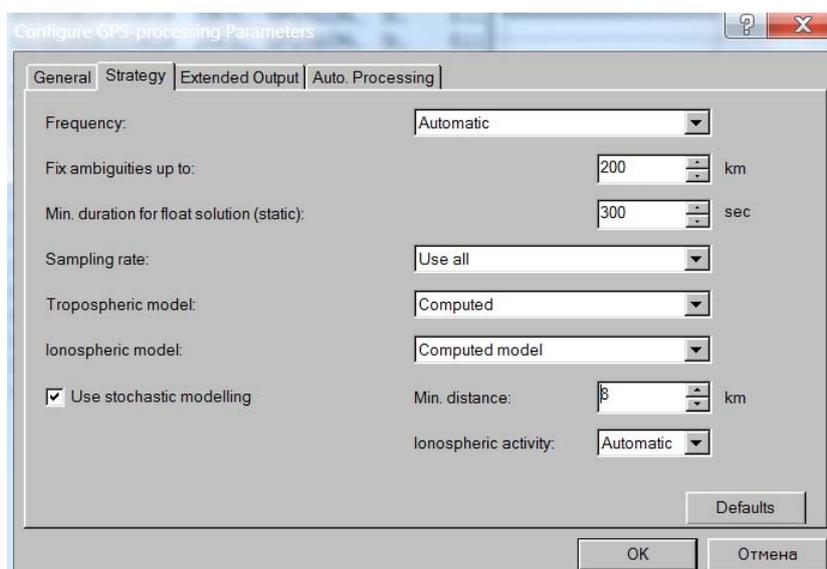


Рис. 26. Зкладка *Strategy* окна задания параметров обработки

В результате импорта исходных данных в проект и вычисления базовых линий в соответствии с вышеуказанным сценарием и параметрами обработки будет получена сеть пунктов ГГС, приведенная на рис. 27. Все базовые линии в сети при вышеуказанных установках вычисляются с разрешением неоднозначности. Осредненные координаты полученных в результате вычисления БЛ пунктов ГГС приведены в табл. 12.

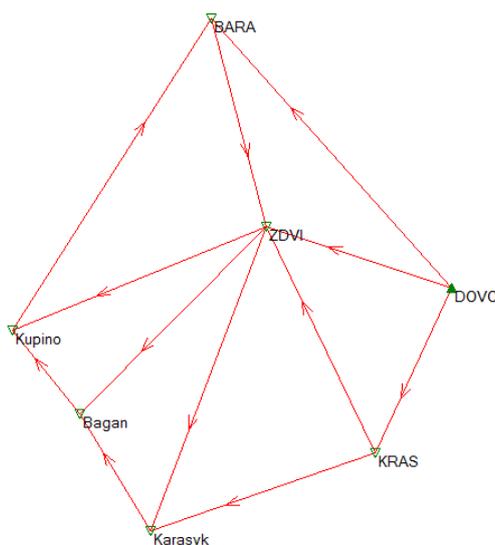


Рис. 27. Геодезическая сеть, используемая для анализа результатов тестирования

При выполнении всех вышеуказанных рекомендаций (обязательно следует сохранять порядок вычисления БЛ (от первой сессии (19.01.2014) к последней сессии (16.01.2014) и направление передачи координат в соответствии со схемой) обучающийся должен получить идентичный результат, в том числе осредненные координаты пунктов ГГС, такие же, как в табл. 12.

Для выполнения минимально ограниченного уравнивания сети следует задать стандартные (по умолчанию) параметры уравнивания ГНСС-сети (см. рис. 6), а также убедиться, что в качестве исходного (начального) пункта сети задан пункт DOVO с его вышеуказанными координатами.

Таблица 12

Каталог неуровненных (осредненных) координат пунктов ГНСС-сети

| Point Id | Point Class | $X$          | $Y$            | $Z$            |
|----------|-------------|--------------|----------------|----------------|
| ZDVI     | Reference   | 726 227,8987 | 3 621 973,0478 | 5 182 146,9599 |
| Kupino   | Reference   | 819 121,2487 | 3 633 186,7857 | 5 160 561,1183 |
| Karasyk  | Reference   | 783 228,7944 | 3 699 424,7782 | 5 119 179,5187 |
| KRAS     | Reference   | 701 639,9012 | 3 693 160,7810 | 5 135 430,0603 |
| DOVO     | Control     | 666 123,9566 | 3 652 180,9835 | 5 169 124,0955 |
| Bagan    | Reference   | 800 987,3390 | 3 661 741,4356 | 5 143 295,1266 |
| BARA     | Reference   | 732 896,2018 | 3 559 066,8875 | 5 224 348,3662 |

## 4.2. Анализ результатов тестирования сети

После выполнения уравнивания сети (*Adjustment* → *Compute Network*) необходимо открыть отчет об уравнивании (*Adjustment* → *Results* → *Network*), в разделе *Testing* которого следует проверить факт прохождения глобального *F*-теста (в нашем примере его значение получилось равным 0,13, и он принят (*accepted*), рис. 28), а в разделе *Testing and Estimated Errors* проверить наличие фактов отклонения *W*- и *T*-тестов для отдельных измерений (в примере на рис. 29 *W*- и *T*-тесты не пройдены для БЛ *Kupino – BARA*, *Karasyk-Bagan*, а также *W*-тест отклонен для БЛ *DOVO-BARA*).

| <b>Testing</b>                         |      |        |            |
|--|------|--------|------------|
| Alfa (multi dimensional):              |      | 0.4041 |            |
| Alfa 0 (one dimensional):              |      | 5.0 %  |            |
| Beta:                                  |      | 80.0 % |            |
| Sigma a-priori (GPS):                  |      | 10.0   |            |
| Critical value W-test:                 |      | 1.96   |            |
| Critical value T-test (2-dimensional): |      | 2.42   |            |
| Critical value T-test (3-dimensional): |      | 1.89   |            |
| Critical value F-test:                 |      | 1.04   |            |
| F-test:                                | 0.13 | ✓      | (accepted) |

Рис. 28. Раздел *Testing* отчета об уравнивании сети (первичного)

| <b>Observation Tests</b> |                |               |            |            |            |               |   |               |   |
|--------------------------|----------------|---------------|------------|------------|------------|---------------|---|---------------|---|
|                          | <b>Station</b> | <b>Target</b> | <b>MDB</b> | <b>Red</b> | <b>BNR</b> | <b>W-Test</b> |   | <b>T-Test</b> |   |
| <b>DX</b>                | Kupino         | BARA          | 0.0018 m   | 49         | 2.7        | 2.81          | ⚠ | 2.81          | ⚠ |
| <b>DY</b>                |                |               | 0.0031 m   | 47         | 2.7        | -0.24         |   |               |   |
| <b>DZ</b>                |                |               | 0.0046 m   | 56         | 2.7        | -0.85         |   |               |   |
| <b>DX</b>                | Karasyk        | Bagan         | 0.0018 m   | 45         | 3.1        | 2.26          | ⚠ | 2.03          | ⚠ |
| <b>DY</b>                |                |               | 0.0031 m   | 45         | 3.1        | -0.16         |   |               |   |
| <b>DZ</b>                |                |               | 0.0045 m   | 45         | 3.1        | -0.92         |   |               |   |
| <b>DX</b>                | DOVO           | BARA          | 0.0016 m   | 50         | 2.8        | -2.26         | ⚠ | 1.74          |   |
| <b>DY</b>                |                |               | 0.0028 m   | 44         | 2.8        | 0.57          |   |               |   |
| <b>DZ</b>                |                |               | 0.0042 m   | 55         | 2.7        | 0.05          |   |               |   |

Рис. 29. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета о первичном уравнивании сети

Для принятия дальнейших решений по результатам тестирования следует также проанализировать разделы отчета об оценке ошибок для измерений с отклоненными *W*- и *T*-тестами (*Estimated Errors For Observations With Rejected W/T-Tests (max 10)*). Величины, полученные в примере, показаны на рис. 30.

С учетом полученных результатов тестирования следует проанализировать качество построенной сети в части ее надежности, а также сделать вывод о необходимости корректировки сети с целью повышения ее качества.

Прежде всего, в отчете по уравниванию следует проверить результаты проверки глобального *F*-теста. Факт отклонения *F*-теста является тревожным сигналом и необходимо выявить причины его отклонения. В об-

шем случае, как указано в подразд. 2.6, есть три причины отклонения: *неправильная математическая модель сети, неправильная стохастическая модель сети, грубые ошибки измерений*.

| <b>Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10)</b> |                |               |               |             |                |
|---|----------------|---------------|---------------|-------------|----------------|
|   | <b>Station</b> | <b>Target</b> | <b>W-Test</b> | <b>Fact</b> | <b>Est err</b> |
| DX  | Kupino         | BARA          | 2.81          | 1.4         | 0.0018 m       |
| DX  | Karasyk        | Bagan         | 2.26          | 1.2         | 0.0015 m       |
| DX  | DOVO           | BARA          | -2.26         | 1.2         | -0.0013 m      |
| <b>Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10)</b> |                |               |               |             |                |
|   | <b>Station</b> | <b>Target</b> | <b>T-Test</b> | <b>Fact</b> | <b>Est err</b> |
| DX  | Kupino         | BARA          | 2.81          | 1.2         | 0.0017 m       |
| DY  |                |               |               |             | -0.0006 m      |
| DZ  |                |               |               |             | -0.0020 m      |
| DX  | Karasyk        | Bagan         | 2.03          | 1.0         | 0.0010 m       |
| DY  |                |               |               |             | -0.0020 m      |
| DZ  |                |               |               |             | -0.0039 m      |

Рис. 30. Раздел *Estimated Errors For Observations With Rejected W/T-Tests* отчета о первичном уравнивании сети

Факт наличия неправильной математической модели сети для анализа результатов уравнивания ГНСС-измерений не следует рассматривать как вероятную причину отклонения, так как эти модели (связи между измерениями и вычисляемыми параметрами – координатами) жестко прописаны в ПО LGO и не могут быть нарушены оператором камеральной обработки за счет некорректного ввода данных. Наиболее вероятным случаем, когда такая ситуация может возникнуть при обработке ГНСС-измерений, является задание недостаточного объема исходной информации для поставленной задачи: например, если предполагается совместное уравнивание базовых линий с наземными измерениями, однако параметры связи систем координат этих наблюдений (геоцентрической для БЛ и референцной для наземных измерений) не заданы. В этом случае отклоненный *T*-тест будет сопровождаться отклоненными *W*-, *T*-тестами для измерения одного типа (например, БЛ или наземных измерений). В дальнейших рассуждениях по анализу результатов тестирования данная причина не будет рассматри-

ваться, предполагая, что под уравниванием понимается обработка только в геоцентрической системе координат.

На *неправильную стохастическую модель сети* как причину отклонения  $F$ -теста указывает наличие фактов отклонения  $W$ -теста по многим измерениям БЛ (при небольшом значении превышения фактических значений  $W$ -тестов его критического значения). Возможной причиной неправильной стохастической модели сети является то, что входное значение дисперсии априори (средняя квадратическая ошибка единицы веса до уравнивания) слишком оптимистично (априорная точность завышена по сравнению с фактически полученной по результатам уравнивания точностью). Для эмпирической оценки априорной СКО измерений в соответствии с [1] рекомендуется вычислить ее по невязкам  $w_i$  замкнутых фигур сети по формуле

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i^2}{3 \sum_{i=1}^n k_i}}. \quad (6)$$

В числителе этой формулы – сумма квадратов полных невязок из  $n$  замкнутых фигур, а в знаменателе – сумма числа сторон во всех фигурах,  $k$  – число сторон в фигуре. Для оценки точности по каждой из координат в отдельности формулу нужно изменить: в числителе вместо полных невязок использовать только невязки по соответствующей координате, а в знаменателе необходимо убрать коэффициент 3. При этом важно, чтобы одна и та же базовая линия присутствовала только в одной фигуре [1].

Полученное значение СКО измерения одного приращения координат, вычисленное по невязкам, даст реальную картину точности измерений и позволит сделать вывод о том, соответствует ли дисперсия единицы веса априори (по умолчанию в ПО LGO она равна 10 мм) реально полученным измерениям. Если СКО измерений, вычисленная по невязкам, больше задаваемой в ПО LGO по умолчанию, следует установить ее на уровне, соответствующем реальной точности измерений, воспользовавшись окном для задания параметров уравнивания (см. рис. 6). После этого следует вы-

полнить повторное уравнивание и произвести анализ результатов тестирования, прежде всего, прохождения  $F$ -теста.

Третьей причиной отклонения  $F$ -теста является факт *наличия одной или нескольких грубых ошибок измерений*. В этом случае отклоненный  $F$ -тест сопровождается ограниченным числом отклонений по  $W$ -тесту ( $T$ -тесту). Для исправления данной ситуации следует провести анализ измерений, не прошедших  $W/T$ -тест, и попытаться найти причину грубого ее вычисления или измерения.

Как видно из нашего примера (см. рис. 28),  $F$ -тест в уравненной сети выполнен, поэтому необходимости анализа причин его отклонения в этой сети нет.

Однако, в данной сети есть факты отклонения некоторых измерений по критериям  $W/T$ -тестов (эти измерения помечены восклицательным знаком в желтом треугольнике рядом со столбцом соответствующего теста). Для принятия решения по этим фактам следует прежде всего оценить, какую ошибку имеют эти отклоненные измерения и насколько фактически вычисленные  $W/T$ -тесты этих измерений превышают их критические значения. Данную информацию можно получить в разделе оценки ошибок для измерений с отклоненными  $W$ - и  $T$ -тестами (раздел *Estimated Errors For Observations With Rejected W/T-Tests* отчета об уравнивании сети). Базовая линия, имеющая наибольшее превышение  $W/T$ -теста (по их суммарному превышению), показывается в таблице данного раздела первой, а также на схеме сети, при включенной закладке *Adjustment*, она выделяется серым цветом.

В нашем примере (см. рис. 29) такой БЛ, имеющей наибольшее превышение  $W/T$ -теста, является БЛ *Kupino-BARA*: у этой БЛ отклонены оба ( $W/T$ )-теста и на схеме (рис. 31) она выделена серым цветом. Для принятия решения о том, как поступить с этой БЛ, приведем общий алгоритм рассуждения и анализа фактов отклонения измерений по  $W/T$ -тесту.

У БЛ *Kupino-BARA* величина ошибки по  $W$ -тесту (ошибка приращення координат по оси абсцисс  $DX$ ) составляет 0,0018 м, а по  $T$ -тесту 0,0017 м,  $-0,0006$  м,  $-0,0020$  м в приращениях по соответствующим осям координат (см. рис. 30, столбец *Est err*). Очевидно, что если отклоненная по  $W/T$ -тестам БЛ имеет максимальную ошибку 2 мм по одной из коорди-

нат, то для многих видов геодезических сетей факт отклонения  $W/T$ -тестов можно проигнорировать из-за малости величин ошибок.

### *1. Оценка величины ошибки БЛ с отклоненным тестом.*

Однако при построении высокоточных геодезических сетей, с целью исключения пропуска грубой ошибки, желательно проанализировать отчет о вычислении данной БЛ с целью поиска факторов, возможно, повлиявших на снижение точности вычисления (наличие интервалов наблюдений с большими DOP; наличие спутников с большим количеством пропуска циклов; наличие предупреждающих сообщений в конце отчета о вычислении БЛ и т. д.), и попытаться перевычислить БЛ с новыми параметрами обработки (исключив из обработки интервал измерений с неблагоприятными условиями наблюдений или неустойчиво наблюдаемый спутник, изменив маску высоты и т. д.), переуравняв сеть с новым значением данной БЛ.

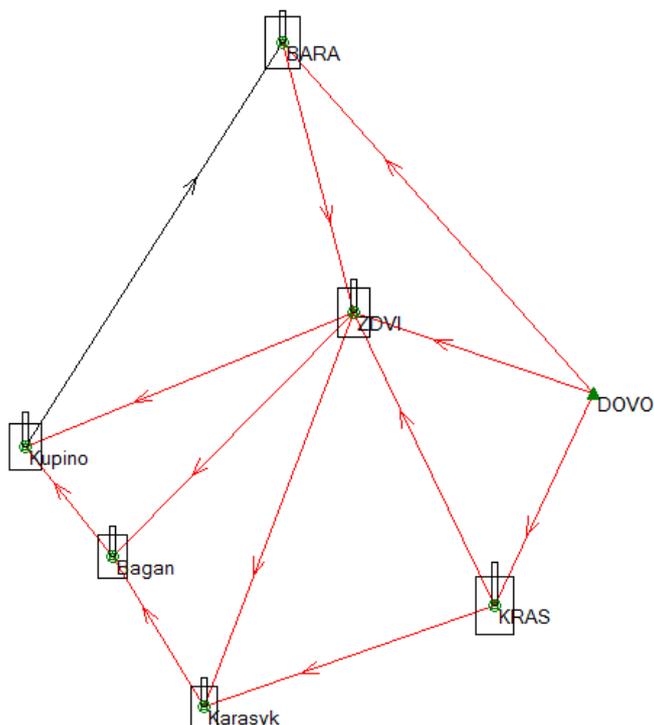


Рис. 31. Схема тестовой сети после уравнивания

*2. Оценка величины превышения фактического значения  $W/T$ -теста для данной БЛ его критического значения производится на основании*

данных раздела *Testing and Estimated Errors*, таблицы *Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10)* и *Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10)*, столбец *Fact.* У БЛ *Kupino-BARA* (см. рис. 30), величина фактического значения *W*-теста в 1,4 раза превышает его критическое значение, а для *T*-теста – в 1,2 раза. Критическое значение теста приводится в разделе *General Information* отчета об уравнении, см. табл. 10.

Таким образом, у БЛ *Kupino-BARA* отвергнуты *W/T*-тесты, при этом максимальное превышение теста его критического значения составляет 1,4 раза, а размер ошибки приращения координат по оси абсцисс оценивается в 2 мм. Все эти параметры дают специалисту, выполняющему камеральную обработку ГНСС-измерений, конкретные данные, позволяющие ему, в зависимости от требований к точности создаваемой геодезической сети, осознанно принимать решения и оценивать последствия такого решения в количественной мере. Так, в данном случае принятие решения о том, чтобы проигнорировать факт отклонения базовой линии по *W/T*-тесту, который превышен максимально в 1,4 раза от критического значения, приведет к возможной ошибке в длине БЛ порядка 2 мм. Для большинства создаваемых сетей такой уровень точности (2 мм) приемлем, однако для государственных геодезических спутниковых сетей (ФАГС, ВГС, СГС-1), а также для геодезических сетей, создаваемых для целей геодинамики или технологического мониторинга, желательно добиваться максимальной точности.

Поэтому, руководствуясь принципом максимальной точности и надежности создаваемых сетей, а также с целью демонстрации того, как изменение (перевычисление) отдельных БЛ влияет на результаты тестирования, выполним вычисление БЛ *Kupino-BARA* повторно.

### **4.3. Перевычисление отдельных базовых линий сети**

Как было сказано ранее, в общем случае перевычисление БЛ, по которым отклонены тесты, следует производить после тщательного анализа отчета о вычислении БЛ с прежними установками, для чего, если предыдущее вычисление БЛ не сохранено в памяти ПО, его следует повторить с

первоначальными установками. В отчете о вычислении БЛ (закладка *Results* → в папке *Results* окна *Results* выбрать требуемую дату вычисления, обозначенную символом антенны, → раскрыть папку *Baselines* → из списка БЛ выбрать нужную БЛ → нажать правой кнопкой мыши, и в появившемся КМ выбрать *Open Report*) рекомендуется проанализировать, как минимум, позиции, приведенные в табл. 13.

Таблица 13

Порядок анализа отчета о вычислении БЛ

| Номер п/п | Проверяемый раздел отчета, параметр  | Предпринимаемое действие в случае обнаружения аномалий   |
|-----------|--|--|
| 1         | <i>Processing Parameters</i> (параметры обработки): не были ли случайно сделаны неправильные установки   | Установление требуемых параметров обработки (маска высоты, допустимое расстояние для разрешения неоднозначности, тип используемых эфемерид, использование стандартной модели ионосферы/тропосферы или вычисление их по измерениям и т. д.) |
| 2         | <i>Satellite Selection</i> (выбор спутников): не были ли настройки по включению/исключению из обработки спутников, сделанные для другой БЛ, применены для этой БЛ  | Установление требуемых параметров обработки (включение/исключение из обработки спутников, требуемых для обработки именно этой БЛ)  |
| 3         | <i>Observation Statistics</i> (статистика наблюдений): нет ли среди спутников тех, наблюдения на которых выполнялись прерывисто, с периодическим появлением и исчезновением видимости на него, и наблюдения на которые отклонены | Исключение подозреваемых спутников из наблюдений (при этом следует контролировать, чтобы геометрические факторы GDOP, PDOP, HDOP, VDOP не выходили за предельное значение 8)   |
|           | <i>Cycle Slip Statistics</i> (статистика потерянных циклов) – под подозрение должны попасть спутники, наблюдение которых сопровождалось потерянными циклами – <i>Cycle Slips</i> )   | Исключение подозреваемых спутников из наблюдений (при этом следует контролировать, чтобы геометрические факторы GDOP, PDOP, HDOP, VDOP не выходили за предельное значение 8)   |

| Номер п/п | Проверяемый раздел отчета, параметр   | Предпринимаемое действие в случае обнаружения аномалий  |
|-----------|---|---|
|           | <i>Final Coordinates</i> (финальные координаты):<br>- следует убедиться, что решение БЛ выполнено с разрешением неоднозначности;<br>- проверить факт наличия недопустимо больших GDOP, PDOP, HDOP, VDOP | - если БЛ вычислена без разрешения неоднозначности, следует предпринять усилия по разрешению неоднозначности;<br>- используя опцию <i>Windows</i> (окна) ПО LGO, исключить из обработки периоды наблюдений с недопустимо большими DOP |

Для точного установления времени, в течение которого DOP превышали допустимые значения, следует воспользоваться функцией показа графика DOP во время наблюдений. Для этого следует в КМ вместо *Open Report* выбрать *Analyze* (анализ), см. рис. 32.

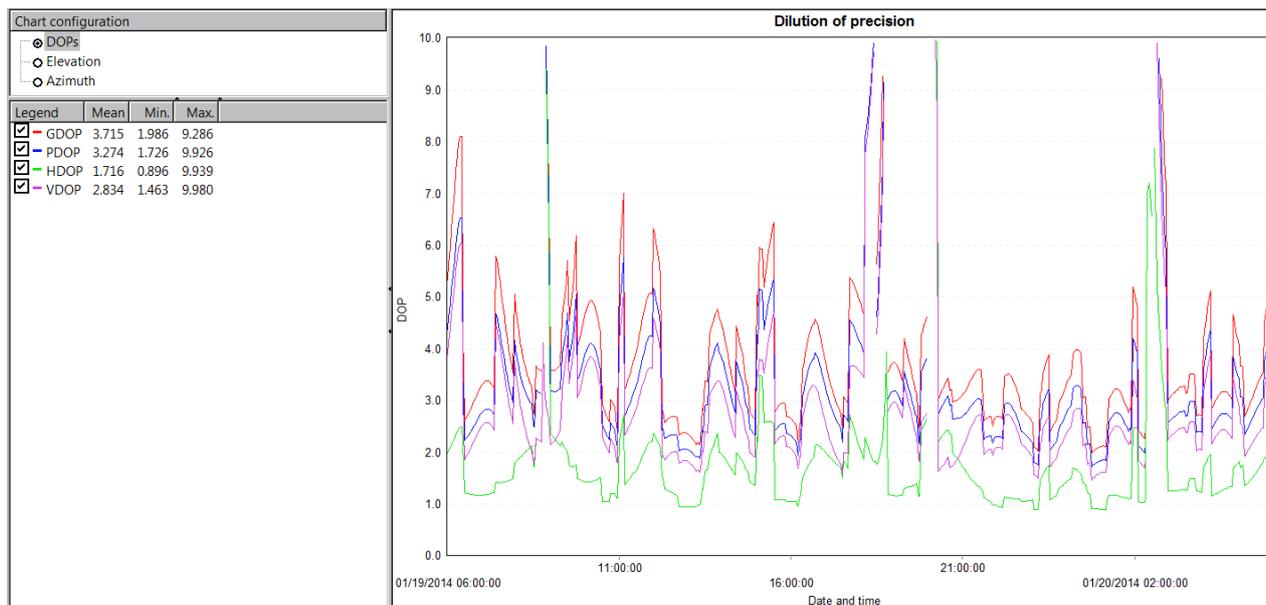


Рис. 32. График изменения геометрических факторов ГНСС-измерений

В этом графике следует определить точный период времени, в течение которого геометрия созвездия спутников была неудачной, что приводило к повышенным величинам DOP (обычно в такой ситуации все DOP – GDOP, PDOP, HDOP, VDOP – синхронно имеют увеличенный размер).

Этот период (периоды) времени повышенных значений DOP (свыше 8.0) следует, используя опцию *Windows* (окна) ПО LGO, исключить из обработки при повторном вычислении БЛ. Конечно, при этом следует контролировать, чтобы оставшийся в обработке период времени был достаточен для разрешения неоднозначности при вычислении БЛ.

В случае, если в процессе анализа отчета об обработке БЛ в явном виде аномалий измерений или обработки не обнаружено, следует попробовать изменить угол отсечки спутников по высоте (маска высоты) с установки по умолчанию ( $15^\circ$ ) до величин  $19\text{--}21^\circ$  или  $12\text{--}14^\circ$ .

Маска высоты (МВ) – это угол, под которым с позиции антенны ГНСС-приемника спутник виден над горизонтом и начиная с которого, приемник выполняет (при восходе спутника) или прекращает (при его заходе) измерения на данный спутник. Чем меньше МВ, тем больше спутников доступно приемнику и тем более высокой точности можно достигать. Однако у низких спутников обычно повышается уровень шума в измерениях. Повышение МВ способствует прохождению лучей при более благоприятных условиях, уменьшает вероятность возникновения многопутности, но может привести к ухудшению геометрических факторов из-за уменьшения числа доступных спутников [2]. Таким образом, этим приемом следует пользоваться с осторожностью, отслеживая после изменения МВ нахождение в пределах допустимых значений величин DOP.

В общем случае увеличение МВ может привести к улучшению качества вычисления БЛ по той причине, что из обработки исключаются близкие к горизонту спутники, имеющие наибольшие помехи в измерениях. Уменьшение МВ может также привести к улучшению качества вычисления БЛ в связи с тем, что в обработку включатся дополнительные спутники. Положительное влияние от улучшения геометрии группировки спутников при этом может оказаться существеннее неизбежного при этом отрицательного влияния повышения помех в измерениях.

В связи с отсутствием в отчете по обработке БЛ *Kurino-BARA* явных признаков некорректной обработки или аномалий измерений, применим для нее этот прием: изменим параметр обработки «маска высоты», установив его в размере  $19^\circ$ . Вычисление повторно с новыми параметрами обработки БЛ получено также с разрешением неоднозначности, при этом его

длина увеличилась на 1,2 мм с 130 373,8106 м до 130 373,8118 м. Для повторного уравнивания сети с использованием измененной БЛ *Kupino-BARA* нужно предварительно удалить результаты предыдущего уравнивания (*Adjustment* → *Results* → *Network* → *Delete Stored Values*, и в появившемся после этого диалоговом окне нажать кнопку *Yes All*), а также ранее вычисленную БЛ *Kupino-BARA* (выделить левой кнопкой мыши БЛ и нажать *Delete* на клавиатуре компьютера). Затем повторно выполнить уравнивание сети и открыть отчет об уравнивании, в котором проверить выполнение всех ранее перечисленных тестов.

*F*-тест при повторном уравнивании рассматриваемой в примере сети оказался также пройденным, при этом его значение снизилось до 0,10 (рис. 33).

|  |                   |
|--|-------------------|
| <b>Testing</b>                         |                   |
| Alfa (multi dimensional):              | 0.4041            |
| Alfa 0 (one dimensional):              | 5.0 %             |
| Beta:                                  | 80.0 %            |
| Sigma a-priori (GPS):                  | 10.0              |
| Critical value W-test:                 | 1.96              |
| Critical value T-test (2-dimensional): | 2.42              |
| Critical value T-test (3-dimensional): | 1.89              |
| <hr/>                                  |                   |
| Critical value F-test:                 | 1.04              |
| F-test:                                | 0.10 ✓ (accepted) |

Рис. 33. Раздел *Testing* отчета об уравнивании сети (повторно)

Набор БЛ, у которых отклонен *W/T*-тест, после повторного уравнивания изменился (рис. 34), при этом наибольшее превышение критического значения *W*-теста у БЛ *Karasyk-Bagan* составило 1,2 раза, а максимальная оценка погрешности приращения координат по оси абсцисс *DX* у этой БЛ составила 0,0014 м (рис. 35).

|           |         |       |          |    |     |       |   |      |   |
|-----------|---------|-------|----------|----|-----|-------|---|------|---|
| <b>DX</b> | Kupino  | BARA  | 0.0016 m | 51 | 2.7 | 2.32  | ⚠ | 1.90 | ⚠ |
| <b>DY</b> |         |       | 0.0028 m | 53 | 2.6 | -1.03 |   |      |   |
| <b>DZ</b> |         |       | 0.0042 m | 65 | 2.5 | 0.36  |   |      |   |
| <b>DX</b> | Karasyk | Bagan | 0.0016 m | 45 | 3.1 | 2.43  | ⚠ | 2.27 | ⚠ |
| <b>DY</b> |         |       | 0.0028 m | 45 | 3.1 | -0.29 |   |      |   |
| <b>DZ</b> |         |       | 0.0040 m | 44 | 3.1 | -0.85 |   |      |   |
| <b>DX</b> | DOVO    | BARA  | 0.0014 m | 50 | 2.8 | -2.27 | ⚠ | 1.90 | ⚠ |
| <b>DY</b> |         |       | 0.0025 m | 43 | 2.8 | 0.88  |   |      |   |
| <b>DZ</b> |         |       | 0.0037 m | 54 | 2.8 | -0.36 |   |      |   |

Рис. 34. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета о повторном уравнивании сети, тестирование измерений

**Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10)**

|    | Station | Target | W-Test | Fact | Est err   |
|----|---------|--------|--------|------|-----------|
| DX | Karasyk | Bagan  | 2.43   | 1.2  | 0.0014 m  |
| DX | Kupino  | BARA   | 2.32   | 1.2  | 0.0013 m  |
| DX | DOVO    | BARA   | -2.27  | 1.2  | -0.0012 m |

**Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10)**

|    | Station | Target | T-Test | Fact | Est err   |
|----|---------|--------|--------|------|-----------|
| DX | Karasyk | Bagan  | 2.27   | 1.1  | 0.0010 m  |
| DY |         |        |        |      | -0.0019 m |
| DZ |         |        |        |      | -0.0035 m |
| DX | DOVO    | BARA   | 1.90   | 1.0  | -0.0015 m |
| DY |         |        |        |      | -0.0015 m |
| DZ |         |        |        |      | -0.0026 m |
| DX | Kupino  | BARA   | 1.90   | 1.0  | 0.0016 m  |
| DY |         |        |        |      | 0.0010 m  |
| DZ |         |        |        |      | 0.0021 m  |

Рис. 35. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета о повторном уравнивании сети, оценки ошибок

Продолжим процесс улучшения сети путем реагирования на результаты статистического тестирования, для чего повторно пересчитаем БЛ *Karasyk-Bagan*, в отношении которой отклонен *W*-тест с максимальным превышением критического его значения. Для этого предварительно удалим ранее сохраненные результаты уравнивания и удалим из сети БЛ *Karasyk-Bagan*. Повторное вычисление БЛ *Karasyk-Bagan* выполним после удаления из обработки спутника G24, от которого имеются пропущенные циклы наблюдений. После перевычисления БЛ *Karasyk-Bagan* ее длина

изменилась несущественно, на 0,2 мм (с 48 134,8393 м до 48 134,8391 м), однако, тем не менее, повторное уравнивание привело к изменению результатов тестирования сети.

*F*-тест после третьего уравнивания сети оказался пройденным со значением 0,08. Набор БЛ, у которых отклонен *W/T*-тест, после третьего уравнивания изменился (рис. 36), при этом наибольшее превышение критического значения *W*-теста у БЛ *DOVO-BARA* составило 1,2 раза, а максимальная оцениваемая погрешность приращения координат по оси абсцисс *DX* у этой БЛ составила  $-0,0011$  м (рис. 37).

| Observation Tests |         |        |          |     |     |        |          |
|-------------------|---------|--------|----------|-----|-----|--------|----------|
|                   | Station | Target | MDB      | Red | BNR | W-Test | T-Test   |
| <b>DX</b>         | Karasyk | Bagan  | 0.0015 m | 47  | 3.0 | 2.14   | ⚠ 1.81   |
| <b>DY</b>         |         |        | 0.0025 m | 47  | 3.0 | 0.17   |          |
| <b>DZ</b>         |         |        | 0.0036 m | 44  | 3.1 | -1.05  |          |
| <b>DX</b>         | Kupino  | BARA   | 0.0015 m | 51  | 2.6 | 2.05   | ⚠ 1.68   |
| <b>DY</b>         |         |        | 0.0026 m | 57  | 2.5 | -1.06  |          |
| <b>DZ</b>         |         |        | 0.0039 m | 68  | 2.5 | 0.58   |          |
| <b>DX</b>         | DOVO    | BARA   | 0.0013 m | 50  | 2.8 | -2.34  | ⚠ 2.10 ⚠ |
| <b>DY</b>         |         |        | 0.0022 m | 42  | 2.8 | 0.93   |          |
| <b>DZ</b>         |         |        | 0.0033 m | 54  | 2.8 | -0.45  |          |

Рис. 36. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети в 3-й раз, тестирование измерений

| Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10) |         |        |        |      |           |
|--|---------|--------|--------|------|-----------|
|  | Station | Target | W-Test | Fact | Est err   |
| DX   | DOVO    | BARA   | -2.34  | 1.2  | -0.0011 m |
| DX   | Karasyk | Bagan  | 2.14   | 1.1  | 0.0011 m  |
| DX   | Kupino  | BARA   | 2.05   | 1.0  | 0.0011 m  |

---

| Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10) |         |        |        |      |           |
|--|---------|--------|--------|------|-----------|
|  | Station | Target | T-Test | Fact | Est err   |
| DX   | DOVO    | BARA   | 2.10   | 1.1  | -0.0014 m |
| DY   |         |        |        |      | -0.0017 m |
| DZ   |         |        |        |      | -0.0030 m |

Рис. 37. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети в 3-й раз, оценки ошибок

Выполним переуравнивание сети в 4-й раз с новым значением БЛ *DOVO-BARA*, полученным при маске высоты 21°. *F*-тест по результатам этого уравнивания сети оказался пройденным с прежним значением 0,08. Результаты проверки на *W/T*-тесты приведены на рис. 38, 39.

| Observation Tests |         |        |          |     |     |        |  |        |  |
|-------------------|---------|--------|----------|-----|-----|--------|--|--------|--|
|                   | Station | Target | MDB      | Red | BNR | W-Test |  | T-Test |  |
| <b>DX</b>         | Karasyk | Bagan  | 0.0014 m | 47  | 3.0 | 2.19   |  | 1.97   |  |
| <b>DY</b>         |         |        | 0.0024 m | 47  | 3.0 | 0.28   |  |        |  |
| <b>DZ</b>         |         |        | 0.0035 m | 44  | 3.1 | -1.19  |  |        |  |
| <b>DX</b>         | Kupino  | BARA   | 0.0014 m | 51  | 2.6 | 2.03   |  | 1.53   |  |
| <b>DY</b>         |         |        | 0.0025 m | 56  | 2.5 | -0.73  |  |        |  |
| <b>DZ</b>         |         |        | 0.0038 m | 68  | 2.5 | 0.22   |  |        |  |
| <b>DX</b>         | DOVO    | BARA   | 0.0013 m | 50  | 2.8 | -2.13  |  | 1.84   |  |
| <b>DY</b>         |         |        | 0.0022 m | 50  | 2.7 | -0.25  |  |        |  |
| <b>DZ</b>         |         |        | 0.0033 m | 65  | 2.7 | 0.85   |  |        |  |

Рис. 38. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети в 4-й раз, тестирование измерений

| Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10) |         |        |        |      |           |
|--|---------|--------|--------|------|-----------|
|  | Station | Target | W-Test | Fact | Est err   |
| DX   | Karasyk | Bagan  | 2.19   | 1.1  | 0.0011 m  |
| DX   | DOVO    | BARA   | -2.13  | 1.1  | -0.0010 m |
| DX   | Kupino  | BARA   | 2.03   | 1.0  | 0.0010 m  |

| Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10) |         |        |        |      |           |
|--|---------|--------|--------|------|-----------|
|  | Station | Target | T-Test | Fact | Est err   |
| DX   | Karasyk | Bagan  | 1.97   | 1.0  | 0.0010 m  |
| DY   |         |        |        |      | -0.0003 m |
| DZ   |         |        |        |      | -0.0017 m |

Рис. 39. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети в 4-й раз, оценки ошибок

Как видно из этих рисунков, после перевычисления 3 БЛ с новыми установками и уравнивания сети в 4-й раз, в результатах тестирования все еще остаются 3 БЛ с отклоненными *W*-тестами и 1 БЛ с отклоненным *T*-тестом. Однако максимальное превышение критического значения *W*-теста не превышает у 2 БЛ величины 1,1, а у одной БЛ коэффициент превышения равен 1,0 (номинально этот коэффициент до округления

больше величины 1,0). Фактическое значение  $T$ -теста также практически равно критическому размеру теста (рис. 39). Максимальная оцениваемая погрешность приращения координат для БЛ с отклоненными тестами находится в пределах 1 мм.

Полученные после 4-го переуравнивания сети с измененными значениями третьей БЛ результаты тестирования показывают:

– в целом процесс улучшения качества сети путем перевычисления с новыми параметрами обработки БЛ, в которых ПО предполагает грубые ошибки измерений, и повторного уравнивания сети продвинулся в положительном направлении, и в итоге максимальное превышение критического значения  $W/T$ -тестов у БЛ составляет величину 1,1;

– очевидно, что не нужно абсолютно все факты превышения критического значения  $W/T$ -тестов у БЛ стремиться исправить путем повторного перевычисления БЛ и переуравнивания сети, важно при этом руководствоваться здравым смыслом. Так, полученные в итоге предыдущих изысканий результаты тестирования, когда критические значения  $W/T$ -тестов превышены лишь номинально (коэффициент превышения 1,1–1,0), а величина погрешностей, подозреваемых на наличие грубых ошибок измерений БЛ, оценивается в 1 мм, следует рассматривать как хорошие результаты и факт оставшегося номинального отклонения БЛ *Karasyk-Bagan*, *DOVO-BARA*, *Kupino-BARA* разумно проигнорировать.

Следует также признать, что в целом инструмент статистического тестирования является достаточно чутким на возможные грубые ошибки измерений.

Для демонстрации этого смоделируем искусственно ошибку в одной из БЛ и перевычислим в сети, полученной по завершении всех изысканий по улучшению ее качества, БЛ *Kupino-BARA* с намеренно заниженной точностью. Для этого зададим параметры обработки БЛ, не позволяющие получить разрешение неоднозначности при вычислении БЛ, а именно: в установках (рис. 40) зададим предел разрешения неоднозначности для линий до 80 км (фактическая длина этой БЛ 130 км). Отчет об уравнивании, выполненном после этого, показывает, что  $F$ -тест сети отклонен при значении 1,60 (рис. 41).

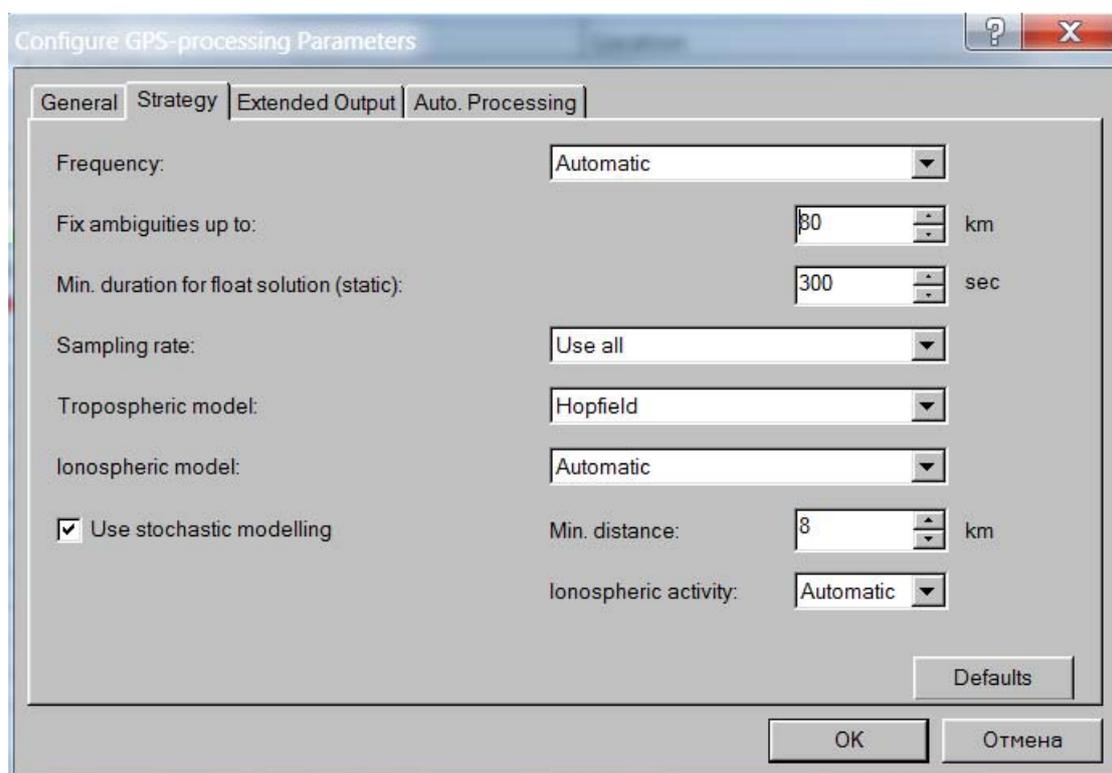


Рис. 40. Параметры обработки БЛ *Kurino-BARA*

#### Testing

|  |        |   |            |
|--|--------|---|------------|
| Alfa (multi dimensional):              | 0.4041 |   |            |
| Alfa 0 (one dimensional):              | 5.0 %  |   |            |
| Beta:                                  | 80.0 % |   |            |
| Sigma a-priori (GPS):                  | 10.0   |   |            |
| Critical value W-test:                 | 1.96   |   |            |
| Critical value T-test (2-dimensional): | 2.42   |   |            |
| Critical value T-test (3-dimensional): | 1.89   |   |            |
| Critical value F-test:                 | 1.04   |   |            |
| F-test:                                | 1.60   | ⚠ | (rejected) |

Рис. 41. Раздел *Testing* отчета об уравнивании сети

Результаты статистического тестирования в отчете по уравниванию показывают (рис. 42), что одновременно отклонены *W/T*-тесты только у БЛ *Kurino-BARA*, причем размер критического значения (рис. 43, 44) превышен в 1,6 раза (*W*-тест) и 1,7 раза (*T*-тест). *W/T*-тест также отклонен и у БЛ *ZDVI-Kurino*, однако величина превышения критического значения *T*-теста составляет величину, близкую к 1,0.

**Observation Tests**

|           | Station | Target  | MDB      | Red | BNR | W-Test | T-Test  |  |
|-----------|---------|---------|----------|-----|-----|--------|---|--|
| <b>DX</b> | ZDVI    | Kupino  | 0.0064 m | 41  | 3.4 | 1.32   | 2.04  |       |
| <b>DY</b> |         |         | 0.0092 m | 60  | 2.4 | -0.03  |   |  |
| <b>DZ</b> |         |         | 0.0131 m | 65  | 2.2 | 0.41   |   |  |
| <b>DX</b> | ZDVI    | Karasyk | 0.0053 m | 51  | 2.7 | 0.21   | 0.03  |  |
| <b>DY</b> |         |         | 0.0092 m | 54  | 2.7 | -0.15  |   |  |
| <b>DZ</b> |         |         | 0.0131 m | 50  | 2.7 | 0.01   |   |  |
| <b>DX</b> | Kupino  | BARA    | 0.0094 m | 77  | 1.6 | 3.13   |  | 5.74  |
| <b>DY</b> |         |         | 0.0093 m | 27  | 4.4 | -0.13  |   |  |
| <b>DZ</b> |         |         | 0.0128 m | 6   | 6.3 | 0.60   |   |  |

Рис. 42. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети, тестирование измерений

Оценка ошибки БЛ *Kupino-BARA* с отклоненными тестами составляет величину 10,6 мм по оси абсцисс. Следует обратить внимание, что вследствие существенного изменения высоты пункта *BARA*, в ПО не прошел тест на возможную ошибку в высоте установки антенны на БЛ *BARA-ZDVI, ZDVI-Kupino* (рис. 45).

**Estimated Errors For Observations With Rejected W-Tests (max 10)**

|    | Station | Target | W-Test | Fact | Est err  |
|----|---------|--------|--------|------|----------|
| DX | Kupino  | BARA   | 3.13   | 1.6  | 0.0106 m |

Рис. 43. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети, оценки ошибок

**Estimated Errors For Observations With Rejected T-Tests (max 10)**

|    | Station | Target | T-Test | Fact | Est err  |
|----|---------|--------|--------|------|----------|
| DX | Kupino  | BARA   | 5.74   | 1.7  | 0.0149 m |
| DY |         |        |        |      | 0.0217 m |
| DZ |         |        |        |      | 0.0321 m |
| DX | ZDVI    | Kupino | 2.04   | 1.0  | 0.0069 m |
| DY |         |        |        |      | 0.0184 m |
| DZ |         |        |        |      | 0.0262 m |

Рис. 44. Раздел *Testing and Estimated Errors* отчета об уравнивании сети, оценки ошибок с отклоненным *T*-тестом

**Estimated Errors For Observations With Rejected Antenna Hgt W-Tests  
(max 10)**

| Station | Target | W-Test | Fact | MDB [m] | Est ant err [m] |
|---------|--------|--------|------|---------|-----------------|
| BARA    | ZDVI   | 2.01   | 1.0  | 0.0405  | 0.0291          |
| ZDVI    | Kupino | 2.05   | 1.0  | 0.0431  | 0.0315          |

Рис. 45. Раздел *Testing and, Estimated Errors* отчета об уравнивании сети, оценки ошибок с отклоненным *W*-тестом высоты антенны

При этом превышение критического значения *T*-теста по высоте антенны составляет величину, близкую к 1,0, а размер этой возможной ошибки определения высоты установки антенны оценивается ПО на уровне 3 см. Однако, здесь же в таблице теста высоты антенны (см. рис. 45) приводится величина минимально обнаруживаемой (*MDB*) в ПО ошибки по высоте антенны, размер которой порядка 4 см. Таким образом, факт фиксации ошибки по высоте антенны (которой в действительности нет, а отклонение *W*-теста по высоте антенны в действительности вызвано намеренно грубым вычислением БЛ *Kupino-BARA*) определен неуверенно (на уровне критического значения *W*-теста) и размер этой ошибки оценивается в величину 3 см, которая ниже порога чувствительности теста (*MDB*), который равен 4 см.

Вышеуказанный пример введения в наблюдения смоделированной искусственной грубой ошибки измерений показал, что статистическое тестирование уверенно выявило эту грубую ошибку измерения с оценкой показателя превышения критического размера *W/T*-тестов на уровне 1,6–1,7 раза. В то же время ПО обнаружило факт ошибки по высоте антенны, которой в действительности нет. На самом деле она вызвана ошибкой в высоте пунктов в результате неточного вычисления БЛ. Однако показатель надежности проведения теста высоты антенны (1,0 раза от критического значения) и показатель минимально детектируемой ошибки теста (*MDB*, 4 см), который больше возможной ошибки высоты установки антенны (3 см), дают возможность оператору, выполняющему камеральную обработку ГНСС-измерений, сделать правильный вывод о том, что данный тест проведен неуверенно, его правильно проигнорировать и заняться поиском грубой ошибки измерений в БЛ, где тесты существенно

(в 1,6–1,7 раза) превысили критическое значение. Устранение этой грубой ошибки измерений в БЛ *Kurino-BARA* устранил и причину, вызвавшую к жизни отклоненный тест высоты антенны.

Следует отметить, что в вышеприведенных изысканиях нами не акцентировано внимание на том, что *F*-тест во всех случаях в нашей тестовой сети был пройден при значениях, существенно отличающихся от 1 (от 0,13 до 0,08). Это свидетельствует о том, что взятая по умолчанию (10 мм) априорная точность сети (*Sigma a priori* –  $\sigma$ ) существенно занижена по сравнению с полученной по итогам уравнивания (апостериори) точностью (*Sigma a posteriori* *s*). Изменение в стандартных параметрах уравнивания (см. рис. 6) величины *Sigma a priori* с 10 мм до 3 мм не изменит результатов статистического тестирования в части обнаружения измерений, в которых предполагается наличие грубых ошибок измерений по сравнению с величинами, полученными в предыдущем уравнивании (см. рис. 38, 39).

Однако такое изменение параметра уравнивания приведет к согласованию априорной и фактической точности ГНСС-сети и значение *F*-теста в этом случае составит величину 0,88 (рис. 46).

| <b>Testing</b>                         |  |        |              |
|--|--|--------|--------------|
| Alfa (multi dimensional):              |  | 0.4041 |              |
| Alfa 0 (one dimensional):              |  | 5.0 %  |              |
| Beta:                                  |  | 80.0 % |              |
| Sigma a-priori (GPS):                  |  | 3.0    |              |
| Critical value W-test:                 |  | 1.96   |              |
| Critical value T-test (2-dimensional): |  | 2.42   |              |
| Critical value T-test (3-dimensional): |  | 1.89   |              |
| Critical value F-test:                 |  | 1.04   |              |
| F-test:                                |  | 0.88   | ✓ (accepted) |

Рис. 46. Результаты уравнивания сети с параметром *Sigma a priori* величиной 3 мм

## Контрольные вопросы по разделу 4

1. Расставьте в правильной последовательности порядок осуществления действий при обработке, уравнивании и статистическом тестировании

геодезической сети, развиваемой методом относительных спутниковых координатных определений:

– анализ и интерпретация итогов статистического тестирования результатов свободного или минимально-ограниченного уравнивания сети, принятие мер по повышению надежности сети;

– вычисление невязок замкнутых фигур;

– оценка точности сети по невязкам замкнутых фигур;

– ограниченное уравнивание сети;

– вычисление отдельных векторов базовых линий в сети;

– поиск грубых ошибок измерений в полигонах с недопустимыми невязками и перевычисление (переизмерение) забракованных БЛ;

– свободное или минимально-ограниченное уравнивание ГНСС-сети.

2. Можно ли игнорировать результаты отклонения  $W/T$ -тестов для отдельных БЛ в случае, если  $F$ -тест для ГНСС-сети пройден? Если да, то в каком случае? Если нет, то в каком случае?

3. В каком порядке следует анализировать и предпринимать попытки по повышению надежности сети в случае отклонения нескольких БЛ по  $W/T$ -тестам:

– начиная с наименьших значений отклоненных  $W/T$ -тестов;

– начиная с максимальных значений отклоненных  $W/T$ -тестов?

4. Как по итогам наблюдения ГНСС-сети можно оценить (вычислить) фактическое значение показателя  $Sigma a priori$  с целью его ввода в ПО LGO в качестве соответствующего входного параметра уравнивания?

5. Как выделяется на схеме уравненной ГНСС-сети БЛ, имеющая максимальные значения отклоненных  $W/T$ -тестов?

6. В каком документе, формируемом ПО LGO, можно посмотреть результаты вычисления отдельной БЛ, в том числе БЛ, имеющей максимальные значения отклоненных  $W/T$ -тестов?

7. По итогам уравнивания для измерений с имеющими максимальное значение отклоненными  $W/T$ -тестами вычисляются: минимально обнаруживаемая грубая ошибка измерений  $MDB$  (*minimal detectable bias*); оценка ошибок измерений с отклоненными  $W$ - и  $T$ -тестами ( $Est Err$ ). На основании чего, сравнивая величины  $MDB$  и  $Est Err$ , можно утверждать, что

оценка ошибки измерений с отклоненными  $W$ - и  $T$ -тестами ( $Est\ Err$ ) вычислена неуверенно? В каком случае можно быть уверенным в значении вычисленной оценки ошибки измерений с отклоненными  $W$ - и  $T$ -тестами ( $Est\ Err$ )?

8. Выберите правильный ответ:

Ориентировка эллипса абсолютных ошибок планового положения пункта задается углом между большой полуосью эллипса и направлением:

- на соседнюю станцию;
- восток (ось ординат  $Y$ );
- север (ось абсцисс  $X$ ).

9. Ориентировка эллипса относительных ошибок для БЛ задается углом между большой полуосью эллипса и направлением:

- на восток (ось ординат  $Y$ );
- с базовой (референцной) станции на ровер;
- север (ось абсцисс  $X$ ).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем учебном пособии изложены основные возможности и инструменты ПО LGO для анализа надежности геодезической сети, созданной методом относительного спутникового позиционирования, по итогам статистического тестирования результатов ее уравнивания.

При создании геодезических сетей средствами ГНСС принципиально важно не ограничиваться традиционно сложившимися оценками качества сети путем вычисления параметров ее точности. Одним из главных показателей качества сети является также и ее надежность, характеризующая степень уязвимости сети и ее определяемых параметров (координат определяемых пунктов) от возможной грубой ошибки измерений. Инструментарий статистического тестирования ПО LGO, оценивая количественно показатели надежности сети и определяя измерения, потенциально содержащие грубые ошибки измерений, предоставляет возможность специалисту внести необходимые корректировки в процесс камеральной обработки сети, повышая тем самым ее качество.

Учебное пособие содержит описание всех имеющихся в ПО LGO возможностей по оценке надежности сети на основе проведенных по итогам ее уравнивания статистических тестов, а также некоторые практические примеры интерпретации результатов тестирования. Предполагается, что, используя данный инструментарий и содержащиеся в пособии рекомендации и примеры, обучающийся самостоятельно сможет оценить качество уравненной ГНСС-сети с позиций ее надежности и, в случае необходимости (при наличии отрицательных результатов статистического тестирования), внести корректировку в процесс камеральной обработки создаваемой спутниковыми методами геодезической сети.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. Т. 1. – М. : Картгеоцентр, 2005. – 334 с.
2. Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. Т. 2. – М. : Картгеоцентр, 2006. – 360 с.
3. Антонович К. М. Космическая навигация. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 233 с.
4. Обиденко В. И. Методы создания и развития государственных геодезических сетей. Обработка результатов спутниковых измерений при создании и развитии государственных геодезических сетей в программном обеспечении Leica Geo Office. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 172 с.
5. «Leica Geo Office 5.0. Printed documentation». Heerbrug, Switzerland; Leica Geosystems AG. – 2006. – 906 с.
6. Генике А. А., Побединский Г. Г. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. – М. : Картгеоцентр, 1999. – 272 с.
7. Герасимов А. П. Спутниковые геодезические сети. – М. : Проспект, 2012. – 176 с.
8. Падве В. А. Элементы теории вероятностей и математической статистики. – Новосибирск : СГГА, 2013. – 208 с.
9. Падве В. А. Математическая обработка и анализ результатов геодезических измерений. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 162 с.
10. Серапинас Б. Б. Глобальные системы позиционирования. – М. : ИКФ «Каталог», 2002. – 104 с .
11. Лесных И. В. Теория математической обработки геодезических измерений. – Новосибирск : СГГА, 2010. – 34 с.
12. Гиенко Е. Г. Современные геодезические методы создания государственной координатной основы. – Новосибирск : СГГА, 2014. – 67 с.

13. Нефедова Г. А., Ащеулов В. А. Теория вероятностей и математическая статистика в конспективном изложении. – Новосибирск : СГГА, 2006. – 93 с.
14. Барлиани А. Теория математической обработки геодезических измерений. – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. – 170 с.
15. Дударев В. И. Основы ГНСС-технологий. – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. – 58 с.

*Учебное издание*

**Обиденко Владимир Иванович**  
**Шитиков Пётр Константинович**

# **МЕТОДЫ СОЗДАНИЯ И РАЗВИТИЯ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ**

Редактор *Е. Н. Ученова*

Компьютерная верстка *К. В. Ионко*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.

Подписано в печать 30.10.2018. Формат 60 × 84 1/16.

Усл. печ. л. 5,35. Тираж 85 экз. Заказ 150.

Гигиеническое заключение

№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГУГиТ  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.