

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОСИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ»
(СГУГиТ)

В. С. Айрапетян, О. А. Романовский

ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве практикума для студентов, обучающихся
по направлениям подготовки бакалавров 12.03.02 «Оптотехника»,
12.02.05 «Оптико-электронные приборы и системы»,
12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»
и магистров 12.04.02 «Оптотехника»

Новосибирск
СГУГиТ
2017

УДК 535:539.621.3

А36

Рецензенты: кандидат физико-математических наук, профессор, СибГУТИ
А. Г. Черевко

доктор технических наук, профессор СГУГиТ *О. В. Минин*

Айрапетян, В. С.

А36 Лазерная физика [Текст] : практикум / В. С. Айрапетян, О. А. Романовский; под общ. ред. В. С. Айрапетяна. – Новосибирск : СГУГиТ, 2017. – 80 с.

ISBN 978-5-906948-61-8

Практикум содержит задачи и описание лабораторных работ по дисциплине «Физика лазеров», являясь продолжением учебного пособия «Лазерная физика», изданного в 2016 г.

Практикум предназначен для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров 12.03.02 «Оптотехника», 12.02.05 «Опτικο-электронные приборы и системы», 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии» и магистров 12.04.02 «Оптотехника».

Печатается по решению редакционно-издательского совета СГУГиТ

УДК 533:539:621.3

ISBN 978-5-906948-61-8

© СГУГиТ, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

9. Задачи и лабораторные работы	4
9.1. Введение.....	4
9.2. Задачи.....	6
9.2.1. Краткое теоретическое описание взаимодействия электромагнитного излучения с атомной и молеку- лярной системой.....	6
9.2.2. Принцип действия и устройство лазеров.....	13
9.2.3. Режимы работы, свойства излучения и типы лазеров.....	27
9.3. Лабораторные работы.....	44
9.3.1. Лабораторная работа № 1. Измерение расходимости излучения лазерного пучка (измерение углового распределения интенсивности лазерного излучения).....	44
9.3.2. Лабораторная работа № 2. Экспериментальное изме- рение спектральной ширины излучения лазера.....	57
9.3.3. Лабораторная работа № 3. Измерение спектральных характеристик интерферометра Фабри – Перо.....	69

9. ЗАДАЧИ И ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

9.1. Введение

Современное понимание и углубленное изучение процессов, происходящих в атомных и молекулярных системах при их взаимодействии с электромагнитным полем, становится эффективным, когда обучение сопровождается решением задач и выполнением лабораторных работ.

Настоящий практикум является продолжением учебного пособия «Лазерная физика», изданного в 2016 г.

В соответствии с программой курса практикум содержит три подраздела с задачами.

В подраздел 9.2.1 вошли задачи, посвященные взаимодействию лазерного излучения с веществом.

Решение задач, предложенных в подразделе 9.2.2, позволяет укрепить знания о фундаментальных понятиях и закономерностях, происходящих в процессах физики лазерного излучения.

В подразделе 9.2.3 рассмотрены задачи, решения которых позволяют студентам ознакомиться с типами лазеров, разобраться с режимом работы лазера и свойствами его излучения. Часть этого подраздела посвящена области преобразования частоты лазерного излучения и обсуждению некоторых вопросов нелинейной оптики.

Каждому подразделу предпослано краткое введение с указанием основных законов и формул, на основе которых решаются задачи данного подраздела.

При решении задач необходимо устанавливать физические закономерности, лежащие в их основе. После этого следует перейти к выводу расчетной формулы в буквенном виде, а затем подстановкой числовых данных, выраженных в одной и той же системе единиц. У числового ответа нужно писать наименование единицы измерения. При решении задач необходимо пользоваться Международной системой (Systeme International, или Система Интернациональная – СИ) единиц. Основные и дополнительные единицы СИ приведены в табл. В.1.

Таблица В.1

№ п/п	Величина	Единица измерения	
		1	Длина
2	Масса	килограмм	кг
3	Время	секунда	с
4	Сила электрического тока	ампер	А
5	Термодинамическая температура	кельвин	К
6	Сила света	кандела	Кд
7	Количество вещества	моль	моль
Дополнительные единицы			
1	Плоский угол	радиан	рад
2	Телесный угол	стерадиан	страд

В задачах, где требуется построить графическую зависимость и оптическую схему установки, построение следует выполнить в масштабе и с соблюдением установленных ГОСТов.

Подраздел 9.3 содержит описание двух лабораторных работ, посвященных изучению свойств и измерению параметров лазерного излучения.

В табл. В.2 приведены приставки, служащие для образования кратных и дольных единиц СИ.

Таблица В.2

Приставка	Численное значение	Обозначение	Приставка	Численное значение	Обозначение
Атто	10^{-18}	а	Деци	10^{-1}	д
Фемто	10^{-15}	ф	Дека	10^1	да
Пико	10^{-12}	п	Гекто	10^2	г
Нано	10^{-9}	н	Кило	10^3	к
Микро	10^{-6}	мк	Мега	10^6	М
Милли	10^{-3}	м	Гига	10^9	Г
Санتي	10^{-2}	с	Тера	10^{12}	Т

В табл. В.3 приведены основные фундаментальные физические константы.

Универсальные константы	
Скорость света в вакууме	$c = 299\,792\,458$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7}$ Н/А ²
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг · с ²)
Постоянная Планка	$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Электромагнитные постоянные	
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Ридберга	$R = 1,097\,373\,1534$ м ⁻¹ = 13,6 эВ
Боровский радиус	$a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Масса покоя электрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Физико-химические константы	
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Больцмана	$K = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/(моль · К)
Постоянная Лошмидта	$N_0 = N_A / V_m = 2,686\,7 \cdot 10^{25}$ м ⁻³
Астрономические постоянные	
Радиус Земли	$6,378\,164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,959\,9 \cdot 10^8$ м
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м

9.2. Задачи

9.2.1. Краткое теоретическое описание взаимодействия электромагнитного излучения с атомной и молекулярной системой

Основные законы теории взаимодействия излучения с веществом

1. Постулаты Бора

$$E_i - E_j = h\nu_{ij}, \quad (3.1.1)$$

где E_i и E_j – энергии стационарных уровней i и j ; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка; ϑ_{ij} – частота перехода между уровнями i и j .

Если $E_i > E_j$ – происходит поглощение, если $E_i < E_j$ – происходит испускание электромагнитной волны; $h\vartheta$ – энергия фотона.

2. Вероятности переходов поглощения и излучения определяются:

$$W_{12} = \sigma_{12}F \quad \text{и} \quad W_{21} = \sigma_{21}F, \quad (3.1.2)$$

где σ_{12} – сечение поглощения; σ_{21} – сечение вынужденного излучения; F – плотность потока фотонов в падающей волне; $\tau_{12} = \frac{1}{W_{12}}$ – время жизни фотонов на данном уровне.

3. Скоростное уравнение для поглощения, спонтанного и вынужденного излучения

$$\frac{dN_1}{dt} = -W_{12}N_1; \quad \left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{\text{сп}} = -A_{12}N_2; \quad \left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{\text{вын}} = -W_{12}N_2, \quad (3.1.3)$$

где N_1 и N_2 – число частиц на нижнем и верхнем уровнях; W_{12} – вероятность поглощения; A_{12} – вероятность спонтанного излучения; W_{21} – вероятность вынужденного излучения.

4. Сечение усиления (поглощения)

$$\sigma = \frac{g_2}{g_1} \frac{\lambda^2}{2\pi\Delta\vartheta\tau_0} = h\vartheta \frac{2W_{12}}{c\pi\Delta\vartheta}, \quad (3.1.4)$$

где g_1 и g_2 – степени вырождения нижнего и верхнего уровней; $\Delta\vartheta$ – спектральная ширина излучения; τ_0 – время жизни фотонов.

5. Время жизни фотонов в резонаторе определяется

$$\tau = \frac{L}{jc}, \quad (3.1.5)$$

где $L = L + (n-1)l$ – длина резонатора; l – длина активной среды; L – расстояние между активной средой и зеркалом резонатора,

$$j = j_i + (j_1 + j_2) / 2, \quad (3.1.6)$$

где α – относительный коэффициент потерь на зеркалах; T_i – относительный коэффициент внутренних потерь за проход; j_1 и j_2 – логарифмические потери за проход, $j_1 = \ln(1 - T_1)$; $j_2 = \ln(1 - T_2)$; T_1 и T_2 – коэффициенты пропускания двух зеркал, эффективный объем моды резонатора $V = (L/l)V_a$; $V_a = Sl$ – объем активной среды.

6. Связь между числами частиц на энергетических уровнях определяется выражением

$$\frac{N_2}{g_2} = \frac{N_1}{g_1} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{kT}\right), \quad (3.1.7)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

7. Изменение интенсивностей до и после взаимодействия фотонов с веществом, согласно закону Бугера – Ламберта – Беера, определяется уравнением

$$I = I_0 \exp(-Ld) = I_0 \exp[-\sigma(N_1 - N_2)d]. \quad (3.1.8)$$

8. Интенсивность насыщения излучения находится по формуле

$$I_s = \frac{h\nu}{2\sigma\tau} \Rightarrow \tau = \frac{h\nu}{2I_s\sigma};$$

$$I_s = I_0 \exp(-\alpha d) = I_0 \exp[-\sigma(N_2 - N_1)d], \quad (3.1.9)$$

где τ – время жизни фотонов, τ_{21} – время перехода фотона с верхнего уровня (2) на нижний уровень (1); $h\nu$ – энергия фотона.

Задачи к подразделу 9.2.1

1.1. Определить длину волны излучения аргонового лазера, если разность энергии между верхним $4p$ и нижним $4s$ уровнями составляет 2,4 эВ. Какого цвета излучение аргонового лазера?

Указание: $\nu = 1/h(E_2 - E_1)$; 1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

1.2. Запишите интервалы длин волн (м) и соответствующие им частоты (Гц) для следующих спектральных областей: 1) рентгеновские лучи; 2) область вакуумного ультрафиолета; 3) ультрафиолетовая область; 4) видимый свет; 5) ближний инфракрасный диапазон; 6) дальний инфракрасный диапазон.

1.3. Запишите и запомните все длины волн соответствующие основным цветам радуги, а именно: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий «Каждый Охотник Желает Знать Где Сидит Фазан».

1.4. Определите частоту поглощения между энергетическими уровнями ϑ_{15} , если энергия поглощения между уровнями $E_{14} = 20$ эВ, а $E_{45} = 1$ эВ.

Указание: $\vartheta_{15} = \vartheta_{14} + \vartheta_{45}$.

1.5. Определите энергию излучения фотона при переходе $4 \rightarrow 3$, если известны частота поглощения ϑ_{14} и частота излучения ϑ_{13} .

Указание: $E_{43} = h(\vartheta_{14} - \vartheta_{13})$.

1.6. Во сколько раз уменьшится населенность нижнего энергетического уровня при поглощении фотона за время $t = 10$ мс, если вероятность перехода $1 \rightarrow 2$ составляет $A_{12} = 10^8 \text{ с}^{-1}$?

1.7. Вычислите время жизни спонтанного излучения для длины волны $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, если известно, что вероятность вынужденного излучения $A_{21} = 10^8 \text{ с}^{-1}$ связана с вероятностью спонтанного излучения соотношением:

$$W_{21}^{\text{сп}} = \frac{8\pi\vartheta^2}{c^3} h\vartheta A_{21}^{\text{вын}} ?$$

1.8. Найдите относительную населенность двух возбужденных энергетических уровней, находящихся в термодинамическом равновесии, если разность частот между этими энергетическими уровнями соответствует частоте излучения YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064$ мкм) при температуре 300, 77 и 4,2 К.

Указание: $N_2 / N_1 = \exp(-\Delta E / T)$; $\Delta E = E_2 - E_1$.

1.9. Пусть отношение населенностей N_2 / N_1 двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре 100 К, равно $1/e$. Вычислите частоту излучения ϑ , соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область спектра попадает излучение с такой частотой?

Указание: $1/e = \exp(-\Delta E/T)$.

1.10. До какой температуры может нагреваться активная среда лазера, если отношение населенностей между верхним и нижним энергетическими состояниями $N_2 / N_1 = 2$, а разность энергий между этими уровнями $\Delta E = E_2 - E_1 = 2$ эВ.

1.11. Определите разность населенностей между верхним и нижним энергетическими уровнями атомной системы, если сечение вынужденного излучения $\sigma_{21} = 10^{-11}$ см². Отношение плотности потока фотонов, прошедшего в среду на глубину $l = 60$ см, к плотности падающего потока фотонов, $F(l) / F(0) = 0,5$.

Указание: $F_s = I_s \tau = \frac{h\nu}{2\sigma}$; $I = I_0 \exp(-Ld) = I_0 \exp[-\sigma(N_1 - N_2)d]$.

1.12. Вычислите длину активной среды лазера, если сечение вынужденного излучения $\sigma_{21} = 2 \cdot 10^{-12}$ см². Разность населенностей $(N_2 - N_1)_{кр.} = 1,6 \cdot 10^{12}$ см⁻³, отношение плотности потока фотонов, прошедшего в глубину L , к плотности потока накачки $F(l) / F(0) = 0,1$.

Указание: $F_s = I_s \tau = \frac{h\nu}{2\sigma}$; $I = I_0 \exp(-Ld) = I_0 \exp[-\sigma(N_1 - N_2)d]$.

1.13. Учитывая, что неопределенность положения внешнего электрона составляет $a = 10$ и M – масса атома, оцените порядок величины разности энергий между электронным (ΔE_e), колебательным (ΔE_g), вращательным (ΔE_r) уровнями.

Указание: $\Delta E_e = \frac{t}{m_B a^2}$; $\Delta E_g = \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/2} \Delta E_e$; $\Delta E_r = \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/2} \Delta E_g$.

1.14. Определить диапазон частот для электронных ($\Delta \nu_e$), колебательных ($\Delta \nu_g$) и вращательных ($\Delta \nu_r$) переходов, с учетом разностных энергий, приведенных в предыдущей задаче, ΔE_e , ΔE_g и ΔE_r .

Указание: $\Delta \nu_e = \frac{\Delta E_e}{h}$; $\Delta \nu_g = \frac{\Delta E_g}{h}$; $\Delta \nu_r = \frac{\Delta E_r}{h}$.

1.15. Распределение плотности энергии нагретого тела представляется в виде кривой с максимумом на некоторой длине волны. Определите максимальную длину волны для температуры $T = 4\,000$ К. Какой цвет соответствует этой длине волны? Постоянная смещения Вина $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ мК.

Указание: $T = \frac{b}{\lambda_{\max}}$.

1.16. Запишите частоты и длины волн следующих спектральных областей: 1) инфракрасная, 2) видимый свет, 3) ультрафиолетовая, 4) рентгеновские лучи.

1.17. Запишите длины волн, соответствующие синему, зеленому и красному участкам спектра.

1.18. Каково отношение населенностей между двух уровней, разделенных частотой, равной частоте зеленого света, при комнатной температуре. Максимум длины волны зеленого света равен 500 нм, комнатная температура 20 °С.

Указание: $N_2/N_1 = \exp(-h\nu/kT)$.

1.19. Вычислите частоту излучения, если отношение $N_2/N_1 = 1/e$ при комнатной температуре, согласно формуле $N_2/N_1 = \exp(-h\nu/kT)$.

1.20. Запишите частоты и длины волн следующих спектральных областей: 1) инфракрасная, 2) видимый свет, 3) ультрафиолетовая, 4) рентгеновские лучи.

1.21. Каково отношение населенностей между двух уровней, разделенных частотой, равной частоте красного света ($\lambda = 500$ нм), при комнатной температуре ($T = 300$ К)?

Указание: $N_2/N_1 = \exp(-h\nu/kT)$.

1.22. Вычислите частоту излучения, если отношение $N_2/N_1 = 1/e$ при комнатной температуре ($T = 300$ К), согласно формуле $N_2/N_1 = \exp(-h\nu/kT)$.

1.23. Лазерный резонатор состоит из двух зеркал с коэффициентами отражения $R_1 = 1$ и $R_2 = 0,5$. Длина активной среды $l = 7,5$ см, а сечение перехода $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-9}$ см². Вычислите пороговую инверсию населенностей.

Указание: $\left(\frac{N_2}{N_1}\right)_{\text{пор.}} = \frac{\ln(1/RT)}{\sigma l} = \frac{\ln(1/R)}{\sigma l}$; $R = \sqrt{R_1 R_2}$; $T = \sqrt{T_1 T_2}$;

$T \ll 1$; учитывать, что $\ln(1/x) \approx 1 - x$.

1.24. Вычислите скорость накачки W_p , если выходная мощность излучения YAG:Nd³⁺-лазера $P = 10$ МВт. Длина стержня $l = 100$ мм, диаметр $d = 6,3$ мм. Считать $N_g = 1$ и $\eta_p = 0,1$.

Указание: $W_p = \eta_p P / N_g V h \vartheta$.

1.25. Длительность гигантского импульса излучения YAG:Nd³⁺-лазера $\tau = 10$ нс примерно равна времени жизни частиц на энергетическом уровне ${}^4F_{3/2}$ (верхний уровень). Вычислить начальную инверсию N_0 , если пиковая мощность лазера на длине волны излучения $\lambda = 1,064$ мкм равна $P = 10$ МВт.

Указание: $P = N_0 \frac{h\vartheta}{2\tau_\phi}$; $Q = 2\pi \frac{\tau_\phi}{T}$; $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\vartheta}$.

1.26. Начальная инверсия на энергетическом состоянии 2E рубина равна $N_0 = 10^{19}$ см⁻³. Импульсный режим лазерной генерации осуществляется на переходе $\bar{E} \rightarrow {}^4A_2$ с длиной волны $\lambda = 0,6943$ мкм. Определите добротность резонатора как отношение накопленной энергии в резонаторе к энергии, теряемой резонатором за период, если пиковая мощность выходного излучения $P = 50$ МВт.

Указание: $P = N_0 \frac{h\vartheta}{2\tau_\phi}$; $Q = 2\pi \frac{\tau_\phi}{T}$; $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\vartheta}$.

1.27. Двухуровневая система атомов излучает энергию с длиной волны, соответствующей фиолетовому диапазону ($\lambda = 427$ нм). Каково отношение населенностей этих уровней при комнатной температуре, если газ находится в термодинамическом равновесном состоянии?

Указание: $N_2 / N_1 = \exp(-h\vartheta / kT)$.

1.28. Найдите температуру рабочего перехода между уровнями ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ неодимового лазера ($\lambda = 1,064$ мкм), если населенность на уровне ${}^4F_{3/2}$ превышает населенность уровня ${}^4I_{11/2}$ (N_2/N_1) в 2 раза. Отношение вырождений этих уровней $g_1/g_2 = 1$.

Указание: $\frac{N_2}{g_1} = \frac{N_1}{g_2} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{kT}\right)$.

1.29. Генерация YAG:Nd³⁺-лазера происходит между уровнями ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм, при этом максимальное сечение

перехода $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$, а время жизни верхнего уровня $\tau_2 = 0,23 \text{ мс}$. Вычислите интенсивность насыщения перехода при усилении.

Указание: $I_s = h\nu / 2\sigma\tau_2$.

1.30. Интенсивность насыщения лазерного перехода составляет 10^6 Вт/см^2 . Определить сечение поглощения на этом переходе, если его длина волны равна $\lambda = 3,39 \text{ мкм}$, а время жизни верхнего уровня составляет $\tau_2 = 10^{-7} \text{ с}$.

1.31. Непрерывный He-Ne-лазер, состоящий из конфокального резонатора, имеет одномодовое излучение на длине волны $\lambda = 632,8 \text{ нм}$. Длина L резонатора равна 2 м. Определите фазовую скорость гауссова пучка на выходном зеркале резонатора.

Указание: $\vartheta_\phi = c_0 / n [1 - (\lambda / 1\pi z) \arctg(2z / L)]$, где c_0 – скорость света в вакууме; n – показатель преломления; $z = L/2$ – расстояние от центра резонатора до выходного зеркала.

1.32. Зная расстояние между вращательными компонентами линии усиления $2B = 1 \text{ см}^{-1}$, вычислите максимальное квантовое число при температуре 450 К.

Указание: $J_{\max} = [kT / (2B)]^{1/2} - 1/2$.

9.2.2. Принцип действия и устройство лазеров

1. Пороговое условие усиления генерации лазера

$$GRT > 1, \tag{3.2.1}$$

где $R = \sqrt{R_1 R_2}$; $T = \sqrt{T_1 T_2}$; R_1, R_2 и T_1, T_2 – коэффициенты отражения и пропускания зеркал резонатора; $G = \exp[\tau(N_2 - N_1)d]$ – усиление излучения.

2. Для критического значения разности населенностей между верхним и нижнем уровнями определяется

$$(N_2 - N_1)_{\text{кр}} \geq \frac{\ln(1 / RT)}{\tau d} \approx \frac{1 - RT}{\tau d}. \tag{3.2.2}$$

3. Выходная мощность четырехуровневого лазера через второе зеркало резонатора

$$P = \frac{jc}{2L} h \vartheta n, \quad (3.2.3)$$

где $j = -\ln(1 - T_2)$; T_2 – коэффициент пропускания второго зеркала; n – число фотонов в излучении.

4. Время жизни верхнего лазерного уровня

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{сп}}} + \frac{1}{\tau_{\text{безызл}}}, \quad (3.2.4)$$

где $\tau_{\text{сп}}$ – время жизни фотона при спонтанном переходе; $\tau_{\text{безызл}}$ – время жизни при безызлучательном переходе.

5. КПД оптической накачки лазера

$$\eta_p = \eta_r \cdot \eta_t \cdot \eta_a \cdot \eta_{pq}, \quad (3.2.5)$$

где η_r – излучательная эффективность лампы; η_t – эффективность передачи; η_a – эффективность поглощения; η_{pq} – квантовый выход мощности накачки.

6. КПД электрической накачки лазера

$$\eta_p = \frac{V_a h \vartheta}{P_p} \frac{dN}{dt}, \quad (3.2.6)$$

где $V_a = Sl$ – объем активной среды; $\frac{dN}{dt} = N_A N_B \vartheta \tau_{AB}$ – скорость перехода между уровнями; N_A и N_B – число частиц компонент A и B в смеси газа; P_p – электрическая мощность источника накачки.

7. Резонансная частота прямоугольного резонатора

$$\vartheta = \frac{c}{2} \left[\left(\frac{m}{2a} \right)^2 + \left(\frac{n}{2a} \right)^2 + \left(\frac{q}{L} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (3.2.7)$$

где m , n и q – модовые числа излучения; a – поперечный размер зеркал; L – расстояние между зеркалами; c – скорость света ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с).

8. Разность частот между последовательными продольными модами для плоскопараллельного резонатора

$$\Delta \vartheta_m = \frac{cL \left(m + \frac{1}{2} \right)}{8\pi a^2}. \quad (3.2.8)$$

9. Разностная частота конфокального резонатора

$$\Delta \vartheta_{m \vartheta q} = \frac{c [2q + (m + n + 1)]}{4L}. \quad (3.2.9)$$

10. Условие устойчивости резонатора

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1, \quad (3.2.10)$$

где $g_1 = (1 - L / R_1)$; $g_2 = (1 - L / R_2)$.

Задачи к подразделу 9.2.2

2.1. Длина резонатора CO₂-лазера $d = 1,2$ м. Коэффициенты отражения зеркал резонатора $R_1 = 0,98$; $R_2 = 0,16$. Определите критическое значение разности населенностей из порогового условия усиления генерации, если сечение вынужденного излучения для перехода $00^{\circ}1 \rightarrow 10^{\circ}0$ составляет $\sigma = 4 \cdot 10^{-18}$ см⁻². Примите коэффициент пропускания $T = \sqrt{T_1 T_2} = 1$.

Указание: $GRT \geq 1$; $G = \exp[2\sigma(N_2 - N_1)d]$; $R = \sqrt{R_1 R_2}$; $T = \sqrt{T_1 T_2} = 1$;
 $(N_2 - N_1)_{\text{кр}} \geq \frac{\ln(1/RT)}{2\sigma d}$.

2.2. Генерация YAG:Nd³⁺-лазера на переходе ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ ($\lambda = 1,064$ мкм) хорошо описывается лоринцевой кривой с шириной $\Delta \vartheta = 195$ ГГц при температуре $T = 300$ К. Квантовый выход люминесценции $\eta = \tau / \tau_0 = \frac{g_2}{g_1}$ с уровня ${}^4F_{3/2}$ составляет 0,42, а время жизни на верхнем лазерном уровне

$\tau_0 = 0,23$ мс. Вычислите значение сечения перехода ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ в центре линии.

$$\text{Указание: } \sigma = \frac{g_2 \lambda^2}{g_1} \frac{1}{2\pi \cdot 2\pi \Delta\vartheta \tau_0}.$$

2.3. Найдите сечение поглощения ионов Cr^{3+} с концентрацией $5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, если на длине волны $\lambda = 0,54$ мкм интенсивность света, прошедшего сквозь пластинку толщиной $d = 0,5$ см, падает в $I_0 / I = 2,2 \cdot 10^4$ раза.

$$\text{Указание: } I = I_0 \exp(-\alpha d) = I_0 \exp(-\sigma n d).$$

2.4. Оцените время жизни верхнего уровня YAG:Nd^{3+} -лазера ($\lambda = 1,064$ мкм), если при эффективном сечении генерационного перехода $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ интенсивность насыщения составила 1 МВт/см^2 .

$$\text{Указание: } I_s = \frac{h\nu}{2\sigma\tau}; \quad \tau = \frac{h\nu}{2I\sigma_s}.$$

2.5. Спектральная ширина излучения He-Ne-лазера на длине волны $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ составляет $\Delta\vartheta_0 = 1,7$ ГГц. Вычислите число мод резонатора, расположенного в пределах полосы лазерной линии, если активная среда находится в трубке с внутренним диаметром 2 мм и длиной $1,5$ м.

$$\text{Указание: } N = 8\pi(V / \lambda^3)(\Delta\lambda / \lambda).$$

2.6. Активный элемент YAG:Nd^{3+} -лазера представляется в виде однородного цилиндрического стержня диаметром $6,3$ мм, длиной 100 мм. Определите число мод, имеющих длины волн в пределах полосы шириной $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$ с центром в точке $\lambda = 1,064$ мкм.

$$\text{Указание: } N = 8\pi \frac{V \Delta\lambda}{\lambda^4}.$$

2.7. Генерационный переход ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ YAG:Nd^{3+} -лазера имеет лоринцевую форму, равную $\Delta\vartheta = 195$ ГГц. Время жизни верхнего уровня составляет 230 мкс, квантовый выход люминесценции лазерного перехода составляет $\phi = 0,42$, показатель преломления кристалла YAG:Nd^{3+} $n = 1,82$. Вычислите сечение перехода в максимуме линии.

$$\text{Указание: } \sigma = \phi \frac{c^2 G(\Delta\vartheta)}{8\pi\vartheta^2 n^2 \tau_c} = \phi \frac{\lambda^2}{(2\pi)^2 n^2 \Delta\vartheta \tau_c}.$$

2.8. Квантовый выход перехода $S_1 \rightarrow S_0$ в красителе родамине 6G равен 0,87, а соответствующее время жизни $\tau \approx 5$ нс. Вычислите спонтанное $\tau_{\text{сп}}$ и безызлучательное $\tau_{\text{безызл}}$ время жизни уровня S_1 .

$$\text{Указание: } \tau_{\text{сп}} = \frac{\tau}{\varphi}; \quad \tau_{\text{безызл}} = \frac{\tau}{1 - \varphi}.$$

2.9. В молекуле CO_2 , находящейся в тепловом равновесии ($T = 400$ К), максимум населенности на уровне 001 соответствует вращательному подуровню с квантовым числом $j = 21$. Найдите для уровня 001 молекулы CO_2 вращательную постоянную B .

$$\text{Указание: } 2j + 1 = \sqrt{\frac{2kT}{B}}.$$

2.10. Вычислите время жизни верхнего энергетического уровня YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064$ мкм), если эффективное сечение генерационного перехода $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$ см², а выходная плотность мощности $I_s = 1$ МВт/см².

$$\text{Указание: } I_s = \frac{h\nu}{2\sigma\tau}.$$

2.11. Спектральная ширина излучения He-Ne-лазера ($\lambda = 0,6328$ мкм) уширяется за счет теплового столкновения (доплеровское уширение). Вычислите доплеровское уширение при комнатной температуре ($T = 300$ К) для атомов Ne.

$$\text{Указание: } \Delta\nu = 2\nu_0 \left(\frac{2kT}{Mc} \ln 2 \right)^{1/2}; \quad M - \text{молярная масса атома.}$$

2.12. Плоский интерферометр Фабри – Перо имеет число Френеля $N_F = 1,8 \cdot 10^5$, а газовый лазер с плоскими зеркалами $N_{F1} = 4$. Оцените отношение теряемой энергии за один проход интерферометра Фабри – Перо в резонаторе газового лазера.

$$\text{Указание: } \gamma_{\text{диф}} \approx \frac{1}{N_F}; \quad \frac{\gamma_{\text{диф}}^{\text{ИФП}}}{\gamma_{\text{диф}}^{(1)}} = \frac{N_{F1}}{N_F^{(\text{ИФП})}}.$$

2.13. Неконфокальный резонатор имеет два зеркала, радиусы которых равны $R_1 = R_2 = R = 1,2$ м. Зеркала расположены на расстоянии $L = 0,6$ м друг от друга. Вычислите разность частот $\Delta\nu$ между $(q,0,0)$ модой и $(q,1,0)$ модой.

Указание: $\Delta \vartheta = \vartheta_{q,0.0} - \vartheta_{q,1.0}$;

$$\vartheta_{q,m,n} = \frac{c}{2d} \left[q + \frac{1}{2}(m+n+1) \left(1 + \frac{4}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{d-R_1}{d+R_2} \right) \right].$$

2.14. Спектральная ширина одномодового излучения газового лазера равна $\Delta \vartheta = 10^{-4} \text{ см}^{-1}$. Вычислите расстояние между плоскими зеркалами, если среднегеометрический коэффициент отражения зеркал составляет $R = 98 \%$.

Указание: $R = \sqrt{R_1 R_2}$; $\Delta \vartheta = \left(\frac{c}{2d} \right) (1-R) (\pi R)^{1/2}$.

2.15. Для получения одномодового режима работы YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064 \text{ мкм}$) в резонатор помещен стеклянный эталон Фабри – Перо (ЭФП) с показателем преломления $n = 1,5$. Определите толщину ЭФП установленного по нормали к оптической оси резонатора $L = 70 \text{ см}$. Приведите оптическую схему резонатора.

Указание: если область дисперсии эталона больше спектральной ширины излучения лазера, тогда выполняется условие $\lambda_{\max} = 2nL \cos \Theta$.

2.16. Ширина профиля излучения аргон-ионного лазера примерно равна $\Delta \vartheta = 8 \text{ ГГц}$. При использовании внутри резонатора стеклянного ЭФП ($n = 1,5$) с областью дисперсии $\delta \vartheta = 10 \text{ ГГц}$ можно получить одномодовый режим работы лазера. Вычислите резкость γ ЭФП, коэффициент отражения зеркал $R = 0,87$ и толщину ЭФП ($d = 500 \text{ мкм}$).

Указание: $\Delta \vartheta = \frac{\delta \vartheta}{\gamma}$; $\gamma = \pi R^{1/2} (1-R)$; $\Delta \vartheta = \frac{c}{2nd}$.

2.17. Спектральная ширина излучения аргон-ионного лазера ($\lambda_0 = 488 \text{ нм}$) равна $\Delta \vartheta = 3 \text{ МГц}$. Выходная мощность при непрерывном режиме работы достигает $P = 1 \text{ Вт}$. Вычислите нижний предел ширины лазерной линии.

Указание: $\Delta \vartheta = \frac{\pi h \vartheta_0 \Delta \vartheta}{P}$.

2.18. Эксимерный аргон-фтор (ArF)-лазер ($\lambda = 250 \text{ нм}$) состоит из двух зеркал с общим коэффициентом отражения $R = \sqrt{R_1 R_2} = 0,98$, расположенных на расстоянии друг от друга $L = 70 \text{ см}$. Вычислить спектральную ширину и добротность излучения.

Указание: $\Delta\vartheta = \frac{1-R}{2\pi L}$; $Q = \frac{\vartheta}{\Delta\vartheta} = \frac{2\pi L}{(1-R)\lambda}$.

2.19. Резонатор He-Ne-лазера, состоящего из двух зеркал с отражающими поверхностями $R_1 = 99,8\%$ и $R_2 = 16\%$, имеет длину $L = 15$ см. Определите время жизни фотонов в таком резонаторе, если относительные внутренние потери за один проход $T_i \approx 0$.

Указание: $\tau_c = -\frac{2L}{c \ln [R_1 R_2 (1 - T_i^2)]}$.

2.20. Оцените, во сколько раз время жизни фотона больше времени его прохода между зеркалами резонатора.

Указание: $\tau_c = -\frac{2L}{c \ln [R_1 R_2 (1 - T_i^2)]}$ и $\tau_T = \frac{L}{c}$.

2.21. Решение скоростного уравнения трехуровневого лазера $\frac{dq}{dt} = \left(\vartheta_a B N - \frac{1}{\tau_c} \right) q$ показывает, что число фотонов, выходящих через выходное зеркало резонатора за время действия импульса, равно $q(t) = 2,8 \cdot 10^{18}$. Вычислите выходную мощность лазера для следующих параметров резонатора $L = 80$ см, $l = 20$ см, $T_2 = 14\%$, $n = 1,765$ (показатель преломления рубина), L – длина резонатора, l – длина активной среды $L = (L + n - 1)l$, $\lambda = 0,6943$ мкм.

Указание: $P_{\text{вых}} = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L} \right) h \vartheta q$; $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2)$.

2.22. Оптический резонатор состоит из двух зеркал, коэффициенты пропускания которых равны $T_1 = 0,03$ и $T_2 = 0,25$. Относительные коэффициенты внутренних потерь за один проход $T_i = 0,1$, а соответствующие коэффициенты потерь на зеркалах $r_1 = r_2 = 0,12$. Определите полные потери фотонов за один проход.

Указание: $\gamma = \gamma_i + \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$; $\gamma_1 = -\ln(1 - T_1)$; $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2)$;
 $\gamma_i = [\ln r + \ln(1 + T_i)]$.

2.23. Интенсивность лазерного излучения определяется уравнение $\frac{dI}{dt} = \left[\left(\frac{Glc}{L} \right) (N_2 - N_1) - \gamma \frac{c}{L} \right] I$. Вычислите излучения импульсного

He-Ne-лазера за временной диапазон $t_1 = 10$ нс до $t_2 = 50$ нс. Примите длину резонатора $L = 70$ см, длина активного элемента равна $l = 90$ мм, сечение поглощения $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$ см², критическая инверсия населенности $N_{кр.} = (N_2 - N_1)_{кр.} = 2 \cdot 10^{19}$ см², полные потери за один проход $\gamma = 0,1$.

Указание: $\int_0^l \frac{dI}{I} = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{Glc}{L} (N_2 - N_1) - \gamma \frac{c}{L} \right] dt; \quad L = (L + n - 1)l$.

2.24. На рис. 3.2.1 приведена оптическая схема резонатора лазера. Длина резонатора $L = 25$ см, длина активной среды $l = 100$ мм, диаметр $d = 6,3$ мм и показатель преломления среды $n = 1,83$ (кристалл YAG:Nd³⁺). Вычислите эффективный объем моды резонатора.

Указание: $V_{эфф} = \frac{L}{l} V_{А.С.}; \quad V_{А.С.} = \frac{\pi d^2}{4} l; \quad L = (L + n - 1)l$.

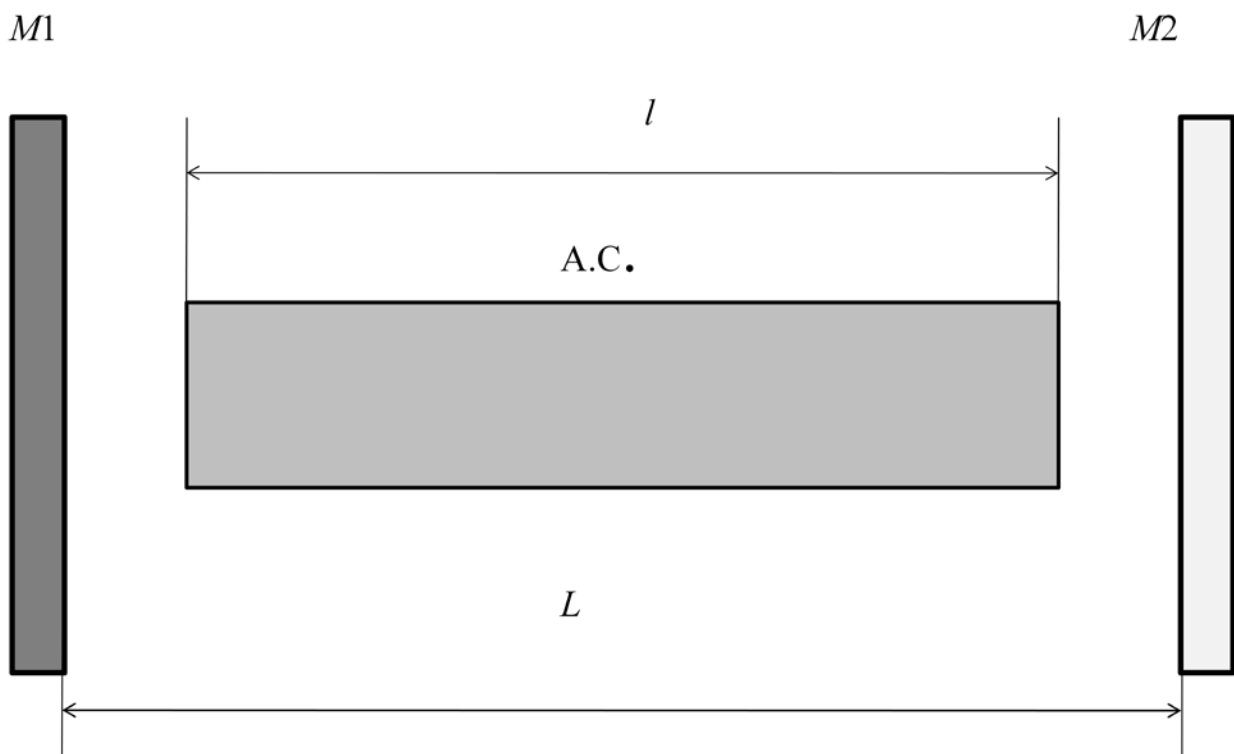


Рис. 3.2.1. Оптический резонатор:
 M1 – плотное зеркало; M2 – полупрозрачное зеркало;
 А.С. – активная среда

2.25. Оцените число возможных мод по формуле $N = 32\pi^2 \frac{a^2 \Delta \vartheta}{\lambda^3 \vartheta}$,

где $\lambda = \frac{c}{\vartheta}$, для аргонового лазера со следующими параметрами: $\lambda = 488$ нм,

$l = 1$ м, $a = 1$ см, $\Delta \vartheta = 3,5$ ГГц.

2.26. Вычислите скорость накачки W_p , если выходная мощность излучения YAG:Nd³⁺-лазера $P = 10$ МВт, длина стержня $l = 100$ мм, диаметр $d = 6,3$ мм. Считать $N_g = 1$ и $\eta_p = 0,1$.

Указание: $W_p = \eta_p P / N_g V h \vartheta$.

2.27. Какая должна быть длина плоскопараллельного резонатора, если две соседние продольные моды отличаются друг от друга на $\Delta \vartheta = 1$ ГГц?

Указание: $\Delta \vartheta = c / 2L$.

2.28. Вычислить размер пятна на выходном зеркале He-Ne-лазера (длина волны $\lambda = 3,39$ мкм) для конфокального резонатора.

Указание: $W_0 = (L\lambda / 2\pi)^{1/2}$, где $L = 1$ м – длина резонатора.

2.29. Лазерный резонатор состоит из двух зеркал с радиусами кривизны $R_1 = 1$ м и $R_2 = 0,5$ м. Длина активной среды $l = 7,5$ см, а сечение перехода $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$ см². Вычислите пороговую инверсию населенностей.

2.30. Стержень из YAG:Nd³⁺-кристалла диаметром 6,3 мм накачивается спиральной импульсной лампой диаметром 2 см. Вычислите эффективность передачи накачки, предполагая, что $\eta_a = 0,2$, $\eta_t = 0,5$, $\eta_{pq} = 0,1$.

2.31. Вычислите лучевую матрицу $ABCD = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{vmatrix}$ вогнутого зер-

кала с радиусом кривизны $R = 1$ м.

2.32. Вычислите диаметр пятна на зеркале, а также угловую расходимость пучка гелий-неонового лазера $\lambda = 0,6328$ мкм с конфокальным резонатором.

2.33. Определите радиус пятна в перетяжке основной моды аргонового лазера (длина волны излучения $\lambda = 514,5$ нм) с конфокальным резонатором. Расстояние между зеркалами равно $l = 1$ м.

2.34. Для накачки непрерывно работающего YAG:Nd³⁺-лазера используются линейные лампы электрической мощностью $P_s = 1$ Вт. Активная среда из кристалла иттрий-алюминиевого граната, легированного ионами

Nd^{3+} , имеет вид цилиндра диаметром 6,3 мм и длиной 100 мм. Определите заселенность N_g верхнего уровня, если известно, что время перехода ($\lambda = 1,064$ мкм) составляет $\tau_c = 0,23$ мс. КПД накачки $\eta = 0,035$.

Указание: $\eta = \langle A_{21} \rangle N_g V h \vartheta / P_3$.

2.35. Решите предыдущую задачу на кристалле GSGG (гадолиний-скандий-галлиевый гранат) диаметром 8 мм, длиной 90 мм, длина волны $\lambda = 1,064$ мкм, $\tau_c = 17$ мкс, КПД $\eta = 9\%$, $P_3 = 1$ кВт.

2.36. Активный элемент рубинового лазера на кристалле $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$ имеет диаметр 1 см и длину 300 мм. Вычислите скорость накачки W_p , если выходная мощность лазера $P = 100$ мВт на длине волны $\lambda = 0,6943$ мкм. Концентрация ионов Cr^{3+} в Al_2O_3 составляет 0,05 вес. % $N_g = 10^{19}$ см⁻³, КПД накачки $\eta = 3\%$.

Указание: $W_p = \eta_p P_3 / N_g V h \vartheta$.

2.37. КПД оптической накачки лазера (η_p) состоит из четырех этапов: 1) испускание излучения лампы η_r , 2) перенос излучения к активному элементу η_t , 3) поглощение в активном элементе η_a , 4) передача поглощенной энергии верхнему лазерному уровню (η_{pq}). Вычислите КПД накачки η_p : а) для рубина, если $\eta_r = 27\%$, $\eta_t = 78\%$, $\eta_a = 31\%$, $\eta_{pq} = 46\%$; б) для YAG: Nd^{3+} -лазеров $\eta_r = 43\%$, $\eta_t = 82\%$, $\eta_a = 17\%$, $\eta_{pq} = 59\%$, для Nd:Cr:GSGG $\eta_r = 43\%$, $\eta_t = 82\%$, $\eta_a = 54\%$, $\eta_{pq} = 48\%$.

Указание: $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$.

2.38. Известно, что CO_2 -лазер обладает высоким КПД до $\eta_p = 30\%$, при электрической накачке. Определите скорость перехода между уровнями $00^0_1 \rightarrow 02^0_0$, длина волны ($\lambda = 10,6$ мкм), если мощность накачки $P_p = 15$ кВт, а объем активной среды в трубке 40 см³.

Указание: $\eta_p = \frac{V h \vartheta}{P_p} \cdot \frac{dN}{dt}$.

2.39. Выходная мощность гелий-неонового лазера составляет 50 мВт. Вычислите плотность атомов неона в основном состоянии, если плотность тока тлеющего разряда составляет $j = 200$ мА/см². Длина трубки с газовой смесью He-Ne = 1,5 м. Рассматривается излучение на длине волны $\lambda = 6328 \text{ \AA}$.

Указание: $P_{\text{вых}} = j N_0 l h \vartheta$.

2.40. Зная расстояние между вращательными компонентами усиления $2B = 1 \text{ см}^{-1}$, вычислите вращательное квантовое число наиболее населенного подуровня $00^{\circ}1$ газа CO_2 при температуре 450 К.

Указание: $j_{\max} = \sqrt{kT / 2B} - 1/2$.

2.41. Конфокальный резонатор He-Ne-лазера ($\lambda = 3,39 \text{ мкм}$) с двумя сферическими зеркалами, находящимися на расстоянии друг от друга $L = 80 \text{ см}$, имеет диаметр на перетяжке $w_0 = 0,3 \text{ мм}$. Определите диаметр пятна пучка на расстоянии Z_r .

Указание: $L = z_2 = z_1$; $z_2 = z_1$; $z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} w_{1,2} = w_0 \left[1 + (z_{1,2} / z_R)^2 \right]^{1/2}$.

2.42. Аргон-ионный (Ar^+)-лазер состоит из плоскопараллельного резонатора с двумя зеркалами, имеющими коэффициенты отражения по амплитуде $R_1 = 0,98$, $R_2 = 0,16$. Определите среднее время жизни фотонов в резонаторе, если расстояние между зеркалами $L = 1,5 \text{ м}$.

Указание: $\tau = 2L / (c \ln R_1 R_2)$.

2.43. Плоскопараллельный резонатор состоит из двух зеркал с одинаковыми диаметрами $d = 20 \text{ мм}$. Определите резонансную частоту излучения для основных поперечных мод и первой продольной моды $m = l = 0$; $n = 1$. Расстояние между зеркалами $L = 60 \text{ см}$.

Указание: $\vartheta = (c / 2) \cdot \left[(n / L)^2 + (m / 2a)^2 + (l / 2a)^2 \right]^{1/2}$.

2.44. Решите предыдущую задачу для высших мод $m = 2$, $l = 1$, $n = 5$.

2.45. Вычислите размер пятна на выходном зеркале He-Ne-лазера (длина волны $\lambda = 3,39 \text{ мкм}$) для конфокального резонатора, если расстояние между зеркалами $L = 1 \text{ м}$.

Указание: $w_0 = (L\lambda / 2\pi)^{1/2}$.

2.46. Вычислите минимальную и максимальную длину устойчивого резонатора, если радиусы кривизны зеркал равны, соответственно $R_1 = 1 \text{ м}$ и $R_2 = 2 \text{ м}$.

Указание: условие устойчивости $(g_1 g_2)_{\min} = 0$; $(g_1 g_2)_{\max} = 1$; $g_1 = 1 - 1/2F_1$; $g_2 = 1 - 1/2F_2$; F_1 и F_2 – фокусные расстояния зеркал резонатора.

2.47. Решите предыдущую задачу для резонатора с вогнутым зеркалом $R_1 = 1$ м и выпуклым зеркалом $R_2 = -2$ м.

2.48. Неустойчивый телескопический резонатор состоит из двух выпуклых зеркал $R_1 = 1,5$ м и $R_2 = 2$ м. Вычислите минимальную длину резонатора для условий $(g_1 g_2) > 1$.

2.49. Вычислите максимальную длину неустойчивого резонатора для отрицательной ветви, если зеркала имеют радиуса кривизны $R_1 = 0,5$ м и $R_2 = 2,5$ м.

Указание: отрицательная ветвь неустойчивого резонатора удовлетворяет условию $(g_1 g_2) < 0$.

2.50. Вычислите потери на излучение за два прохода в телескопическом неустойчивом резонаторе для выпуклых зеркал радиусами $R_1 = 2$ м и $R_2 = 4$ м.

Указание: $\gamma = (R_1^2 - R_2^2) / R_1^2$.

2.51. Длина неустойчивого телескопического резонатора CO₂-лазера ($\lambda = 10,6$ мкм) равна $l = 2$ м. Определите радиус r внутреннего кольца выходного пучка, если эквивалентное число Френеля $N_{F_{\text{экв}}} = 5$. Задачу решите для $R_1 = 3$ м и $R_2 = 0,5$ м.

Указание: $N_{F_{\text{экв}}} = (M^2 - 1)N_F / 2M$; $N_F = r^2 / l\lambda$; $M = R_1 / R_2$.

2.52. Вычислите добротность резонатора He-Ne-лазера ($\lambda = 632,8$ нм) как отношение энергии, накопленной в резонаторе к энергии, теряемой резонатором за период, если длина резонатора $l = 2$ м и коэффициенты отражения зеркал $R_1 = 99,2$ % и $R_2 = 16$ %.

2.53. Концентрический резонатор состоит из двух сферических зеркал с радиусами $R_1 = R_2$, расположенных на расстоянии $L = 1,4$ м друг от друга. Определите радиусы кривизны зеркал.

Указание: $R_1 = R_2 = L / 2$.

2.54. Резонатор образован выпуклым сферическим зеркалом с радиусом кривизны $R_1 = -1$ м и вогнутым зеркалом радиусом $R_2 = 1,5$ м. Каким должно быть максимальное расстояние между зеркалами, чтобы резонатор оставался устойчивым?

Указание: условие устойчивости резонатора $0 < g_1 g_2 < 1$, где $g_1 = 1 - L / R_1$ и $g_2 = 1 - L / R_2$.

2.55. Объясните, почему разряд в трубке He-Ne-лазера светится красноватым светом, как и излучение?

2.56. Основная конструкция стеклянной трубки со смесью газов гелия и неона в резонаторе He-Ne-лазера выполнена в виде внутриврезонаторной капиллярной цилиндрической трубки с торцевыми окнами, установленными под углом Брюстера. С какой целью это сделано?

2.57. Определите КПД оптической накачки для следующих лазеров: 1) лазер на кристалле иттрий-алюминиевого граната (YAG:Nd³⁺); 2) лазер на рубине (Al₂O₃:Cr³⁺); 3) лазер на александрите (BeAl₂O₄:Cr³⁺); 4) лазер на стекле с неодимом. Для решения задачи воспользуйтесь табл. 3.2.1.

Таблица 3.2.1

№ п/п	Активная среда	$\eta_r, \%$	$\eta_t, \%$	$\eta_a, \%$	$\eta_{pq}, \%$
1	Al ₂ O ₃ :Cr ³⁺	27	78	31	46
2	BeAl ₂ O ₄ :Cr ³⁺	36	65	52	66
3	YAG:Nd ³⁺	43	82	17	59
4	Стекло	43	82	28	59

2.58. Какая доля световой мощности от непрерывной лампы накачки поглощается активной средой, если радиус стержня активной среды из кристалла YAG:Nd³⁺ $R_R = 3,2$ мм и коэффициент поглощения $\alpha = 0,3$ см⁻¹.

Указание: $\eta_a = 2\alpha R_R \exp[-(\alpha R_R)]$.

2.59. Эффективность поглощения световой энергии лампы накачки активной средой из кристалла александрита в диапазоне длин волн $\Delta\lambda = 350-700$ нм равна $\eta_a = 0,52$. Определите коэффициент поглощения александрита, если радиус стержня александрита $R_R = 10$ мм.

2.60. Активная среда, изготовленная из стеклянной матрицы диаметром $d = 10$ мм и длиной $l = 150$ мм, легирована ионами Nd³⁺ (1,1 вес. %), имеет максимальную эффективность накачки $\eta_p = 5,8$ %. Найдите скорость накачки W_p на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм, если потребляемая электрическая мощность лампы $P = 1,2$ кВт.

Указание: $W_p = \eta_p P / N_g V h \vartheta$, где N_g – число ионов неодима при термодинамическом равновесии.

2.61. Газоразрядная трубка равномерно наполнена как ионами, так и электронами $N_i = N_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Определите скорость электрической накачки, предполагая, что сечение упругих столкновений атомов гелия и электронов при комнатной температуре $\sigma_{\text{упр.}} = 5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$.

Указание: $W_p = N_e \langle \vartheta \sigma_{\text{упр.}} \rangle$, где $\vartheta = [3kT / m]^{1/2}$ – среднеквадратичное значение тепловой скорости электрона; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана; m – молярная масса гелия.

2.62. He-Ne-лазер, состоящий из конфокального резонатора с длиной $L = 0,5 \text{ м}$, генерирует многомодовую структуру излучения. Определите резонансные частоты для модовой структуры TEM_{112} .

Указание: $\vartheta = c / 4L [2n + (1 + m + l)]$, m, n, l – модовые индексы излучения.

2.63. Оптический резонатор состоит из двух сферических зеркал с коэффициентами отражения $R_1 = 99,8 \%$ и $R_2 = 16 \%$. Длина активной среды, помещенной внутри резонатора, равна $d = 10 \text{ см}$, а ее сечение поглощения $\sigma = 8,8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$. Вычислите пороговое значение инверсной населенности $(N_2 - N_1)_{\text{кр}}$.

Указание: пороговое условие усиления генерации лазера выполняется при условии $GRT > 1$, где $G = \exp[2d\sigma(N_2 - N_1)]$; $R = \sqrt{R_1 \cdot R_2}$; $T = \sqrt{T_1 T_2}$; $T_1 = 1 - R_1$; $T_2 = 1 - R_2$.

2.64. Пучок рубинового лазера ($\lambda = 0,694 \text{ мкм}$) проходит через телескоп диаметром 1 м и посылается на Луну. Каким будет диаметр D пучка на Луне? Расстояние от Земли до Луны $R = 384 \text{ 000 км}$.

2.65. Какой должна быть длина плоскопараллельного резонатора, если две соседние продольные моды отличаются друг от друга на $\Delta \vartheta = 1 \text{ ГГц}$?

Указание: $\Delta \vartheta = c / 2L$.

2.66. Вычислите размер пятна на выходном зеркале азотного лазера (длина волны $\lambda = 337,1 \text{ нм}$) для конфокального резонатора, длина которого равна $L = 1 \text{ м}$.

Указание: $W_0 = (L\lambda / 2\pi)^{1/2}$.

9.2.3. Режимы работы, свойства излучения и типы лазеров

Свойства лазерного излучения

1. Спектральная ширина излучения

$$\Delta\vartheta = \frac{4\pi e^2 \vartheta}{3m_e c^3}; \quad \Delta\lambda = \frac{4\pi e^2}{3m_e c^2}, \quad (3.3.1)$$

где заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а его масса $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

2. В практической спектроскопии спектральная ширина (полуширина) лазерного излучения определяется формулой

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \text{ см}^{-2}. \quad (3.3.2)$$

3. Время жизни фотонов определяется

$$\tau = \frac{T}{N} = \frac{1}{\Delta\vartheta} = \frac{2L}{cN}, \quad (3.3.3)$$

где T – период колебаний; N – число колебаний; L – длина резонатора.

4. Частота лазерного излучения определяется

$$\vartheta_{\text{ч.л.и}} = \frac{\vartheta_0 / \Delta\vartheta_0 + \vartheta_{\text{рез}} / \Delta\vartheta_{\text{рез}}}{1 / \Delta\vartheta_0 + 1 / \Delta\vartheta_{\text{рез}}}, \quad (3.3.4)$$

где ϑ_0 и $\Delta\vartheta_0$ – центр и ширина лазерного перехода; $\vartheta_{\text{рез}}$ и $\Delta\vartheta_{\text{рез}}$ – резонансная частота и ширина резонансной огибающей, соответственно.

5. Добротность лазерного излучения

$$Q = \frac{\vartheta_{\text{ген}}}{\Delta\vartheta_{\text{ген}}}. \quad (3.3.5)$$

6. Связь добротности со временем жизни фотона

$$Q = \omega\tau = 2\pi\vartheta\tau. \quad (3.3.6)$$

7. Добротность – это отношение энергии, накопленной в резонаторе, к энергии, теряемой резонатором за один переход

$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda} \cdot \frac{1}{1-R}, \quad (3.3.7)$$

где R – среднегеометрический коэффициент отражения зеркал.

8. Угловая расходимость гауссова пучка

$$\theta = \frac{\lambda}{L}, \quad (3.3.8)$$

где L – длина резонатора; λ – длина волны излучения лазера.

9. Радиус перетяжки лазерного пучка внутри резонатора вычисляется

$$w_0 = \sqrt{L/2k} = \sqrt{L\lambda/4\pi}, \quad (3.3.9)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; L – длина резонатора.

10. Радиус пятна на выходном зеркале вычисляется формулой

$$w = w_0 \sqrt{2}, \quad (3.3.10)$$

где w_0 – радиус пятна на перетяжке. Радиус кривизны волнового фронта гауссова пучка

$$R = Z + \left(kw_0^2 \right)^2 / Z, \quad (3.3.11),$$

где Z – расстояние от выходного зеркала до точки измерения волнового фронта.

11. Радиус пятна гауссова пучка на расстоянии Z вычисляется выражением

$$w^2 = w_0^2 + \left(Z / kw_0 \right)^2. \quad (3.3.12)$$

12. Число Френеля

$$N_F = a^2 / L\lambda, \quad (3.3.13)$$

где a – геометрический размер выходного зеркала (радиус).

13. Выходная энергия импульса лазерного излучения при накоплении инверсии N (см^{-3}) вычисляется формулой

$$E = Nh\vartheta. \quad (3.3.14)$$

14. Пиковая мощность гигантского импульса

$$P_{\max} = n_0 \frac{h\vartheta}{2\tau_{\phi}} = \frac{N}{V} \frac{h\vartheta}{2\tau_{\phi}}, \quad (3.3.15)$$

$V = Sl$ – объем активной среды; n_0 – число фотонов; τ_{ϕ} – длительность светового импульса.

15. Длительность импульса при синхронизации N мод

$$\tau = \frac{T}{N}, \quad (3.3.16)$$

где $T = \frac{1}{\Delta\vartheta} = \frac{2L}{c}$ – период моды.

16. Преобразование частоты лазерного излучения:

а) пространственное преобразование лазерного пучка (фокусировка или расширение пространственных размеров лазерного пучка).

Размер гауссова лазерного пятна и радиус кривизны поверхностей равных фаз (рис. 3.3.1) определяются формулами:

$$\begin{aligned} w^2 &= w_0^2 \left[1 + \left(\lambda z / \pi w_0^2 \right)^2 \right]; \\ R &= z \left[1 + \left(\pi w_0^2 / \lambda z \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (3.3.17)$$

где w_0 – размер пятна в перетяжке; z – расстояние от перетяжки до рассматриваемой поверхности; R – радиус кривизны волновой поверхности;

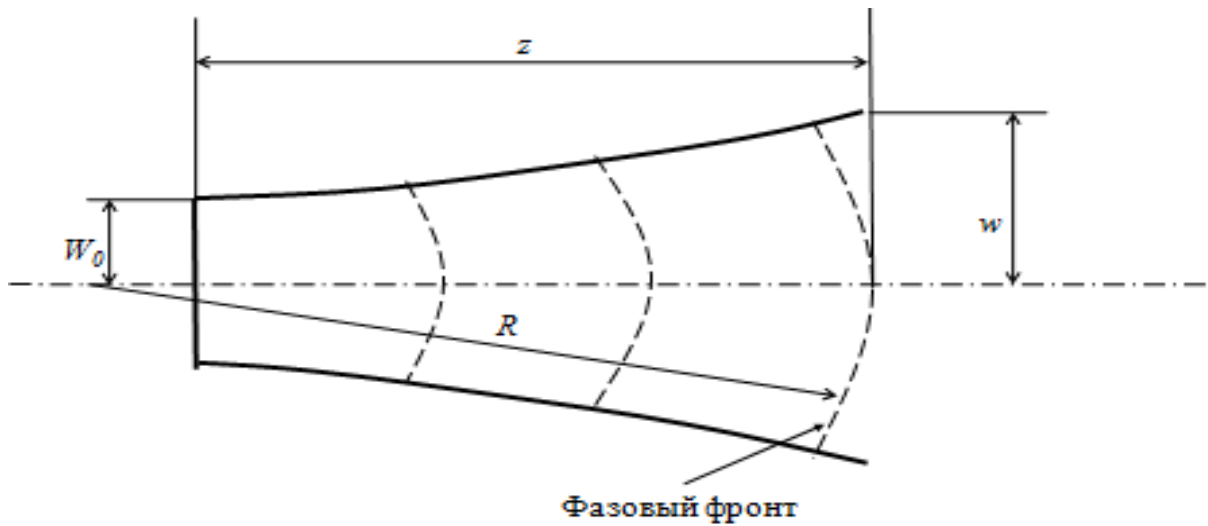


Рис. 3.3.1. Распространение гауссова пучка в однородной среде

б) преобразование частоты; генерация второй гармоники и параметрическая генерация.

Индукцированная электрическая поляризация среды при слабоинтенсивных внешних полях определяется

$$P_{\text{н.}}(E) = P_{\text{лин}} = \varepsilon_0 \chi E, \quad (3.3.18)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м электрическая постоянная. Полная поляризация среды для интенсивного лазерного излучения определяется уравнением

$$P_{\text{н}}(E) = P_{\text{лин}} + P_{\text{нелин}} = \varepsilon_0 \chi E + 2\varepsilon_0 d E^2, \quad (3.3.19)$$

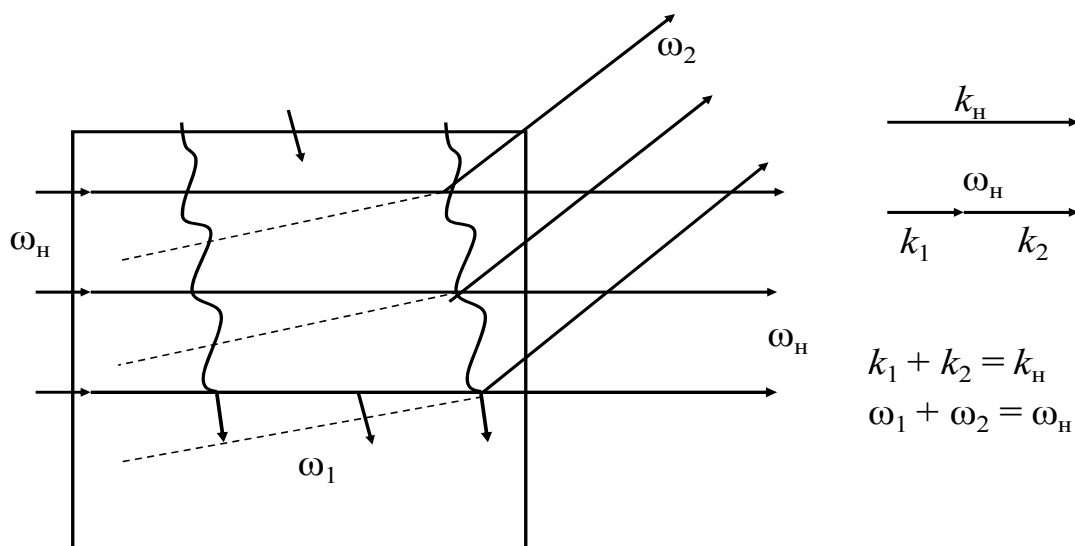
где $P_{\text{н}}(E)$ – наведенная поляризация внешнего поля; $P_{\text{лин}}$ и $P_{\text{нелин}}$ – линейная и нелинейная составляющие поляризации нелинейной среды;

$\frac{1}{d} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; $r \approx 1$ Å размер атома.

Эффективное взаимодействие внешнего поля с атомной системой выполняется при соблюдении закона сохранения импульса

$$k_{\text{н}}(\omega_1 \pm \omega_2) = k(\omega_1) + k(\omega_2), \quad (3.3.20)$$

где $k(\omega)$ – волновой вектор соответствующей частоты (рис. 3.3.2).



$$P(E) = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots$$

Рис. 3.3.2. Когерентное рассеяние света:

$\omega_H, \omega_1, \omega_2$ – частоты накачки и составные частоты

Максимальное значение интенсивности генерации на суммарной или разностной частоте достигается при коллинеарном распространении всех трех волн $k_H \uparrow \uparrow k_1 \uparrow \uparrow k_2$, тогда соблюдается закон сохранения энергии

$$\omega_H = \omega_1 \pm \omega_2. \quad (3.3.21)$$

В частном случае, когда $\omega_1 = \omega_2$, получается $\omega_H = 2\omega_1$, которая является частотой второй гармоники.

Интенсивность второй гармоники определяется

$$I(2\omega) = I^2(\omega) \frac{2\omega^2 |\chi| L^2 \sin^2(\Delta k L)}{n^3 c^2 \varepsilon_0 (\Delta k L)^2}, \quad (3.3.22)$$

где $\Delta k(2\omega) = |2k(\omega) - k(2\omega)|$; L – длина нелинейного кристалла, которая должна быть меньше длины когерентности ($L < L_{\text{ког}}$),

$$L_{\text{ког}} = \pi / (2\Delta k) = \lambda / [4(n_{2\omega} - n_\omega)], \quad (3.3.23)$$

где $n_{2\omega}$ и n_{ω} – показатели преломления нелинейного кристалла на частотах 2ω и ω соответственно.

Задачи к подразделу 9.2.3

3.1. Плоскопараллельный оптический резонатор состоит из двух зеркал с общим коэффициентом отражения $R = \sqrt{R_1 R_2}$. Вычислите предельный угол, ограничивающий направления распространения волн в резонаторе. Считайте диаметры зеркал одинаковыми и равными $a_1 = a_2 = a = 20$ мм, а длина резонатора $l = 80$ см.

Указание: $\theta = 2a(1 - R)/l$.

3.2. Дифракционные потери энергии в открытых резонаторах для многократного прохождения луча в резонаторе определяются числом Френеля. Вычислите число Френеля N_F для He-Ne-лазера ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$) с длиной резонатора $l = 1$ м и диаметром зеркал $a = 25$ мм.

Указание: $N_F = \frac{a^2}{l\lambda}$.

3.3. Определите разность частот $\Delta \vartheta_n$ между двумя последовательными продольными модами, отличающиеся друг от друга лишь распределением поля вдоль оси резонатора. Длина резонатора $l = 0,6$ м.

Решение:

$$\Delta \vartheta = \vartheta_n - \vartheta_{n-1} = c / 2l.$$

3.4. Решите предыдущую задачу для поперечных мод, приняв $m = 10$, $n = 10$, $a = 40$ мм.

Указание: $\Delta \vartheta = \frac{cl(m + 1/2)}{8na^2}$.

3.5. Плоскопараллельный резонатор аргон-ионного (Ar^+) лазера имеет длину $l = 1,2$ м. Излучение лазера происходит на длине волны $\lambda = 488$ нм. При каких диаметрах зеркал резонатора дифракционные потери энергии, определяемые числом Френеля, не превысят 25 %?

$$a = \sqrt{N_F \lambda l};$$

Указание: $\gamma_{\text{диф}} = \frac{1}{N_F}$.

3.6. Интерферометр Фабри – Перо состоит из двух плоских зеркал с диаметрами $d = 10$ мм. Вычислите дифракционные потери энергии, число Френеля для длины волны $\lambda = 488$ нм аргон-ионного лазера. Результаты сравните с предыдущей задачей.

3.7. He-Cd-лазер излучает монохроматический свет на длине волны $\lambda = 441$ нм. Длина резонатора равна $d = 80$ см. Вычислите диаметр пятна луча на выходном зеркале.

Указание: $w_s = \left(\frac{\lambda d}{\pi} \right)^{1/2}$.

3.7. Плоскопараллельный резонатор He-Ne-лазера ($\lambda = 6328$ Å) с двумя зеркалами, диаметр каждого $2a = 40$ мм, расположены на расстоянии $d = 70$ см. Вычислите геометрический угол θ_g , угол дифракционной расходимости плоской волны d и число Френеля N_F . Объясните физический смысл числа Френеля.

Указание: $\theta_g = \frac{a}{d}$; $\theta_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{2a}$; $N_F = \frac{\theta_g}{2\theta_{\text{диф}}}$.

3.9. Спектральная ширина с центром $\lambda_0 = 890$ нм для доплеровского уширенного перехода YAG:Nd³⁺-лазера $\Delta\vartheta_0 = 250$ ГГц. Резонансная кривая моды с центром $\lambda_c = 820$ нм. Найдите частоту генерации, если длина резонатора $L = 30$ см и полные потери за проход $\gamma = 5 \cdot 10^{-1}$.

Указание: $\gamma_{\text{ген}} = \frac{\vartheta_0 / \Delta\vartheta_0 + \vartheta_c / \Delta\vartheta_c}{1 / \Delta\vartheta_0 + 1 / \Delta\vartheta_c}$; $\Delta\vartheta_c = \frac{\gamma c}{2\pi L}$.

3.10. Найдите спектральную ширину генерации лазера из условия предыдущей задачи, если выходная мощность лазера $P = 10$ Вт. Примите $N_2 \approx N_2 - N_1$.

Указание: $\Delta\vartheta_c = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \frac{2\pi h \vartheta_{\text{авн}} (\Delta\vartheta_c)^2}{P}$.

3.11. Изменение температуры резонатора ΔT оказывает существенное влияние на спектральную ширину излучения лазера. Как изменится добротность, если температура резонатора, изготовленного из инварного стержня, изменится на 1 К? Коэффициент расширения инвара $\alpha = 10^{-7} \text{ К}^{-1}$.

Указание: $Q = \frac{\mathfrak{g}_{\text{авн}}}{\Delta\mathfrak{g}_{\text{ген}}}; \frac{\mathfrak{g}_{\text{ген}}}{\Delta\mathfrak{g}_{\text{авн}}} = \alpha T.$

3.12. Решить скоростное уравнение $\frac{dq}{dt} = \left(V_a BN - \frac{1}{\tau_c} \right) q$ для трехуровневого рубинового лазера ($\lambda = 0,6943$ мкм) во временном интервале $t_1 = 10$ нс $t_2 = 100$ нс, для случая $B = \frac{\sigma c}{V}$; $\tau_c = \frac{L + (n-1)l}{\gamma c} = \frac{L}{\gamma c}$. Считайте $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$; $L = L + (n-1)l$; $V_a = \frac{l}{L}V$; $V = SL$, диаметр и длина рубинового стержня $d = 10$ мм, $l = 200$ мм соответственно, полные потери за один проход $\gamma = 0,25$. Вычислите выходную мощность лазера по формуле $P = \left(\frac{\lambda c}{2L} \right) h\mathfrak{g}q$.

3.13. CO₂-лазер, работающий в одномодовом режиме, длина волны которого равна $\lambda = 10,6$ мкм, имеет гауссовскую форму излучения со спектральной шириной $\Delta\nu = 10$ кГц. Вычислите длину резонатора, если выходная мощность лазера $P = 5$ Вт. Потерями внутри резонатора следует пренебречь ($\gamma = 1$), $N_2 \approx N_2 - N_1$.

Указание: $\Delta\mathfrak{g} = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \frac{h\mathfrak{g}\gamma^2 c^2}{4LP}$.

3.14. Для измерения степени когерентности лазера применен интерферометр Майкельсона, оптическая схема которого приведена на рис. 3.3.3.

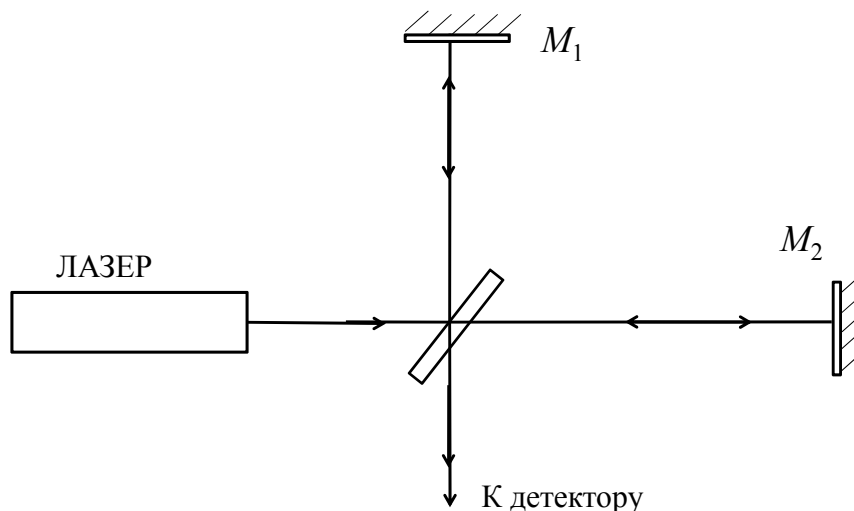


Рис. 3.3.3. Оптическая схема интерферометра Майкельсона

При смещении интерференционной картины на $K = 500$ полос потребовалось переместить зеркало M_2 на расстояние $l = 0,161$ мм. Найдите длину волны лазера.

3.15. Для повышения добротности лазера внутрь резонатора помещен диспергирующий элемент, представляющий эталон Фабри – Перо. Найдите резкость ЭФП, если его отражающие поверхности имеют одинаковый коэффициент $R_1 = R_2 = 98 \%$.

Указание:
$$F = \frac{\pi(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}.$$

3.16. Спектральная ширина излучения лазера, работающего в многомодовом режиме, равна $\Delta\vartheta_1 = 50 \text{ см}^{-1}$. Во сколько раз изменится спектральная ширина излучения, если в резонатор внести ЭФП с резкостью $F = 150$?

Указание:
$$\Delta\vartheta_2 = \frac{\Delta\vartheta_1}{F}.$$

3.17. На рис. 3.3.4 приведено распределение энергии лазерного излучения по спектральному контуру.

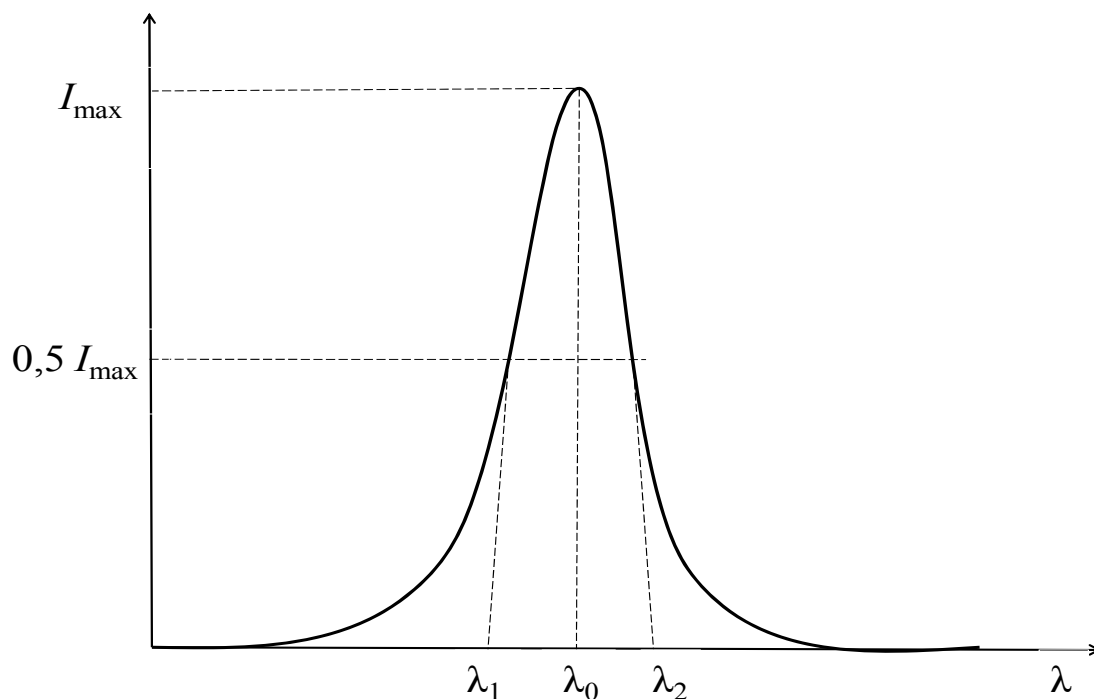


Рис. 3.3.4. Распределение энергии лазерного излучения

Вычислите спектральную ширину излучения лазера для следующих длин волн: 1) $\lambda_1 = 1,064$ мкм, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 10^{-3}$ мкм; 2) $\lambda_2 = 3,39$ мкм, $\Delta\lambda = 100$ Å; 3) $\lambda_3 = 10,6$ мкм, $\Delta\lambda = 10$ нм.

3.18. Найдите время и длину когерентности лазера со спектральной шириной, приведенной в предыдущей задаче.

Указание: $\tau_{\text{ког}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$; $l_{\text{ког}} = \tau_{\text{ког}} \cdot c$.

3.19. Устойчивый резонатор лазера на кристалле $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ (титан сапфир) работает на длине волны $\lambda = 0,82$ мкм. Найдите расходимость пучка на дальней зоне, если диаметр пучка в перетяжке равен $w_0 = 0,3$ мм.

Указание: $\theta_g = \frac{\lambda}{\pi w_0}$.

3.20. Дифракционная расходимость пучка лазера на кристалле $\text{MgF}_2:\text{Co}$ ($\lambda = 1,9$ мкм) определяется как отношение диаметра пучка к расстоянию от лазера в точки измерения и равна $\theta_g = \frac{w(r)}{z}$. Найдите диаметр пучка в перетяжке w_0 .

Указание: $w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{T_1 w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}$.

3.21. Конструктивно газоразрядная трубка гелий-неонового лазера установлена внутри резонатора и выполнена в виде цилиндрической трубки с прозрачными окнами, расположенными под углом Брюстера. Объясните основные преимущества такого резонатора.

3.22. Гелий-неоновый лазер излучает в основном на трех длинах волн: $\lambda_1 = 3\,391$ нм, $\lambda_2 = 1\,150$ нм и $\lambda_3 = 632,8$ нм. Оцените доплеровское уширение спектральных линий излучения по полувысоте при комнатной температуре $T = 300$ К. Молярная масса неона $m = 20,2$ а.е.м. (1 а.е.м. = $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг).

Указание: $\Delta\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{8kT}{mc^2} \ln 2}$ см⁻¹.

3.23. Период интерференционной картины в опыте Юнга равен $\Delta x = 9,7$ мм. Расстояние между щелями $d = 100$ мкм, а расстояние от щели до интерференционной картины $L = 2$ м. Определите длину волны лазера.

Указание: $\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$.

3.24. Интерферометр Фабри – Перо состоит из двух плоскопараллельных пластин с коэффициентами отражения $R_1 = 0,95$ и $R_2 = 0,85$. Вычислите максимальное пропускание ИФП.

Указание: $T_{\max} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2}$.

3.25. Определите ширину свободной спектральной зоны интерферометра Фабри – Перо, если пластины имеют показатель преломления $n = 1,55$ и расстояние между ними составляет 30 см. Следует рассмотреть падение луча под углом 45° к нормали.

Указание: $\Delta \vartheta_{fsr} = c / (2nL \cos \theta)$.

3.26. Зная расстояние между вращательными компонентами линии усиления $2B = 0,25 \text{ см}^{-1}$, вычислите максимальное квантовое число при температуре 1 150 К.

Указание: $J_{\max} = [kT / (2B)]^{1/2} - 1/2$.

3.27. Вычислите добротность резонатора Q , если ширина излучения имеет лоренцеву форму ($\Delta \vartheta = 1/2\pi\tau_c$) для времени жизни фотона $\tau_c = 200 \text{ нс}$ при частоте излучения $\vartheta = 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$.

3.28. Случайно ли, что разряд в трубке He–Ne-лазера светится красноватым светом, как и излучение?

3.29. Каким образом можно использовать линию поглощения ($\lambda = 3,39 \text{ мкм}$) метана для стабилизации частоты гелий-неонового лазера? Известно, что центральная частота поглощения Q -ветви колебательно-вращательной полосы метана равна $\vartheta_3 = 2\,948 \text{ см}^{-1}$.

3.30. К чему приводит способ изготовления He–Ne-лазеров в виде внутривибраторной трубки с окнами Брюстера?

3.31. Пучок аргон-ионного лазера ($\lambda = 0,514 \text{ мкм}$) проходит через телескоп диаметром 30 см и посылается на международную космическую станцию (МКС). Рассчитайте диаметр D пучка на МКС, если расстояние от Земли до МКС $R = 300 \text{ км}$.

3.32. Вычислите диаметр пятна на зеркале, а также угловую расходимость пучка гелий-неонового лазера $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ с конфокальным резонатором, диаметр перетяжки $w_0 = 0,5 \text{ мм}$; $\theta = \tau/hw_0$; $d = \beta > \theta_1$; $\beta = 1$.

3.33. Определите мощность и энергию импульсов излучения YAG:Nd³⁺-лазера при длительности $\tau = 10^{-8} \text{ с}$, необходимые для достижения плотности мощности излучения в фокусе $P = 10^7 \text{ Вт/см}^2$, если расходимость пучка $\theta = 1 \text{ мрад}$, а фокусное расстояние оптической системы 3 см .

Решение: мощность импульсов лазерного излучения определяется выражением $P_0 = PS$, где $S = \pi d^2/4$ – площадь пятна в фокальной плоскости. Определим, чему равен диаметр пятна в фокусе, по следующей формуле: $d_0 = \theta f = 30 \text{ мкм}$.

Вычислим мощность импульсов излучения: $P_0 = P\pi d^2/4 = 70 \text{ Вт}$, а энергия импульсов излучения равна $W = P\tau = 7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$.

3.34. Определите число мод на выходном зеркале диаметром $d = 20 \text{ мм}$ азотного лазера, излучающего на длине волны $\lambda = 337,1 \text{ нм}$, если длина резонатора $l = 0,8 \text{ м}$ и спектральная ширина излучения $\Delta \nu = 3,5 \text{ ГГц}$.

Указание: $N = 32\pi^2 (a^2 l \Delta \nu) / (\lambda^3 \nu)$.

3.35. Какой массовый расход газа необходимо осуществить для получения максимальной выходной мощности CO₂-лазера ($\lambda = 10,6 \text{ мкм}$)? Максимальная выходная мощность лазера $P_{\text{max}} = 250 \text{ кВт}$.

Указание: $P_{\text{max}} = \gamma h \nu$, где $\gamma [\text{см}^3 \text{с}^{-1}]$ – массовый расход газа.

3.36. Выходная мощность импульсного YAG:Nd³⁺-лазера при длительности импульса $\tau = 50 \text{ нс}$ равна 10 МВт . Вычислите число фотонов в импульсе.

Указание: $E = Nh\nu/2$, где N – число фотонов.

3.37. Длительность импульса азотного лазера при выходной энергии 100 мДж составляет 5 нс . Найдите среднее давление такого светового импульса, если его сфокусировать в пятнышко диаметром $d = 0,03 \text{ мм}$ на поверхность, перпендикулярную к пучку. Коэффициент отражения поверхности следует принять равным $\rho = 0,2$.

Решение: $E = Nh\nu$ – суммарный импульс, полученный поверхностью, $P = E/c(1 + \rho)$, где ρ – коэффициент отражения.

Средняя сила давления пучка на поверхность $F = P/\tau$. Давление пучка на поверхность $P = F/S = 4E/[\pi d^2 c(1 + \rho)]$.

3.38. Активная среда лазера изготовлена из стекла, легированного ионами Nd^{3+} , представляется в виде цилиндра с полированными торцами диаметром $d = 60$ мм. Она установлена в конфокальном резонаторе. Генерация осуществляется в импульсном режиме на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм, с длительностью импульса $\tau = 10^{-8}$ с. Выходная мощность излучения $P = 5$ МВт. Определите концентрацию фотонов в пучке.

Указание: $E = Nh\nu$; $P = E/\tau = Nhc/\lambda\tau$. За время τ мощность излучения $P = (4hc^2\pi d^2 n)/\lambda$, откуда $n = (P\lambda)/(4hc^2\pi d^2\tau)$.

3.39. Выходная мощность He-Ne-лазера ($\lambda = 6328$ Å), работающего в непрерывном режиме, равна 2 мВт. Определите количество фотонов, излучаемое лазером за время $t = 10$ с.

Указание: $n = W/E = (Pt\lambda)/(hc)$.

3.40. Какое число Френеля имеет лазерный резонатор длиной $l = 0,9$ м. Геометрический радиус зеркал $r_1 = r_2 = r = 10$ мм, если длина волны излучения $\lambda = 488$ нм.

Указание: число Френеля определяется как отношение поперечного сечения зеркала к поперечному сечению моды на зеркале $N = \frac{1}{\pi} \left(\frac{r^2}{w_s^2} \right)$,

где $w_s = (\lambda L / \pi)^{1/2}$ – диаметр перетяжки пучка в резонаторею.

3.41. Конфокальный телескопический резонатор состоит из двух сферических зеркал, расположенных на расстоянии $L = 1,2$ м друг от друга. Одно зеркало вогнутое, с радиусом кривизны R_1 , другое – выпуклое радиусом кривизны отражающей поверхности R_2 . Определите коэффициент усиления и потери на излучение за один проход в таком резонаторе.

3.42. Конструктивно лазер на основе кристалла MgF_2 , легированного ионами CO , выполнен в виде неустойчивого телескопического резонатора, состоящего из двух сферических зеркал. Одно зеркало, вогнутое, с радиусом кривизны $R_1 = 2$ м, второе – выпуклое, с радиусом кривизны отражающей поверхности $R_2 = -1,2$ м. Определите коэффициент усиления и потери на излучение за один проход в таком резонаторе.

Указание: коэффициент усиления $M = \frac{|R_1|}{|R_2|}$; потери $\gamma = \frac{M^2 - 1}{M^2} = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2}$;

потери после полного прохода резонатора.

3.43. Излучательная эффективность непрерывной лампы накачки YAG:Nd³⁺-лазера $\eta_r = 0,43$. Радиус и длина лампы равны $R = 5$ мм и $l = 90$ мм соответственно. Определить спектральную интенсивность лампы в диапазоне длин волн $\Delta\lambda = 350\text{--}900$ нм, если потребляемая электрическая мощность лампы $P = 1$ кВт.

Указание: $I_\lambda = \frac{P_{\eta_r}}{2\pi Rl} g_\lambda$, где $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} g_\lambda d\lambda = 1$ – нормированная спектральная

плотность интенсивности, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

3.44. Решить предыдущую задачу для импульсной лампы накачки, с длительностью импульса $\tau = 0,3$ мс.

3.45. Излучение YAG:Nd³⁺-лазера на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм распространяется в нелинейно-оптическом кристалле ниобата лития, преобразуя его во вторую гармонику ($\lambda = 0,532$ мкм). Определите максимальную длину кристалла и длину когерентности излучения, если изменение показателя преломления кристалла для основной и преобразованной волн равно $\Delta n = 2 \cdot 10^{-2}$.

Указание: $L_{\text{кр}} \leq L_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{4[n(2\omega) - n(\omega)]}$; $\Delta n = n(2\omega) - n(\omega)$;

$$I = \frac{n(\lambda_{\text{нак}})n(\lambda_c)n(\lambda_x)\gamma_1\gamma_2\varepsilon_0 c}{8d_{36}^2\pi^2 L^2}.$$

3.46. Диаметр пучка второй гармоники неодимового лазера на длине волны $\lambda = 532$ нм составляет $d_o = 7$ мм. Вычислите угол анизотропии (сноса), образованный в кристалле KDP (калий дигидрат фосфата), если эффективная длина взаимодействия равна $L_a = 40$ мм. На какое расстояние от оптической оси кристалла сместится луч? (рис. 3.3.5).

Указание: $L_a = d_o\theta^{-1}$; $\delta = L_a \text{tg}\theta$.

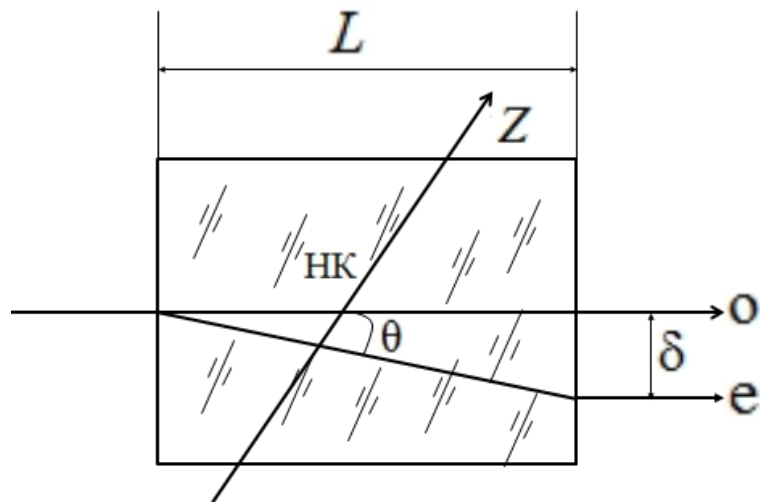


Рис. 3.3.5. Распространение лазерного луча в анизотропном нелинейно-оптическом кристалле KDP

3.47. Нелинейно-оптический кристалл KN_2PO_4 дигидрофосфат калия (KDP) используется для преобразования основной частоты излучения YAG:Nd³⁺-лазера во вторую гармонику. Определите квазистатическую длину взаимодействия кристалла с импульсом излучения YAG:Nd³⁺-лазера, длительность которого равна $\tau = 10$ нс. Показатель преломления кристалла $n_1(\lambda = 1,064 \text{ мкм}) = 1,493 \ 8$; $n_2(\lambda = 0,532 \text{ мкм}) = 1,470 \ 5$.

Указание: $L = \tau / V_{\text{гр}}$, $\mathcal{G}_{\text{гр}}$ – расстройка обратных групповых скоростей, $1/\mathcal{G}_{\text{гр}} = 1/\mathcal{G}_1 - 1/\mathcal{G}_2$; $\mathcal{G}_1 = c/n_1$; $\mathcal{G}_2 = c/n_2$ – групповые скорости на соответствующих длинах волн.

3.48. Для эффективного преобразования во вторую гармонику ($\lambda = 0,532 \text{ мкм}$) основного излучения YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064 \text{ мкм}$) был использован нелинейно-оптический кристалл KDP. Вычислите угол синхронизма для следующих значений показателей преломления кристалла: $n_o(\lambda = 1,064 \text{ мкм}) = 1,507$; $n_e(\lambda = 0,532 \text{ мкм}) = 1,482 \ 22$; $n_o(\lambda = 0,532 \text{ мкм}) = 1,528 \ 3$.

$$\text{Указание: } \sin^2 \theta = \frac{\left[\frac{n_o(\lambda_2)}{n_o(\lambda_1)} \right]^2 - 1}{\left[\frac{n_o(\lambda_2)}{n_e(\lambda_2)} \right]^2 - 1}.$$

3.49. Максимальное взаимодействие частоты излучения лазера накачки с частотами обыкновенной и необыкновенной волн в нелинейно-оптическом кристалле достигается при коллинеарном распространении всех трех волн. Определите угол синхронизма для показателей преломления $n_o = 1,4938$, $n_e = 1,4599$.

Указание:
$$n_b = n_o \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}{1 + \left(\frac{n_o}{n_b} \operatorname{tg} \theta\right)^2}}.$$

3.50. Внерезонаторное преобразование основного излучения YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064$ мкм) во вторую гармонику осуществляется с помощью нелинейно-оптического кристалла калия – титанила фосфата KTiOPO₄ (КТР). Какую максимальную интенсивность можно получить для следующих параметров: плотность мощности лазера накачки $I_n(\lambda = 1,064 \text{ мкм}) = 50 \text{ МВт/см}^2$; $|\chi_{\text{эфф}}| = 2d_{31} = 13 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}$; $n = 2,32$; длина кристалла $L = 25 \text{ мм}$; фазовая расстройка $\Delta k = 0$?

Указание:
$$I(2\omega) = I^2(\omega) \frac{2\omega^2 |\chi_{\text{эфф}}|^2 L^2 \sin^2(\Delta k L)}{n^2 c^3 \varepsilon_0 (\Delta k L)^2}; \frac{\sin^2(\Delta k L)}{(\Delta k L)^2} \rightarrow 1.$$

3.51. ИК параметрически перестраиваемый лазер выполнен в виде двухрезонаторной оптической схемы (рис. 3.3.6).

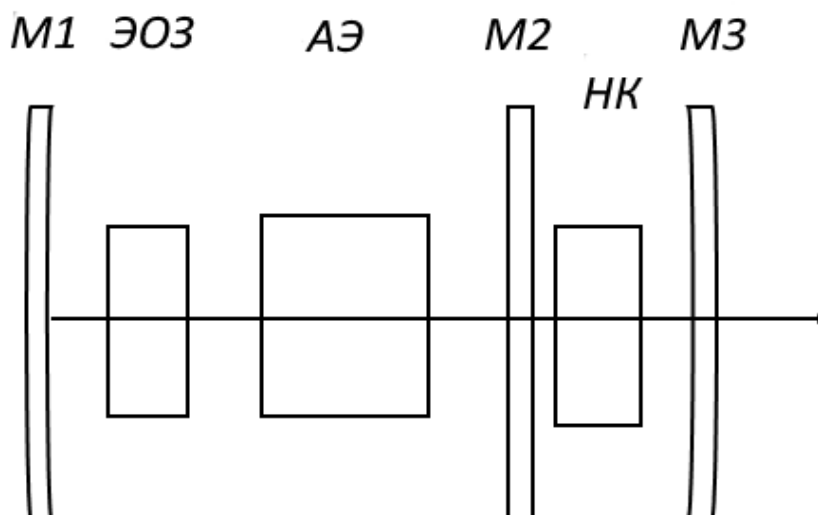


Рис. 3.3.6. Двухрезонаторная оптическая схема:

$M1, M2, M3$ – зеркала; ЭОЗ – электрооптический затвор;
 АЭ – активный элемент лазера накачки из кристалла YAG:Nd³⁺;
 НК – нелинейно-оптический кристалл LiNbO₃

Активной средой такого лазера является нелинейно-оптический кристалл ниобат лития (LiNbO_3). При взаимодействии частоты лазера накачки ($\omega_n = 1,77 \cdot 10^{15}$ Гц) с активной средой в ней возникают сигнальная (ω_c) и холостая волны (ω_x). Вычислите диапазон перестройки частоты (длины волны), если известно, что минимальное значение сигнальной волны равно $\lambda_c = 1,41$ мкм.

Указание: $\omega_n = \omega_c + \omega_x$; $\omega_i = 2\pi c/\lambda_i$, $i =$ накачка, сигнальная, холостая, $\Delta\lambda = \lambda_x(\text{max}) - \lambda_c(\text{min})$.

3.52. Определите волновые числа для следующих частот: основной частоты YAG:Nd³⁺-лазера накачки, частоты сигнальной ($\lambda_c = 1,74$ мкм) и холостой ($\lambda_x = 2,73$ мкм) волн ИК параметрического лазера.

Указание: $k_i = 2\pi/\lambda_i$.

3.53. Плотность мощности YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064$ мкм) составляет 100 МВт/см². После параметрического взаимодействия с нелинейно-оптическим кристаллом LiNbO_3 возникают сигнальная ($\lambda_c = 1,69$ мкм) и холостая ($\lambda_x = 2,81$ мкм) волны. Вычислите коэффициент параметрического усиления. Показатели преломления кристалла для частот накачки, сигнальной и холостой волн равны $n_n = n_c = 2,23$; $n_x = 2,16$; эффективная нелинейность LiNbO_3 равна $d = 6,2 \cdot 10^{-12}$ м/В.

Указание: $\Gamma^2 = \frac{2\omega_c\omega_x d^2 I_{\text{нак}}}{n_1 n_2 n_3 \epsilon_0 c^3}$.

3.54. Нелинейно-оптический кристалл LiNbO_3 использован для параметрического преобразования основной частоты YAG:Nd³⁺-лазера ($\lambda = 1,064$ мкм) в сигнальную ($\lambda_c = 1,74$ мкм) и холостую ($\lambda_x = 2,73$ мкм) волны. Вычислить пороговую интенсивность волны накачки для следующих параметров кристалла: длина $L = 20$ мм, эффективная нелинейность $d_{36} = 6,25 \cdot 10^{-12}$ м/В; $n(\lambda_n = 1,064 \text{ мкм}) = 2,235$; $n(\lambda_c = 1,74 \text{ мкм}) = 2,229$; $n(\lambda_x = 2,71 \text{ мкм}) = 2,213$.

Потери внутри резонатора составляют $\gamma_1 = \gamma_2 = 2 \cdot 10^{-2}$.

Указание: $I = \frac{n(\lambda_{\text{нак}})n(\lambda_c)n(\lambda_x)\gamma_1\gamma_2\epsilon_0 c}{8d_{36}^2\pi^2 L^2}$.

9.3. Лабораторные работы

9.3.1. Лабораторная работа № 1. Измерение расходимости излучения лазерного пучка (измерение углового распределения интенсивности лазерного излучения)

Цель работы

Ознакомиться с существующими представлениями об угловом распределении интенсивности монохроматического и немонахроматического светового пучка в дальней зоне. Выполнить экспериментальные измерения ширины распределения интенсивности в дальней зоне, которая представляет собой угловую расходимость светового поля.

Приборы и принадлежности

1. Источник света (лазер).
2. Диафрагма (непрозрачный экран с отверстием).
3. Штангенциркуль.
4. Рулетка.
5. Экран.

Подготовка к работе

По лекциям, настоящему практикуму и приведенному ниже списку литературы ознакомиться с принципом действия лазерных устройств и основных свойств излучения электромагнитных волн.

Вопросы для допуска к работе

1. Законы распространения световых пучков.
2. Какие физические величины характеризуют электромагнитную волну?
3. Определите физический смысл угловой расходимости лазерного пучка в дальней зоне.
4. Объясните принципы действия лазерных устройств.
5. Какие существуют типы оптических резонаторов?
6. Охарактеризуйте оптические свойства лазерного излучения.
7. В чем состоит отличие монохроматического от немонахроматического излучения?

Теоретическое введение

Лазерное излучение основано на эффекте усиления спонтанного излучения за счет индуцированного внешнего электромагнитного поля, т. е. создания инверсии населенностей, при котором происходит вынужденное излучение. Само английское слово laser представляет собой аббревиатуру, построенную из фразы «Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation», которая переводится как «усиление света за счет вынужденного испускания излучения».

Лазер, оптическая схема которого приведена на рис. Л.1.1, в основном, состоит из трех компонент, а именно: 1) активного элемента (АЭ), который усиливает падающую электромагнитную волну; 2) системы накачки, которая селективно накачивает энергию в активную среду, чтобы заселить выбранные энергетические уровни и достичь инверсной населенности; 3) оптического резонатора, состоящего из двух расположенных друг против друга зеркал ($M1$ и $M2$) и накапливающего часть индуцированного излучения, сконцентрированного в нескольких модах резонатора.

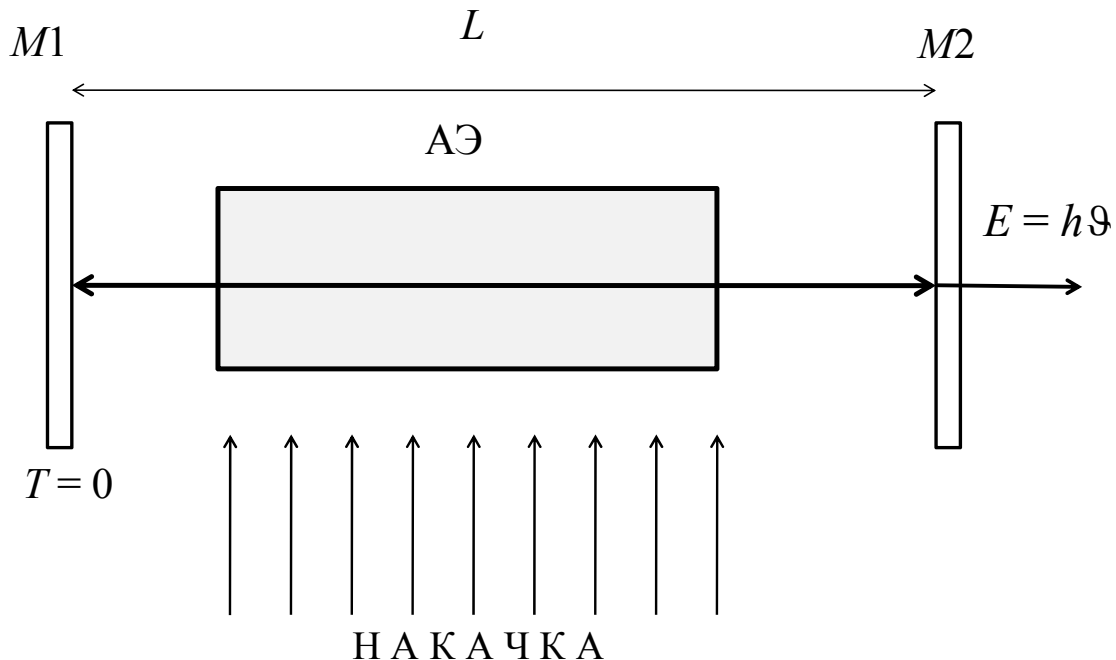


Рис. Л.1.1. Оптическая схема устройства лазера:

$M1$ – зеркало с коэффициентом отражения $R = 100\%$; $M2$ – полупрозрачное зеркало; АЭ – активная среда; L – длина резонатора

Усиление и генерация электромагнитного излучения

Усиление электромагнитной волны в среде возможно только при условии, когда число частиц на верхнем энергетическом уровне больше числа частиц на нижнем уровне ($N_2 > N_1$), в то время, когда при термодинамическом равновесии выполняется $N_2 < N_1$, где N_1 и N_2 – число частиц на нижнем и верхнем энергетическом уровне, соответственно. Преобладание индуцированных процессов обусловлено тем, чтобы или показатель усиления вещества, через которое проходит свет, был достаточно большим, или обеспечивался многократный проход фотонов через усиливающую среду. Увеличения коэффициента усиления активной среды (АС) для достижения интенсивного излучения можно достичь увеличением его длины. Однако этот процесс технически ограничен. Поэтому для получения многократного прохода луча через активную среду ее помещают в оптический резонатор. Оптический резонатор состоит из двух параллельно расположенных друг против друга зеркал, одно из которых – полностью отражающее, а второе – полупрозрачное. Возникшее вынужденное излучение после многократного отражения внутри резонатора усиливается до той степени, пока коэффициент усиления G не компенсирует потери излучения, которые обусловлены коэффициентами отражения R и пропускания T зеркал.

В результате получаем пороговое условие усиления генерации лазера

$$GRT > 1. \quad (\text{Л.1.1})$$

Если зеркала имеют различные коэффициенты отражения R_1R_2 и пропускания T_1T_2 , то вместо R и T используются их среднегеометрические значения ($R = \sqrt{R_1R_2}$, $T = \sqrt{T_1T_2}$).

Используя выражение усиления $G = \exp[\sigma(N_1 - N_2)d]$ для критического значения $(N_1 - N_2)_{\text{кр}}$, из порогового условия усиления генерации получим

$$(N_1 - N_2)_{\text{кр}} \geq \frac{\ln(1/RT)}{\sigma d} \approx \frac{1 - RT}{\sigma d}. \quad (\text{Л.1.2})$$

Здесь использовано приближенное равенство $\ln(1/x) \approx 1 - x$.

Основная проблема создания инверсии населенностей в АС состоит в том, что при термодинамическом равновесии нижние уровни заселены больше, чем верхние, поглощение преобладает перед вынужденным излучением. Под воздействием внешнего электромагнитного поля совершается больше переходов $1 \rightarrow 2$, чем $2 \rightarrow 1$. Для энергетической системы из двух уровней действие сильного электромагнитного поля приводит только лишь к выравниванию числа частиц $N_1 = N_2$ между уровнями. Такой эффект называется двухуровневым насыщением.

Таким образом, при использовании только двух энергетических уровней невозможно создание инверсий населенностей. Поэтому для создания инверсий населенностей необходимо из множества всевозможных энергетических уровней выбрать не менее трех энергетических уровней. В зависимости от количества энергетических уровней, использованных в принципе действия лазера, они так и называются: трехуровневый, четырехуровневый лазеры и т. д.

Строгое теоретическое рассмотрение трехуровневого или четырехуровневого лазеров приводит к решению скоростных уравнений, которые выводятся из условия баланса между скоростями изменения полного числа частиц и полного числа фотонов лазерного излучения. Для примера на рис. Л.1.2 приведена энергетическая диаграмма четырехуровневого лазера.

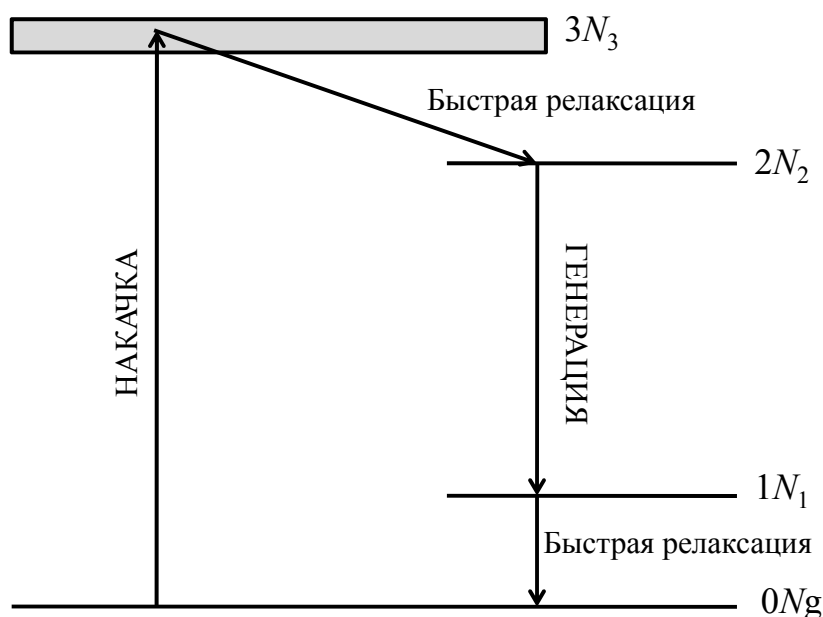


Рис. Л.1.2. Энергетическая диаграмма четырехуровневого лазера

Способ возбуждения активных сред

Процесс, посредством которого атомы переводятся из нижнего энергетического уровня в верхний уровень, называется накачкой. Процесс накачки можно осуществлять различными способами: 1) оптическим; 2) электрическим; 3) химическим; 4) газодинамическим; 5) электронным пучком; 6) рентгеновским излучением и др.

Основная функция оптического резонатора заключается в том, что часть усиленного излучения отправляется обратно в активную среду для усиления и т. д. Многократное пропускание через активную среду с инверсной населенностью излучения в резонаторе возрастает до уровня, когда усиление за счет индуцированного излучения превышает потери внутри резонатора. Таким образом, резонатор в лазере выполняет функцию положительной обратной связи.

Первым оптическим резонатором послужил обычный интерферометр Фабри – Перо, состоящий из двух плоскопараллельных зеркал. Одно из зеркал является полностью непрозрачным, а второе – полупрозрачным, сквозь него осуществляется вывод лазерного излучения. Обычно оптические резонаторы имеют размеры, намного превышающие длину волны лазерного излучения.

В оптическом резонаторе интерференция падающей и отраженной волны приводит к образованию стоячей волны с удвоенной амплитудой, при этом происходит пространственное перераспределение напряженностей электрического и магнитного полей. Такие распределения представляются как типы колебаний, или моды оптического резонатора. Для разных мод принято обозначение типа TEM_{mnq} как сокращенное название для волн с напряженностью поперечного электрического и магнитного полей. При этом m и n показывают распределение интенсивной на поперечном сечении лазерного пучка, q показывает число максимумов напряженности поля на оси лазера. Каждая мода, отличающаяся своими значениями m , n , q , обладает иной частотой излучения. Низший тип колебаний TEM_{00} называется основной модой, для нее характерно гауссово распределение интенсивности. Продольные моды TEM_{00q} отличаются друг от дру-

га только частотой колебаний, в то время как поперечные моды различаются между собой как по частоте, так и по распределению поля на зеркалах резонатора. Каждая мода характеризуется определенным сдвигом фазы за двойной проход резонатора, равным $2\pi q$.

Из условия резонанса следует, что на длине резонатора должно укладываться целое число полуволн

$$L = n \lambda / 2. \quad (\text{Л.1.3})$$

Здесь L – длина резонатора; $n = 1, 2, 3 \dots$ – целое число; λ – длина волны лазерного излучения.

Частота аксиальной моды вычисляется как

$$\vartheta_n = c / \lambda_n = nc / (2L). \quad (\text{Л.1.4})$$

Расстояние между двумя соседними модами определяется выражением

$$\Delta\vartheta = \vartheta_{n+1} - \vartheta_n = c / (2L). \quad (\text{Л.1.5})$$

Из выражения (Л.1.5) видно, что параллельно оптической оси может распространяться небольшое количество мод с низкими потерями энергий. Все остальные моды резонатора соответствуют волнам, которые почти полностью затухают после одного прохождения через резонатор. Поэтому конструктивно оптические резонаторы выполняются в виде открытых резонаторов. Выходные параметры лазерного излучения обусловлены геометрической конструкцией оптического резонатора. Наиболее широко применяемые лазерные резонаторы имеют либо плоские, либо сферические зеркала, расположенные на некотором расстоянии друг от друга. По своим видам резонаторы разделяются на следующие виды: плоские, сферические (конфокальные и концентрические), кольцевые.

Из условия постоянства фазы стоячей волны можно получить выражение для разностной частоты конфокального резонатора в виде:

$$\Delta\vartheta_{mvq} = \frac{c [2q + (m + n + 1)]}{4L}. \quad (\text{Л.1.6})$$

Нужно отметить, что в отличие от плоскопараллельного резонатора разность частот между поперечными модами теперь равна $\Delta\vartheta_q = \frac{c}{4L}$ вместо $\Delta\vartheta_q = \frac{c}{2L}$, а разность частот между продольными модами остается такой, как и для резонатора с плоскими зеркалами $\Delta\vartheta_{mn} = \frac{c}{2L}$.

Часто также используются резонаторы, образованные сферическими зеркалами, имеющими различные значения и знаки радиусов (R_1 и R_2). Исходя из конкретной оптической схемы, сферические резонаторы могут представляться как устойчивые, так как и неустойчивые системы.

Резонатор, в котором луч остается в пределах ограниченной области резонатора, называется устойчивым.

Резонатор называется неустойчивым, когда произвольный луч, отражаясь от каждого из двух зеркал, удаляется на неограниченно большое расстояние от оси резонатора.

В устойчивом резонаторе луч периодически фокусируется, а в неустойчивом резонаторе луч после каждого отражения от зеркал расфокусируется. Область устойчивости определяется неравенством:

$$0 \leq (1 - L/R_1)(1 - L/R_2) \leq 1. \quad (\text{Л.1.7})$$

Условие устойчивости удобно представить графически в плоскости $g_1 = 1 - L/R_1$ и $g_2 = 1 - L/R_2$, как показано на диаграмме (рис. Л.1.3).

Приведем формулы для расчета резонансных частот для наиболее применяемых типов кольцевых резонаторов.

1. Спектр резонатора, образованного четырьмя одинаковыми сферическими зеркалами, расположенными в вершинах квадрата, определяется соотношением

$$\vartheta_{mnq} = \frac{c}{a} \left[\frac{1}{4}q + \frac{n+1/2}{2\pi} \arccos \left(1 - \frac{a\sqrt{2}}{R} \right) + \frac{m+1/2}{2\pi} \arccos \left(1 - \frac{a}{R\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (\text{Л.1.8})$$

Здесь a – сторона квадрата; R – радиус кривизны зеркал, образующих резонатор.

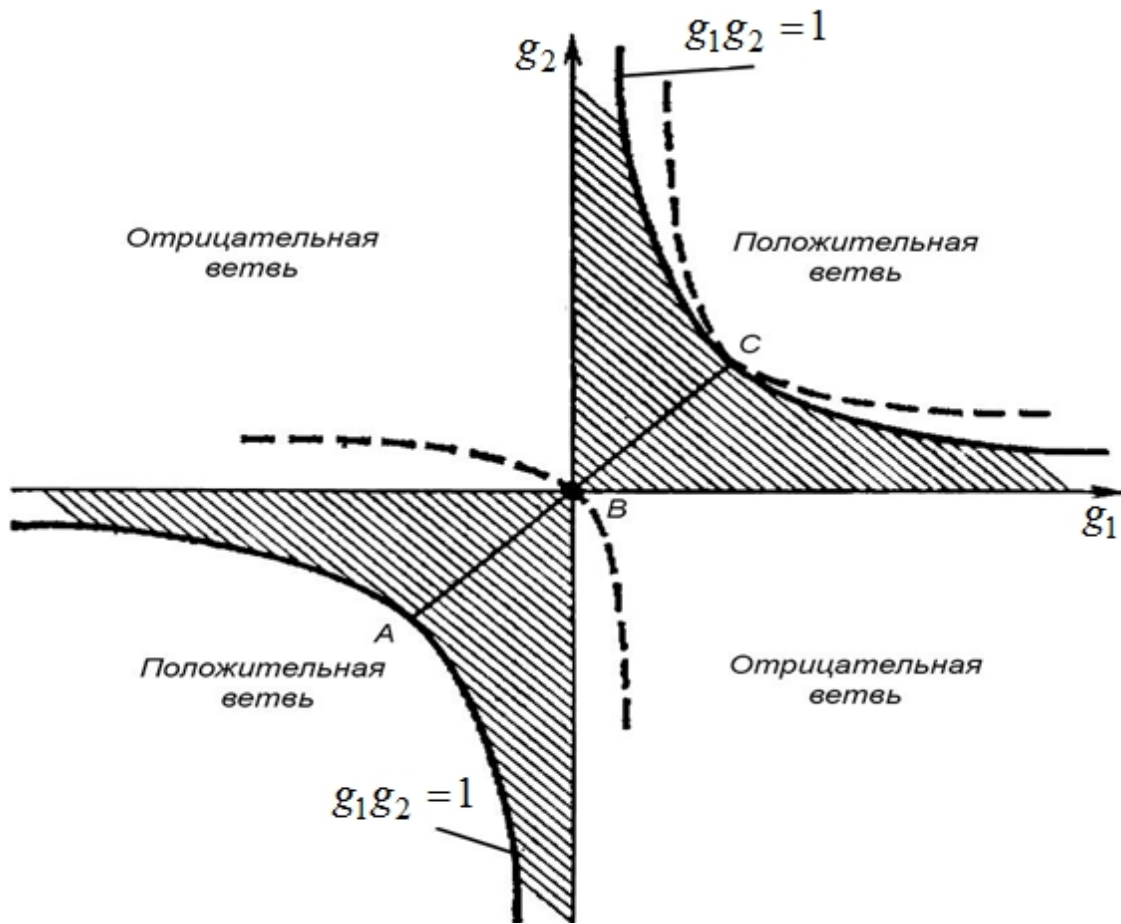


Рис. Л.1.3. Диаграмма устойчивости оптических резонаторов

2. Спектр резонатора, образованного тремя одинаковыми зеркалами, расположенными в вершинах правильного треугольника, определяется соотношением

$$\mathfrak{D}_{mnq} = \frac{c}{a} \left[\frac{1}{3}q + \frac{n+1/2}{2\pi} \arccos \left(1 - \frac{2a}{R\sqrt{3}} \right) + \frac{m+1/2}{2\pi} \arccos \left(1 - \frac{a\sqrt{3}}{2R} \right) \right], \quad (\text{Л.1.9})$$

где a – сторона треугольника; R – радиус кривизны зеркал.

Основной проблемой при применении кольцевых резонаторов в лазерной технике является уменьшение взаимодействия между встречными волнами. Для этого встречные волны по возможности разводят по частоте с помощью невзаимных анизотропных элементов, а их поляризации стараются сделать ортогональными.

Свойства лазерного излучения

Основными свойствами лазерных пучков являются: 1) спектральная ширина (модовая структура); 2) монохроматичность; 3) когерентность (пространственная и временная); 4) расходимость; 5) яркость (выходная мощность). Поскольку в данной лабораторной работе выполняется измерение расходимости лазерного излучения, более подробно рассмотрим физический процесс расходимости лазерного излучения в дальней зоне.

Расходимость

Одной из важнейших характеристик лазерного излучения является угловая расходимость лазерного излучения. Под термином «угловая расходимость» понимается величина потока излучения, приходящаяся на единицу телесного угла, т. е. угловое распределение интенсивности излучения в дальней зоне.

Спектральная ширина распределения интенсивности в дальней зоне и есть угловая расходимость светового пучка ($\delta\theta = \frac{\Delta\theta}{\theta_{\text{ср.}}}$). На практике применяется понятие «расходимость по уровню 0,5 интенсивности»; это спектральная ширина диапазона углов, в котором энергия излучения составляет не менее 0,5 максимального значения. Это угловой диаметр круга в дальней зоне, который охватывает половину всего потока излучения. Если размер лазерного пучка в перетяжке устойчивого резонатора со сферическими зеркалами равен w_0 , а на расстоянии z от перетяжки пучок имеет размер w радиуса кривизны волновой поверхности R , то из теории дифракции можно получить выражения для $w(z)$ и $R(z)$

$$w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0} \right)^2 \right]^{1/2}; \quad (\text{Л.1.10})$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0} \right)^2 \right]. \quad (\text{Л.1.11})$$

На дальней зоне (т. е. при условии $\frac{\lambda z}{\pi w_0} \gg 1$) получаем $w = \lambda z / \pi w_0$

и $R = z$. Это означает, что диаметр пучка и радиус кривизны сферической волны линейно возрастают с увеличением расстояния. Тогда расходимость гауссова пучка можно определить из выражения

$$\theta_d = w / z = \lambda / (\pi w_0). \quad (\text{Л.1.12})$$

Расчеты показывают, что расходимость гауссова пучка оказывается в два раза меньше расходимости плоского пучка.

В общем случае расходимость пространственно-когерентной волны вычисляется как

$$\theta_d = \beta \lambda / D, \quad (\text{Л.1.13})$$

где D – диаметр пучка; β – числовой коэффициент порядка единицы.

Экспериментальное измерение расходимости лазерного пучка

Анализ соотношений (Л.1.10)–(Л.1.13) показывает, что понятие дальней зоны требует, как правило, значительного удаления от лазерного источника. Так, при длине волны $\lambda = 1$ мкм и диаметре лазерного пучка 5–10 см дальняя зона формируется только на расстоянии порядка нескольких километров. Однако нетрудно добиться экспериментальным измерением расходимости и в непосредственной близости от источника излучения. Экспериментально дифракционную расходимость лазерного излучения можно измерить различными способами. Например, одним из наиболее распространенных способов считается способ, для которого необходимо на выходе лазера установить квадратичный фазовый корректор; простейшим устройством такого рода является обычная тонкая линза со сферическими поверхностями ($f > 0$). При прохождении лазерного излучения через тонкую линзу распределение амплитуды не изменяется, меняется только кривизна волнового фронта. Если источник находится в фокусе линзы, то она преобразует сферический волновой фронт в плоский. Таким образом, распределение интенсивности после тонкой линзы подобно распределению интенсивности излучения в дальней зоне. Поскольку плоскость на-

блюдения является фокальной плоскостью, расходимость излучения вычисляется как отношение диаметра пучка в фокальной плоскости (d) к фокусному расстоянию линзы (f).

В данной лабораторной работе рассмотрен другой способ измерения расходимости лазерного излучения. Для простоты рассмотрим пучок света с плоским волновым фронтом кругового сечения, имеющим постоянную интенсивность по сечению. Вследствие дифракции на выходном зеркале резонатора происходит увеличение диаметра лазерного пучка, характеризуемого углом расходимости θ_d (рис. Л.1.4а, Л.1.4б).

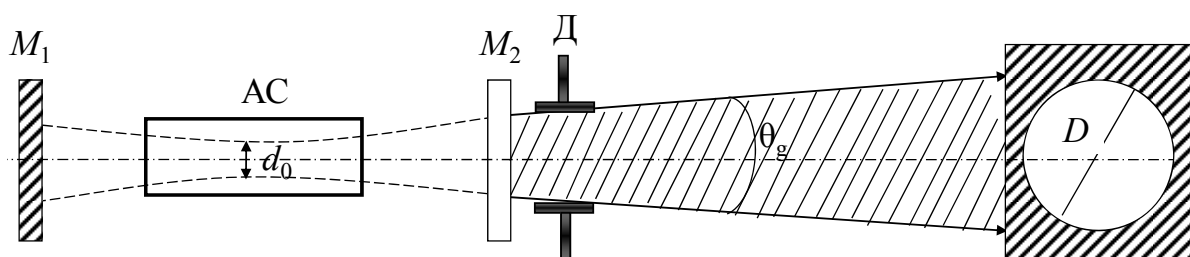


Рис. Л.1.4а. Оптическая схема установки для измерения расходимости лазерного излучения:

M_1 и M_2 – зеркала оптического резонатора; АС – активная среда; Д – диафрагма; Э – экран; θ – угол расходимости лазерного излучения

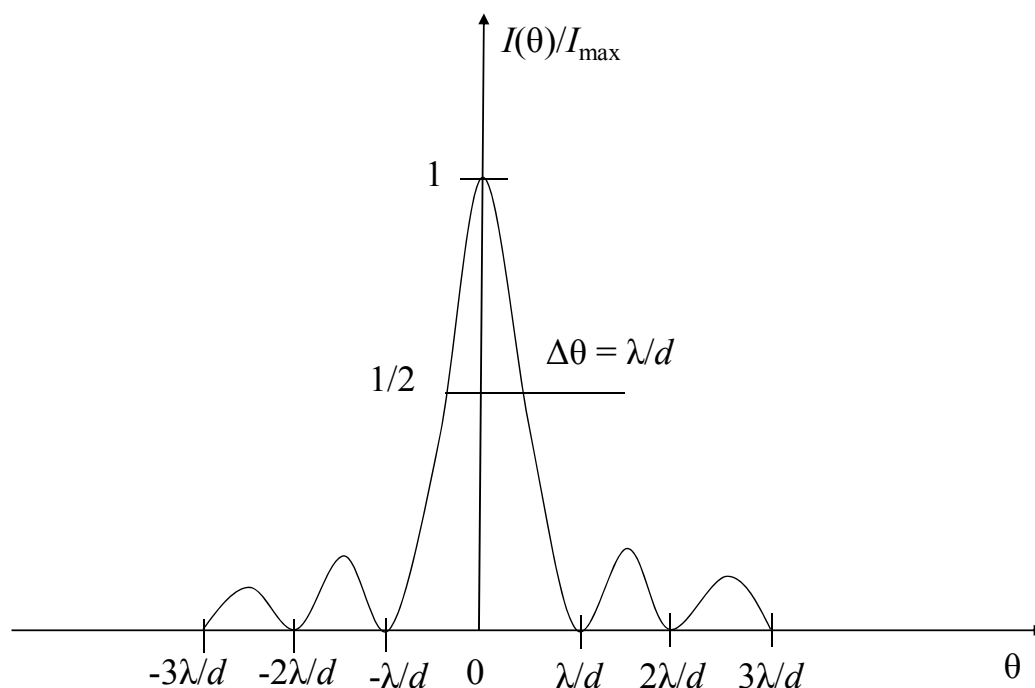


Рис. Л.1.4б. Распределение интенсивности лазерного излучения в дальней зоне

Практическое вычисление угла расходимости лазерного излучения можно выполнить согласно рис. Л.1.5.

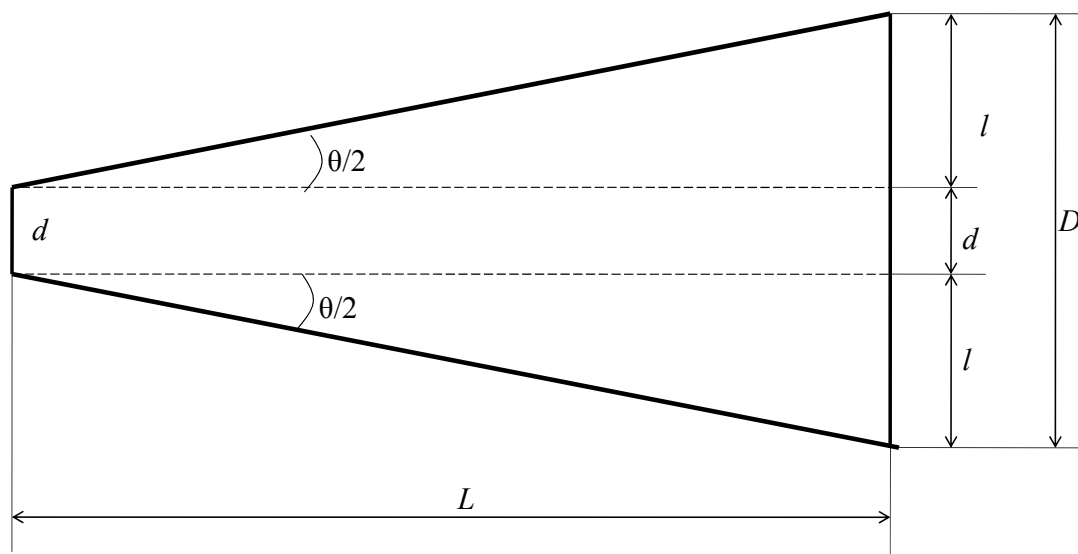


Рис. Л.1.5. Расходимость лазерного луча:

D – диаметр лазерного пучка в дальней зоне; d – диаметр лазерного пучка непосредственно перед лазером; L – расстояние от лазера до экрана на дальней зоне; $2l$ – увеличение диаметра лазерного пучка на расстоянии L ; θ – угол расхождения лазерного пучка

Из рис. Л.1.5 видно, что простые геометрические преобразования позволяют вычислить угол расхождения лазерного излучения в дальней зоне. Измерив диаметр (d) пучка непосредственно перед лазером и в дальней зоне (D), а также расстояние между лазером и экраном (L), можно получить расчетную формулу расходимости лазерного пучка для малых углов в виде:

$$\operatorname{tg}(\theta / 2) \approx \sin(\theta / 2) = \frac{\theta}{2} = \frac{D - d}{2L}. \quad (\text{Л.1.14})$$

Порядок выполнения работы

Следует соблюдать технику безопасности при работах с устройствами и приборами лазерного излучения (инструкция в лабораторной аудитории).

1. Собрать экспериментальную установку по схеме, изображенной на рис. Л.1.4.

2. Включить лазер. Установить диафрагму (Д) непосредственно перед лазером и (Э) экран на расстоянии 30–50 м от лазера. Плоскость экрана должна быть перпендикулярна пучку света.

3. Штангенциркулем измерить диаметр отверстия диафрагмы и диаметр пучка на экране в дальней зоне. С помощью рулетки измерить расстояние между лазером и экраном на дальней зоне. Измерения провести не менее трех раз.

4. Занести результаты измерений в таблицу (табл. Л.1.1). Вычислить значение угла расходимости по формуле (Л.1.14). Вычислить среднее значение угла расходимости и оценить абсолютную и относительную погрешности измерений.

5. Установить диафрагму с другим диаметром (d) отверстия и для лазера с другой длиной волны (λ). Повторить измерения п. 3 и вычисления п. 4.

6. Выключить лазер и разобрать экспериментальную установку.

Таблица Л.1.1

№ п/п	λ , мкм	d , мм	Д, мм	θ , рад.	$\delta\theta = \frac{\Delta\theta}{\theta_{\text{ср}}}$, %	$\Delta\theta$, рад.	Примечания
1							
2							
3							
4							

Контрольные вопросы к защите

1. Перечислите основные свойства лазерного излучения.
2. Как объясняется возникновение расходимости лазерного излучения?
3. Как определяется дифракционная расходимость монохроматического пучка?
4. Как связана направленность лазерного пучка с его пространственной когерентностью?
5. Докажите, что при одинаковых диаметрах расходимость гауссова пучка в два раза меньше расходимости плоского пучка.

Список литературы

1. Звелто О. Принцип лазеров : учеб. пособие. – М. : Мир, 2004. – 558 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М. : Наука, 1973. – 719 с.
3. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. – М. : Наука, 1979. – 328 с.
4. Айрапетян В. С., Ушаков О. К. Физика лазеров. – Новосибирск : СГГА, 2012. – 133 с.

9.3.2. Лабораторная работа № 2. Экспериментальное измерение спектральной ширины излучения лазера

Цель работы

Изучить модовую структуру лазерного излучения. Исследовать спектроскопические характеристики светового потока. Экспериментально измерить спектральную ширину монохроматического излучения.

Приборы и принадлежности

1. Источник света (лазеры с разными длинами волн).
2. Электромеханический модулятор добротности.
3. Монохроматор МДР-23.
4. Фотоприемник.
5. Осциллограф С1-65.
6. Нейтральные светофильтры.

Подготовка к работе

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы:

1. Электромагнитная природа света.
2. Пространственная и временная когерентность света.
3. Спектральное разложение световой волны. Дискретный спектр. Сплошной спектр.

5. Связь между длительностью импульса и шириной спектра светового излучения.

Вопросы для допуска к работе

1. Какие физические величины характеризуют световые волны? Особенности световых волн.
2. Какие волны являются когерентными? Пространственная и временная когерентность.
3. Обоснуйте возникновение спектральной ширины лазерного излучения.
4. Объясните возникновение модовой структуры лазерного излучения.

Теоретическое введение

Световая волна представляется как распространение в пространстве непрерывных колебаний электромагнитного поля. Следовательно, основными характеристиками световых волн являются векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей, а также вектор скорости \vec{V} распространения. Световые волны поперечны $\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{V}$ (рис. Л.2.1).

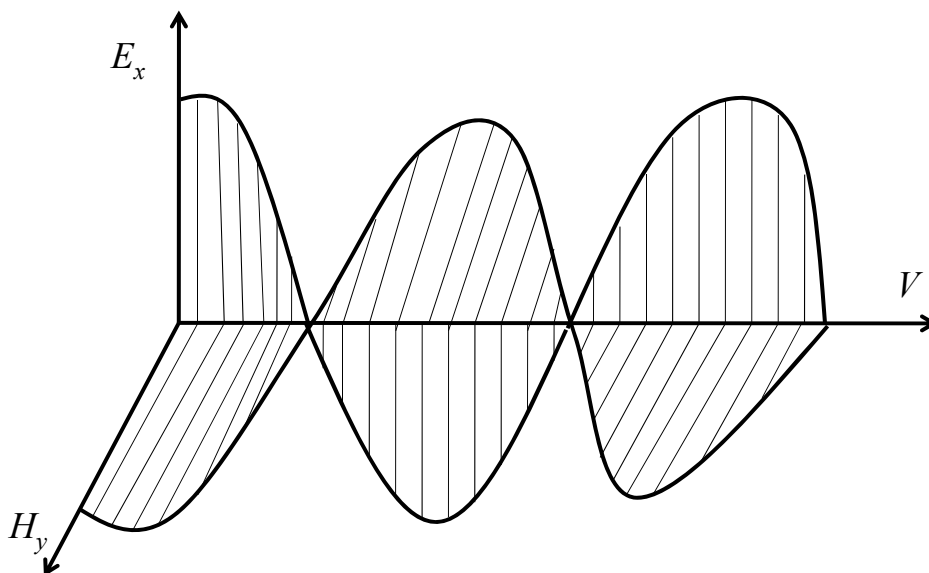


Рис. Л.2.1. Распространение плоской гармонической электромагнитной волны типа $E_x H_y$ со скоростью V

Уравнение плоской световой волны, распространяющейся с фазовой скоростью \vec{V} в направлении X , имеет вид

$$E_x = A \cos(\omega t - kx), \quad (\text{Л.2.1})$$

где A – амплитудное значение; $\omega = 2\pi \vartheta$ – циклическая частота колебаний; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; ν – линейная частота; $\phi = \omega t - kx$ – фаза волны; λ – длина волны.

Основными свойствами электромагнитной волны являются монохроматичность и когерентность. Когерентность, обусловлена вынужденным характером излучения, поэтому проявляет основное свойство лазера, представляющего упорядоченную структуру его излучения, т. е. степень близости светового поля к идеальной гармонической волне. Для электромагнитной волны существуют понятия пространственной и временной когерентности. Если разность фаз для любых точек (x) волнового фронта в любой момент времени t остается неизменной, то данная волна является **полностью пространственно когерентной**. Если разность фаз сохраняется лишь в некоторой конечной области пространства, то волна является **частично пространственно когерентной**. Если в данной точке пространства (x) на интервале времени Δt фаза волны остается неизменной, то существует временная когерентность на интервале Δx . Если Δx не ограничено, то имеет место **полная временная когерентность**; если Δx ограничено, **частичная временная когерентность**. Понятие временной когерентности связано с понятием монохроматичности излучения. Пространственная и временная когерентности являются независимыми характеристиками лазерного излучения.

Исторически понятие когерентности света возникло в связи с явлением интерференции, и было дано определение когерентности как способности света давать интерференционную картину. Однако когерентный свет – это свет, структура которого близка к плоской или сферической гармонической волне.

В качестве примера, иллюстрирующего степень когерентности света, рассмотрим прохождение лазерного излучения в интерферометре Майкельсона (рис. Л.2.2).

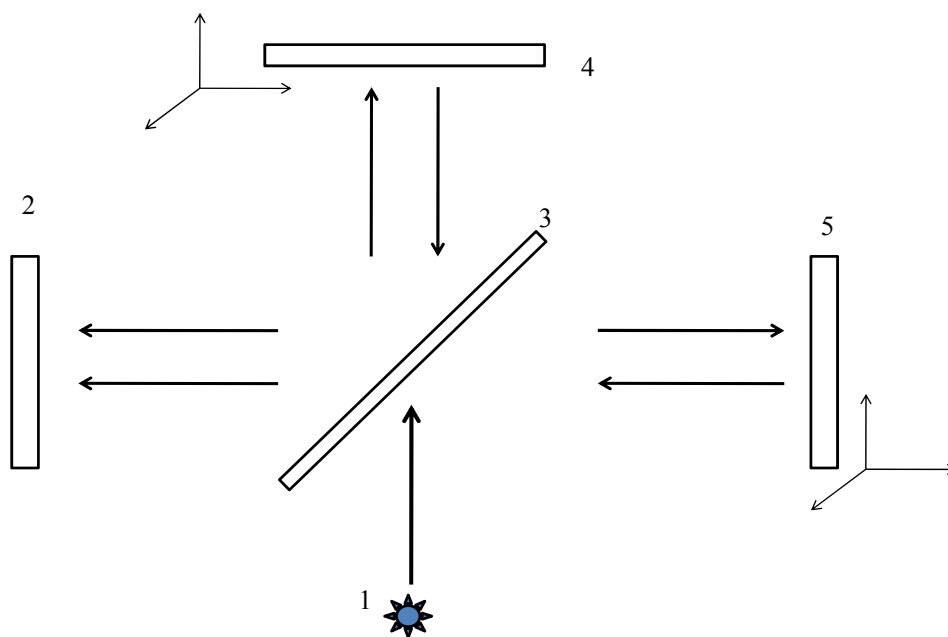


Рис. Л.2.2. Оптическая схема интерферометра Майкельсона:
 1 – источник света (лазер); 2 – фоторегистрирующее устройство;
 3 – полупрозрачное зеркало; 4 и 5 – плоские зеркала с коэффициентом отражения, равным 100 % на подвижках

Выходящие из интерферометра лучи при наложении друг на друга перераспределяют интенсивность светового поля таким образом, что в одних местах пространства наблюдается максимум, а в других местах – минимум интенсивности. Для количественной характеристики интерференционной картины вводят параметр γ , называемый видностью и определяемый формулой

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (\text{Л2.2})$$

где I_{\max} и I_{\min} – значения интенсивности света в соседних максимуме и минимуме интерференционной картины. Видность интерференционной картины на экране меняется в зависимости от разности хода интерферирующих лучей. Время τ_k , равное отношению разности хода световых волн Δ_k и скорости света c , называется временем когерентности света.

Современное представление атомной и молекулярной спектроскопии основано на квантовых законах, согласно которым атомная система является устойчивой лишь в стационарных энергетических состояниях (рис. Л.2.3).

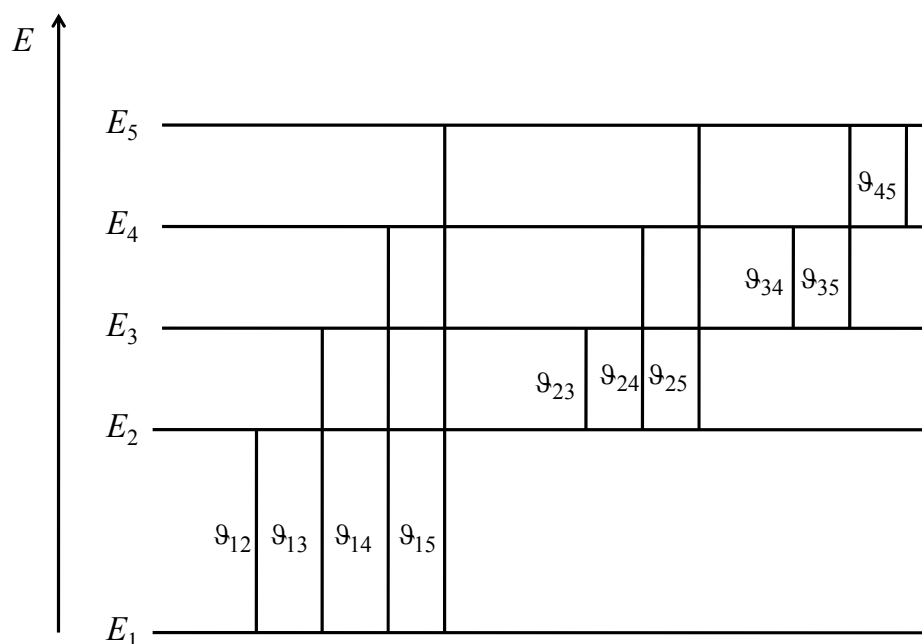


Рис. Л.2.3. Энергетическая диаграмма атомной системы:

E_1, E_2, E_n – значение энергий на соответствующих уровнях;
 $\vartheta_{12}, \vartheta_{23}, \vartheta_{ij}$ – частотные переходы между соответствующими энергетическими уровнями

Любое изменение этой энергии связано со скачкообразным переходом из одного стационарного состояния в другое. Частота перехода определяется выражением:

$$\vartheta_{ij} = \frac{E_i - E_j}{h}, \quad (\text{Л.2.3})$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; E_i, E_j – значения энергий на соответствующих уровнях. Если $E_i < E_j$ – происходит испускание фотона, $E_i > E_j$ – происходит поглощение.

Реальный лазерный пучок можно рассматривать в виде квазиплоской и квазимонохроматической волны. Сложные волновые пучки можно раз-

ложить в спектр по плоским гармоническим волнам. Суперпозиция световых волн представляется как поле излучения реальных сред, состоящее из возбужденных атомов и молекул.

В основу лазера положено усиление вынужденного испускания фотонов. Однако интенсивность вынужденно испущенных фотонов нарастает в случае постоянной разности фаз отдельных фотонов. Наличие постоянного фазового соотношения между фотонами является основным критерием когерентности тех или иных колебаний.

Теоретические исследования, подтвержденные экспериментальными данными, показывают, что время когерентности связано со спектральной шириной излучения соотношением:

$$\tau_k = \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (\text{Л.2.4})$$

Возникновение спектральной ширины линий ($\Delta\omega$) в дискретных спектрах поглощения и излучения обусловлены тем, что уровни энергии атомной системы в реальности никогда не соответствуют строго определенным значениям, а переходы между ними – соответствуют строго определенным разностям энергий (рис. Л.2.4).

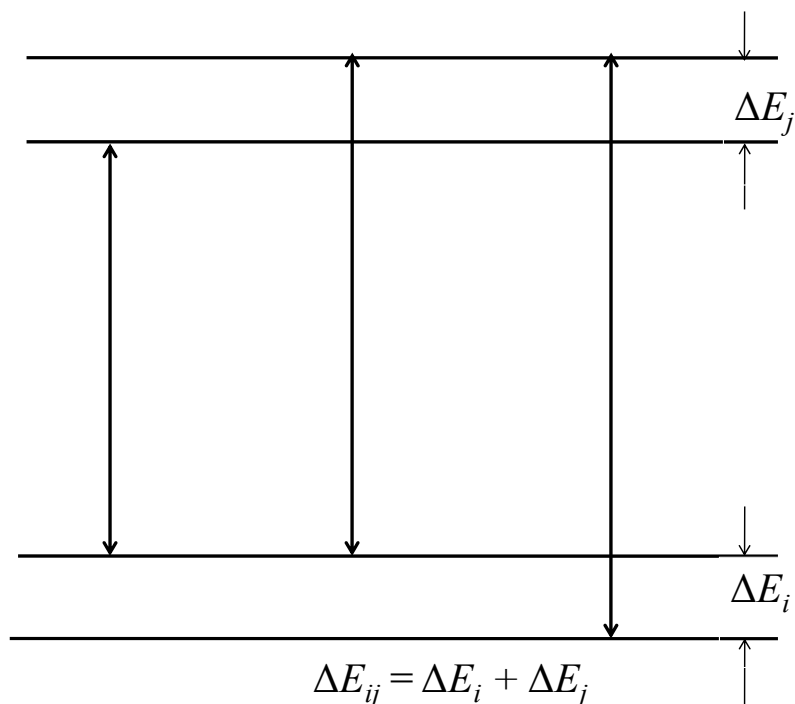


Рис. Л.2.4. Ширина уровней энергии и спектральной линии

При очень высоком разрешении наблюдается некоторое спектральное распределение поглощаемой или излучаемой интенсивности $I(\vartheta)$ около центральной частоты ϑ_0 (рис. Л.2.5).

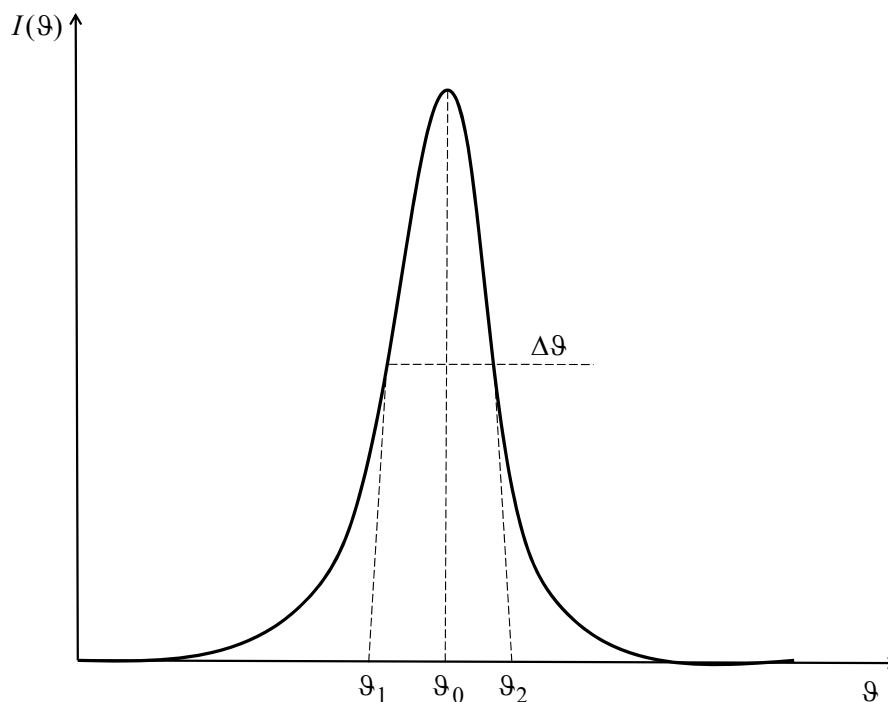


Рис. Л.2.5. Распределение интенсивности лазерного излучения по частотам

Частотный интервал $\delta\vartheta = |\vartheta_2 - \vartheta_1|$ между двумя частотами ϑ_1 и ϑ_2 , для которых $I(\vartheta_1) = I(\vartheta_2) = \frac{1}{2}I(\vartheta_0)$, называется шириной спектральной линии по полувысоте.

Область спектра в пределах спектра называется центральной областью, а области спектра $\vartheta < \vartheta_1$ и $\vartheta > \vartheta_2$ – крыльями линий.

Ширину уровней и ширину линий для покоящейся атомной системы называют естественной шириной. Величина ширины линий и уровней связаны с вероятностями спонтанного и вынужденного переходов, следовательно, и с распределением интенсивности внутри линии. Оценка величины спектральной ширины линии может быть произведена на основе кванто-механического соотношения неопределенности для времени и энергии.

$$\Delta E_{ij} \Delta t \leq \hbar. \quad (\text{Л.2.5})$$

Величина ΔE и представляет ширину уровня, для которого время жизни $\tau = \Delta t$. Уровень будет бесконечно узким только в том случае, если продолжительность существования данной системы в соответствующем состоянии будет бесконечно большой. Это будет иметь место для основного уровня системы, для которого время жизни бесконечно. Напротив, ширина возбужденного уровня с малым временем жизни будет значительной. Для обычных времен жизни возбужденных состояний $\tau = 10^{-8}$ с, что для спектральной ширины $\Delta \vartheta \approx 1 / 2\pi \cdot 10^{-8} \approx 10^7$ Гц. Отношение $\Delta \vartheta / \vartheta$ для видимого диапазона спектра ($\vartheta - 10^{15}$ Гц) – чрезвычайно малая величина, составляет порядка 10^{-8} . На практике спектральная ширина лазерного излучения уширяется за счет влияния столкновительного, теплового (доплеровское уширение), изотопического, вращательного и т. п. эффектов.

Согласно квантовой теории, ширина спектральной линии представляется в виде

$$\Delta \vartheta = \frac{4\pi v^2 \vartheta^2}{3m_{\text{в}} c^3}. \quad (\text{Л.2.6})$$

Из формулы (Л.2.6) видно, что спектральная ширина пропорциональна квадрату частоты. Если перейти от шкалы частоты к шкале длин волн, то получим

$$\Delta \lambda_0 = \frac{4\pi v^2}{3m_{\text{в}} c^2}. \quad (\text{Л.2.7})$$

Согласно классической теории, естественная ширина линии, выраженная в длинах волн, не зависит от длины волны. Оценка величины $\Delta \lambda_0$ из формулы (Л.2.7) очень мала, $\Delta \lambda_0 = 1,16 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}$.

Экспериментальный способ измерения спектральной ширины лазерного излучения выполняется согласно оптической схеме, приведенной на рис. Л.2.6.

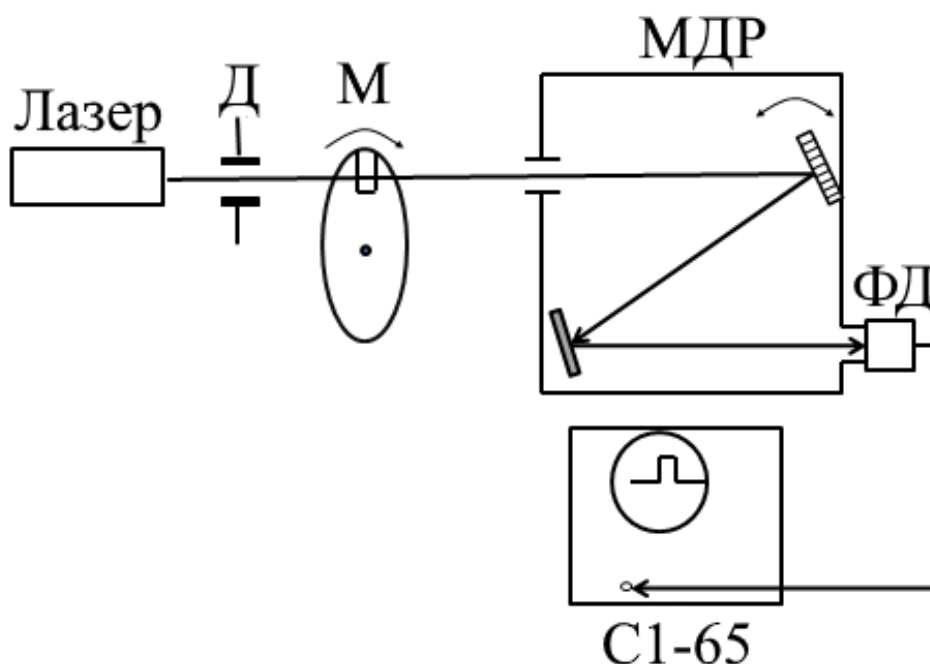


Рис. Л.2.6. Оптическая схема измерения спектральной ширины лазера:

Д – диафрагма; М – прерыватель лазерного луча; МДР – монохроматор; ФД – фотодетектор; С1–65 – осциллограф

Модулированное лазерное излучение падает по нормали на входную щель монохроматора МДР–23. Вращением барабана монохроматора достигается максимальная интенсивность лазерного излучения, падающего на белый экран, установленный за выходной щелью. Затем на выходной щели устанавливается фотоприемник, который преобразовывает световой сигнал на электрический. Соединительным кабелем электрический сигнал поступает на вход осциллографа С1–65, на экране которого регистрируется амплитуда электрического сигнала. При вращении барабана монохроматора изменяется амплитуда электрического сигнала.

Таким образом, в ходе измерения регистрируется кривая зависимости интенсивности лазерного излучения от длины волны. Характер этой зависимости показывает распределение энергии лазерного излучения по частотам, что соответствует спектральной ширине лазерного излучения, приведенной на рис. Л.2.5. Спектральную ширину излучения внутри линии (распределение интенсивности лазерного излучения по частотам)

можно вычислить следующим образом. На уровне полувысоты интенсивности лазерного излучения соответствующей моды (длины волны λ_0) проводят горизонтальную прямую линию до совпадения с контуром спектра. Из точек пересечения опускаются вертикальные линии до горизонтальной оси (длин волн). Определяются точки пересечения как λ_1 и λ_2 . Разность длин волн вычисляется из соотношения $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Далее спектральная ширина (часто называемая полушириной) лазерного излучения, принятая в практической спектроскопии, определяется из выражения

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} (\text{см}^{-1}). \quad (\text{Л.2.8})$$

Таким образом, спектральная ширина лазерного излучения определяется интервалом частот $\Delta\vartheta(\Delta\lambda)$ около центра линии, на краях которого интенсивность падает в два раза по сравнению с центром линии.

Порядок выполнения работы

Следует соблюдать технику безопасности при работах с устройствами и приборами лазерного излучения (инструкция в лабораторной аудитории).

1. Собрать экспериментальную установку по схеме, изображенной на рис. Л.2.6.

2. Включить лазер. Установить электромеханический модулятор непосредственно перед лазером.

3. С помощью поворотных зеркал и юстировочных механизмов завести лазерное излучение во входную щель монохроматора МДР-23. Вращением червячного механизма добиться полного выхода лазерного луча через выходную щель монохроматора.

4. Установить фотоприемник на выходной щели.

5. Сигнальный кабель фотоприемника соединить со входом осциллографа.

6. Получить устойчивый сигнал на экране осциллографа. Плавным вращением червячного механизма монохроматора и регулированием ширины входной и выходной щелей достичь максимальной интенсивности электрического сигнала на экране осциллографа. Убедиться, что фотоприемник работает в линейном режиме.

7. Вращением барабана монохроматора вывести лазерный луч. На экране осциллографа величина электрического сигнала станет равной фоновому значению. Записать фоновое значение сигнала в таблицу.

8. Плавно вращать барабан монохроматора в обратном направлении и зафиксировать амплитудные значения электрического сигнала с экрана осциллографа.

9. Построить график зависимости значения интенсивности лазерного излучения от длины волны (λ) и от частоты (ϑ), учитывая, что $\lambda = \frac{c}{\vartheta}$ — скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

10. Вычислить значение спектральной ширины излучения из полученной графической зависимости согласно формуле (Л.2.8) и занести данные в табл. Л.2.1.

11. Повторить еще два раза измерения по п.п. 7, 8, 9, изменив временную и/или амплитудную развертку осциллографа на один-два шага переключателя.

12. Найти среднее значение спектральной ширины излучения лазера.

13. Выключить лазер и все приборы и разобрать экспериментальную схему.

Таблица Л.2.1

№ п/п	λ_0 , мкм	n , показание монохром	U, В	λ_1 , мкм	λ_2 , мкм	$\Delta\vartheta$, см ⁻¹	$\Delta\vartheta_{\text{ср}}$, см ⁻¹	$\delta\vartheta_{\text{ср}}$, %
1								
2								

Относительную погрешность экспериментальных измерений спектральной ширины излучения лазера вычислить по формуле:

$$\delta\vartheta = \frac{\Delta(\Delta\vartheta_{\text{ср. кв}})}{\Delta(\vartheta_{\text{ср. ар}})} \cdot 100 \%$$

Контрольные вопросы к защите

1. Как определяется спектральная ширина лазерного излучения и каковы ее основные характеристики?
2. Объясните физический механизм возникновения спектральной ширины лазерного излучения.
3. Как связана спектральная ширина лазерного излучения с временной и пространственной когерентностью?
4. Экспериментальные способы измерения спектральной ширины лазерного излучения.
5. Выведите расчетную формулу для расчета спектральной ширины лазерного излучения.

Список литературы

1. Звелто О. Принцип лазеров : учеб. пособие. – М. : Мир, 2004. – 558 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М. : Наука, 1973. – 719 с.
3. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. – М. : Наука, 1979. – 328 с.
4. Айрапетян В. С., Ушаков О. К. Физика лазеров. – Новосибирск : СГГА, 2012. – 133 с.

9.3.3. Лабораторная работа № 3. Измерение спектральных характеристик интерферометра Фабри – Перо

Цель работы

Ознакомиться с существующими представлениями об интерференции электромагнитных волн методами деления волнового фронта и амплитуды. Выполнить экспериментальные измерения длин волн в спектрах поглощения или излучения и анализа структуры светового поля.

Приборы и принадлежности

1. Источник света (лазер).
2. Собирающие линзы.
3. Штангенциркуль.
4. Интерферометр Фабри – Перо.
5. Экран.

Подготовка к работе

По лекциям, настоящему практикуму и приведенному ниже списку литературы ознакомиться с принципом действия лазерных устройств, интерферометра Фабри – Перо и основных свойств излучения электромагнитных волн.

Вопросы для допуска к работе

1. Законы распространения световых пучков.
2. Какие физические величины характеризуют электромагнитную волну?
3. Охарактеризуйте основные свойства лазерного излучения.
4. Основные условия возникновения интерференции электромагнитных волн. Когерентные и монохроматические световые волны. Пространственная и временная когерентность.
5. Многолучевая интерференция. Принципы действия интерферометра Фабри – Перо.

Теоретическое введение

Интерференция – это явление, при котором две или более когерентные и монохроматичные световые волны после наложения друг на друга будут изменять интенсивность в области суперпозиции от точки к точке, достигая максимума, превышающего сумму интенсивностей волн, и минимума, который может оказаться равным нулю.

Существует два общих способа получения интерферирующих волн из одного светового источника, и они лежат в основе классификации устройств, применяемых в интерферометрии.

Метод деления волнового фронта – двухлучевая интерференция, возникающая в области суперпозиции двух волн, появляющихся после деления волнового фронта одного источника света.

Метод деления амплитуды – многолучевая интерференция, возникающая в области суперпозиции большого числа волн после их разделения одной световой волной на одной или нескольких частично отражающих, частично пропускающих поверхностях.

Рассмотрим основные особенности многолучевой интерференции на примере интерферометра Фабри – Перо, который является обычным спектроскопическим прибором и со времени его изобретения в 1899 г. играет важную роль в лазерной физике.

Физические процессы, происходящие в ИФП на фундаментальном уровне, аналогичны тем, что имеют место в оптических резонаторах. Во многих случаях ИФП применяют для селекции частот внутри лазерного резонатора, также его используют для анализа спектра лазерного излучения.

ИФП состоит из двух плоскопараллельных зеркал с коэффициентами отражения R_1 и R_2 , разделенных промежутком длиной L , заполненным средой с показателем преломления n .

Рассмотрим плоскую волну с частотой ϑ , падающую на интерферометр в направлении, составляющем угол θ' с нормалью к обоим зеркалам (рис. Л.3.1). Выходной пучок, покидающий ИФП, представляет собой суперпозицию пучка, прошедшего через оба зеркала, с пучками, возникающими благодаря многократным отражениям (см. рис. Л.3.1). Если за ИФП разместить объектив (собирающую линзу с фокусным расстоянием f),

то все лучи соберутся в одну точку фокальной плоскости экрана и проинтерферируют (так как вышли из одной и той же точки протяженного источника).

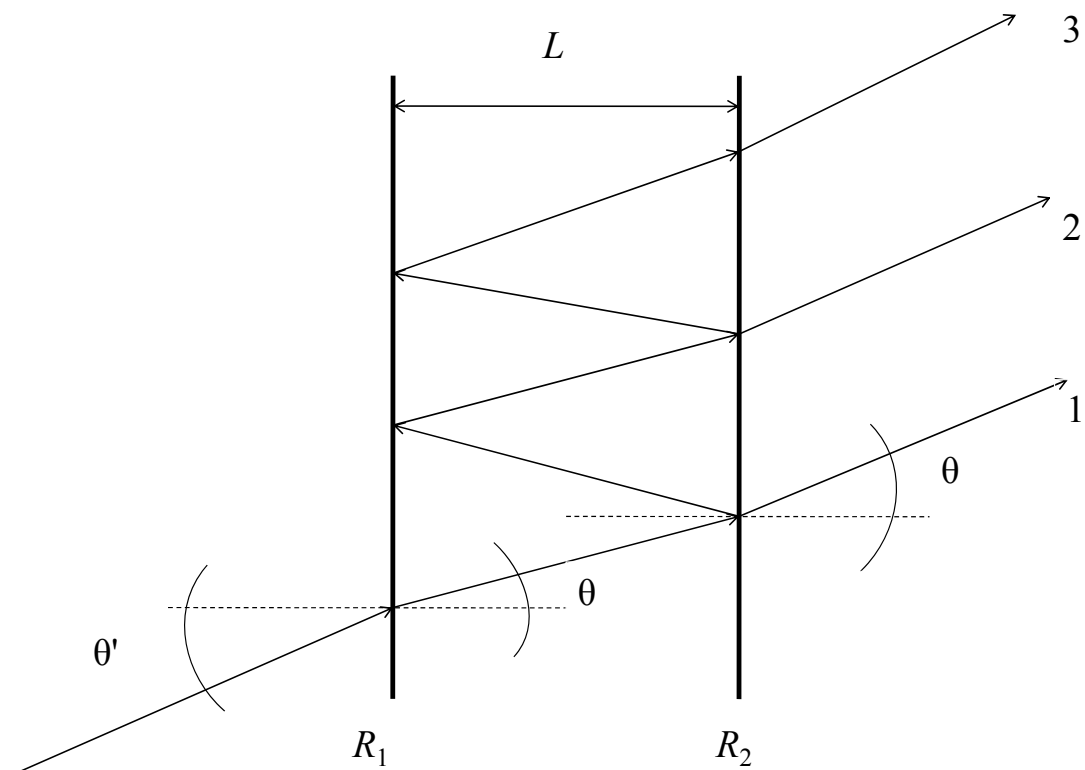


Рис. Л.3.1. Многолучевая интерференция в интерферометре Фабри – Перо:
 R_1 и R_2 – коэффициенты отражения зеркал; L – расстояние между зеркалами

Таким образом, амплитуда электрического поля выходного пучка E_t получается суммированием амплитуд E_l всех этих пучков с учетом соответствующих фазовых сдвигов. Учитывая многократные отражения для результирующего поля, получим:

$$E_t = \sum_{l=1}^{\infty} E_l = \left[E_0 t_1 t_2 e^{i\phi'} \right] \sum_{m=0}^{\infty} (r_1 r_2)^m \exp(2mi\phi). \quad (\text{Л.3.1})$$

Как показано на рис. Л.3.1, E_0 – амплитуда пучка, падающего на интерферометр; t_1 и t_2 – коэффициенты пропускания электрического поля

обоих зеркал; r_1 и r_2 – коэффициенты отражения электрического поля зеркал; ϕ' – фазовый набег при однократном прохождении обоих зеркал.

После несложного математического преобразования и с учетом $R_1 = (r_1)^2$, $R_2 = (r_2)^2$, $(t_1)^2 = 1 - R_1$ и $(t_2)^2 = 1 - R_2$ для коэффициента пропускания можно получить:

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{\left[1 - \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^{1/2}\right]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \phi}. \quad (\text{Л.3.2})$$

Из выражения (Л.3.1) следует, что пропускание интерферометра зависит от двойного фазового сдвига между последовательными отражениями

$$2\phi = \frac{4\pi n_r \mathfrak{G}}{c} L \cos \theta, \quad (\text{Л.3.3})$$

где n_r – показатель преломления зеркал; \mathfrak{G} – частота падающего излучения; c – скорость распространения электромагнитной волны.

Максимальное и минимальное значения пропускания ИФП можно вычислить согласно формулам:

$$T_{\max} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{\left[1 - (R_1 R_2)^{1/2}\right]^2}; \quad (\text{Л.3.4})$$

$$T_{\min} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{\left[1 + (R_1 R_2)^{1/2}\right]^2}. \quad (\text{Л.3.5})$$

Зависимость пропускания ИФП от частоты \mathfrak{G} падающей электромагнитной волны (рис. Л.3.2) показывает, что в максимуме пропускания, т. е. когда $\phi = m\pi$ ($m = 1, 2, 3$ – положительное целое число), все волны, образующиеся вследствие многократных отражений, находятся в фазе, следовательно, при наложении лучи будут усиливать друг на друга. Минимумы пропускания достигается при $\sin^2 \phi = 1$, т. е. $\phi = (2m + 1)\pi/2$.

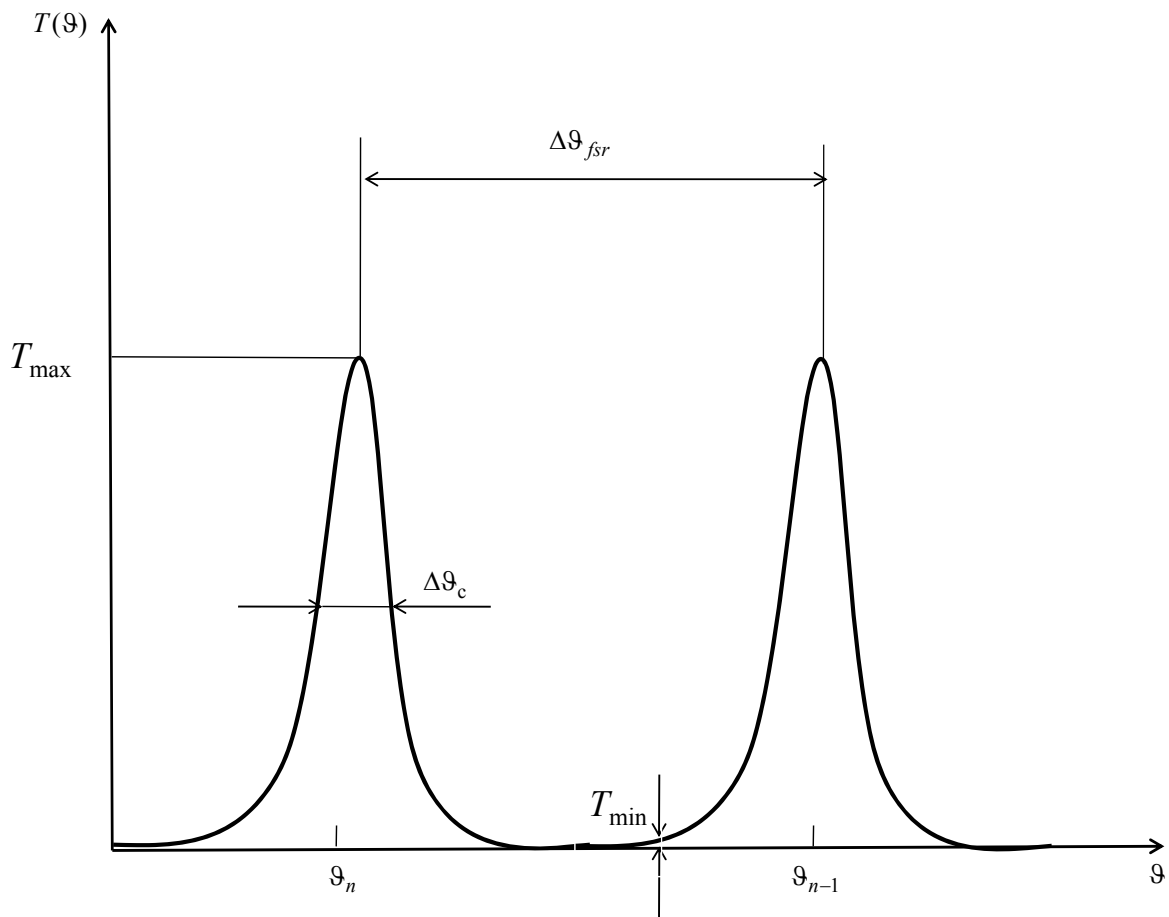


Рис. Л.3.2. Пропускание интерферометра Фабри – Перо от частоты падающей электромагнитной волны [3]: $\Delta\theta_{fsr}$ – разность частот между двумя соседними максимумами (область дисперсии); $\Delta\theta_c$ – спектральная ширина пропускания полосы с максимумом на частоте θ_n

Таким образом, из каждой точки источника света лучи выходят в самых разных направлениях. В результате на экране будет формироваться интерференционная картина. Эта картина симметрична относительно оптической оси, каждая линия равной интенсивности будет соответствовать одному и тому же углу, поэтому картина будет иметь вид системы концентрических интерференционных колец – полос равного наклона.

Для ее визуального наблюдения используется зрительная труба, установленная на бесконечность (в окуляр трубы четко видны объекты, находящиеся на значительном удалении от нее).

Рассмотрим основные спектральные характеристики ИФП.

1. **Угловая дисперсия** $D_{\theta'} = \frac{d\theta'}{d\lambda}$ характеризует изменение углового радиуса θ'_i колец с изменением длины волны излучения.

После дифференцирования уравнения $2L \cos \theta' = m\lambda$ для максимумов по переменным θ'_i и λ получим:

$$D_{\theta'} = -\frac{m}{2L \sin \theta'_i} \quad (\text{Л.3.6})$$

i -го светлого кольца.

2. **Линейная дисперсия** $D_R = \frac{dR}{d\lambda}$ характеризует изменение радиуса R_i колец с изменением длины волны излучения. Она связана с угловой дисперсией соотношением:

$$D_R = f D_{\theta'} = -\frac{fm}{2L \sin \theta'_i}. \quad (\text{Л.3.7})$$

Если в спектре излучения источника присутствуют близкие длины волны, то, измерив радиусы колец R и $R + dR$, $dR \ll R$, можно из (Л.3.7) найти $d\lambda$:

$$d\lambda = \frac{dR}{D_R} = -\frac{\lambda R_i}{f^2} dR; \quad (\text{Л.3.8})$$

$$D_R = \frac{dR}{d\lambda} = -\frac{fm}{2h \sin \theta_i} \approx -\frac{f^2}{\lambda \cdot R_i}. \quad (\text{Л.3.9})$$

Знак «минус» в последних соотношениях указывает, что с увеличением длины волны радиус интерференционных колец уменьшается. Это обстоятельство необходимо учитывать при расшифровке интерференционных картин.

Отметим следующее обстоятельство. Если источник излучает несколько близких длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j, \dots$, то для каждой длины будет наблюдаться своя система колец.

Тогда, измерив радиусы колец для λ_j и построив в соответствии с (Л.3.8) график, можно найти каждую из λ_j . Однако если радиусы колец *в одном и том же порядке интерференции* мало отличаются друг от друга ($dR \ll R$), то, используя формулу (Л.3.8), можно существенно повысить точность нахождения $d\lambda$. В самом деле, запишем (Л.3.8) в виде:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{R_i}{f^2} dR,$$

откуда

$$d\lambda = -\frac{R_i \cdot \lambda}{f^2} dR. \quad (\text{Л.3.10})$$

Так как обычно $\frac{R_i}{f} \sim 10^{-2}$, а $dR \ll R$, то отношение $\frac{d\lambda}{\lambda}$ может принимать значение $10^{-5} - 10^{-6}$. Таким образом, в видимом диапазоне ИФП позволяет находить $d\lambda$ порядка десятых и сотых долей ангстрема.

3. Область свободной дисперсии $\Delta\lambda$ – предельная ширина спектрального интервала излучения, падающего на ИФП, при котором на интерференционной картине не происходит перекрывания порядков. Совпадение m -го порядка интерференции для длины волны $(\lambda + \Delta\lambda)$ с $(m + 1)$ -м порядком для длины волны λ произойдет, если для разности хода

$$\Delta = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda,$$

откуда для области дисперсии

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}. \quad (\text{Л.3.11})$$

Так как для ИФП

$$m_{\max} = \frac{2L}{\lambda},$$

то

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{2L}. \quad (\text{Л.3.12})$$

С учетом (Л.3.10) ширина частот свободной спектральной зоны определяется

$$\Delta\vartheta_{fsr} = \frac{c}{2Ln_r \cos\theta}. \quad (\text{Л.3.13})$$

Ширина частот пика интенсивности определяется

$$\Delta\vartheta_c = \frac{c}{2Ln_r \cos\theta} \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{\pi(R_1 R_2)^{1/2}}. \quad (\text{Л.3.14})$$

Из выражений (Л.3.13) и (Л.3.14) получаем резкость интерферометра, показывающую, насколько узка линия пропускания по сравнению с областью дисперсии

$$F = \frac{\Delta\vartheta_{fsr}}{\Delta\vartheta_c} = \frac{\pi(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}. \quad (\text{Л.3.15})$$

Таким образом, резкость интерферометра определяет его разрешающую способность через область дисперсии. Формула (Л.3.14) позволяет также получить оценку для коэффициента отражения зеркал R .

Экспериментальная установка

Используемая в данной лабораторной работе установка (рис. Л.3.3) состоит из источника света, собирающих линз, интерферометра Фабри – Перо, экрана, на котором проецируется интерференционная картина. Для выделения одной монохроматической линии между первой линзой и ИФП можно установить светофильтр.

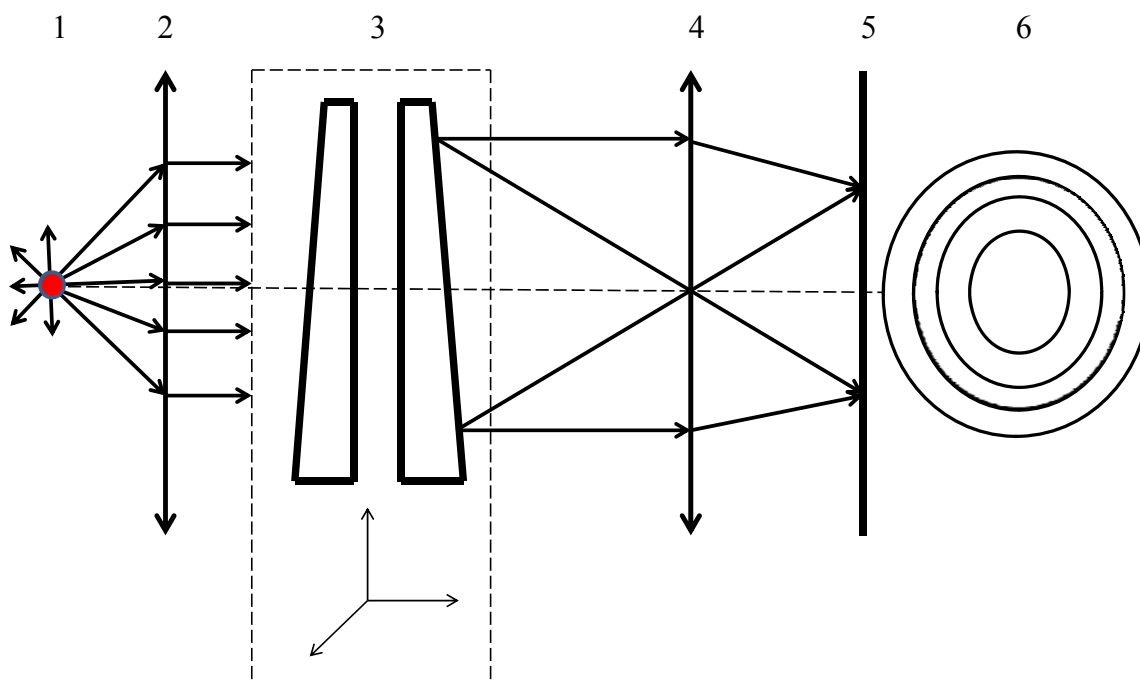


Рис. Л.3.3. Оптическая схема экспериментальной установки для измерения параметров интерферометра Фабри – Перо:
 1 – источник света; 2, 4 – линзы; 3 – интерферометр Фабри – Перо, установленный на трехкоординатном столике; 5 – экран; 6 – интерференционная картина на экране

С помощью регулировочных винтов на координатном столике предварительной юстировкой добиваются высокой параллельности пластин ИФП. При падении параллельных лучей на ИФП в фокусе выходной линзы на экране наблюдается интерференционная картина в виде концентрических колец.

Порядок выполнения работы

Следует соблюдать технику безопасности при работах с устройствами и приборами лазерного излучения (инструкция в лабораторной аудитории).

1. Собрать экспериментальную установку по схеме, изображенной на рис. Л.3.3.

2. Включить питание источника света. Регулировкой микровинтов ИФП добиться устойчивой интерференционной картины в виде концентрических колец на экране, расположенном на расстоянии 100–200 см. Плоскость экрана должна быть перпендикулярна пучку света.

3. Штангенциркулем измерить радиусы кривизны интерференционных колец (от первого и последующих колец). Затем измерить ширину радиуса кривизны колец dR .

4. Измерить расстояние между пластинами ИФП. Измерения провести не менее трех раз.

5. Занести результаты измерений в таблицу. Вычислить изменение длины волны $d\lambda$ по формуле (Л.3.8).

6. По формулам (Л.3.13), (Л.3.14) и (Л.3.15) вычислить ширину свободной зоны, спектральную ширину пика интерференционных колец, а также резкость ИФП. Повторить измерения пп. 3, 4, 5 и вычисления п. 6 не менее трех раз. Вычислить среднее значение полученных величин и оценить абсолютную и относительную погрешности измерений. Относительную погрешность экспериментальных измерений спектральной ширины излучения лазера вычислить по формуле:

$$\delta\vartheta = \frac{\Delta(\Delta\vartheta_{\text{ср.кв}})}{\Delta(\vartheta_{\text{ср.ар}})} \cdot 100 \text{ \%}.$$

7. Выключить лазер и разобрать экспериментальную установку.

Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схему интерферометра Фабри – Перо и объясните способ формирования интерференционной картины.

2. Выведите формулу для разности хода между соседними лучами.

3. Почему интерференционная картина, полученная с помощью ИФП, будет четкой даже для протяженного источника излучения?

4. Чему равен порядок интерференции в центре картины? Как изменяется порядок при удалении от центра?

5. Как зависит радиус интерференционного кольца от его номера?

6. Что называют угловой и линейной дисперсией ИФП? Получите формулу для нахождения этих величин.

7. Что такое область дисперсии спектрального прибора? Получите соответствующую формулу для ИФП?

8. Каков критерий для нахождения разрешающей способности ИФП?

Список литературы

1. Звелто О. Принцип лазеров : учеб. пособие. – М. : Мир, 2004. – 558 с.

2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М. : Наука, 1973. – 719 с.

3. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. – М. : Наука, 1979. – 328 с.

4. Айрапетян В. С., Ушаков О. К. Физика лазеров. – Новосибирск : СГГА, 2012. – 133 с.

Учебное издание

Айрапетян Валерик Сергеевич

Романовский Олег Анатольевич

ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Редактор *Е. К. Деханова*

Компьютерная верстка *Н. Ю. Леоновой*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.

Подписано в печать 20.09.2017. Формат 60 × 84 1/16

Усл. печ. л. 4,65. Тираж 101 экз. Заказ 146.

Гигиеническое заключение

№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГУГиТ

630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ

630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.