Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет геосистем и технологий» (СГУГиТ)

С. В. Савелькаев

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве практикума для обучающихся по специальности 17.05.01 Боеприпасы и взрыватели (уровень специалитета)

> Новосибирск СГУГиТ 2023

УДК 539.3/.6 C128

> Рецензенты: доктор технических наук, профессор Новосибирского высшего военного командовского ордена Жукова училища *М. Е. Лапшаков*

> > доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН *П. А. Фомин*

кандидат технических наук, доцент СГУГиТ В. С. Корнеев

Савелькаев, С. В.

С128 Сопротивление материалов : практикум / С. В. Савелькаев. – Новосибирск : СГУГиТ, 2023. – 148 с. – Текст : непосредственный. ISBN 978-5-907711-13-6

Практикум подготовлен доктором технических наук, профессором С. В. Савелькаевым на кафедре специальных устройств и технологий СГУГиТ.

Содержит пять практических работ, включающих тринадцать заданий в тридцати вариантах по расчету стержней и балок различного профиля на прочность и жесткость при различных видах деформаций, таких как растяжение и сжатие, кручение, изгиб при одновременном построении эпюр внутренних силовых факторов. Также представлены задания по определению геометрических характеристик плоских сечений и задания на устойчивость стержней. Для всех заданий даны подробные примеры их решения.

Практикум по дисциплине «Сопротивление материалов» предназначен для обучающихся по специальности 17.05.01 Боеприпасы и взрыватели (уровень специалитета), а также может быть использован по направлениям подготовки 12.03.01 Приборостроение, 12.03.02 Оптотехника, 20.03.01 Техносферная безопасность, 27.03.05 Инноватика (уровень бакалавриата).

Рекомендован к изданию кафедрой социальных устройств, инноватики и метрологии, Ученым советом Института оптики и технологий информационной безопасности СГУГиТ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета СГУГиТ

УДК 539.3/.6

© СГУГиТ, 2023

ISBN 978-5-907711-13-6

СОДЕРЖАНИЕ

Введение
Практическая работа № 1. Определение реакций опор и реакций связей конструкций
Практическая работа № 2. Расчет элементов конструкций на прочность при растяжении
Практическая работа № 3. Расчет элементов конструкций на прочность при кручении
Практическая работа № 4. Расчет элементов конструкций на прочность при изгибе
Практическая работа № 5. Расчет элементов конструкций на прочность при сложном нагружении и расчет элементов на устойчивость
Заключение
Библиографический список рекомендованной литературы134
Приложение 1. Варианты заданий
Приложение 2. Образец оформления титульного листа практической работы

ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление материалов – одна из важнейших дисциплин в подготовке обучающихся высших учебных заведений технических специальностей. Теория прочности и напряженного состояния позволяет выполнить расчет конструкций, сооружений, машин, механизмов и их деталей на прочность и жесткость при различных видах деформаций, таких как растяжение и сжатие, кручение и изгиб, а также выполнить расчет на устойчивость и проектный расчет. Основными расчетными элементами конструкций, сооружений, машин и механизмов являются пластины, стержни, балки и брусы различного профиля, а также тросы и канаты.

Хорошее усвоение этой дисциплины требует не только глубокого изучения ее теории, но и приобретения твердых навыков в решении практических задач по расчету элементов конструкций, сооружений, машин и механизмов на прочность и жесткость при различных видах деформаций.

В практикуме приведено пять практических работ, включающих тринадцать заданий в тридцати вариантах по расчету стержней и балок различного профиля на прочность и жесткость при различных видах деформаций, таких как растяжение и сжатие, кручение, изгиб при одновременном построении эпюр внутренних силовых факторов. Также представлены задания по определению геометрических характеристик плоских сечений и задания на устойчивость стержней (прил. 1). Для всех заданий даны подробные примеры их решения. Кроме того, приводится образец оформления титульного листа практической работы (прил. 2).

Практикум предназначен для обучающихся по специальности 17.05.01 Боеприпасы и взрыватели (уровень специалитета). На основе приведенных примеров обучающиеся (особенно заочных и очно-заочных форм) могут самостоятельно выполнять эти задания, тем самым закрепляя теоретические основы сопротивления материалов.

4

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР И РЕАКЦИЙ СВЯЗЕЙ КОНСТРУКЦИЙ

Задание 1. Определить реакции опор и реакции связи плоской составной конструкции.

Задана нагруженная плоская составная стержневая конструкция, состоящая из двух частей, связанных между собой шарнирной связью. Конструкция размещена на опорах. Условное обозначение опор, шарнирной связи и их реакции приведены в табл. 1. Варианты схем конструкции приведены на рис. 1–5, а исходные данные – в табл. 2. Оси координат x и yнаправлены соответственно горизонтально и вертикально в плоскости чертежа этой конструкции.

Требуется найти реакции опор и связи.

Таблица 1





Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3



Рис. 4



Рис. 5

Таблица 2

N⁰	Р	q	M	а	N⁰	P	q	М	a
варианта	кН	<i>кН/</i> м	кН∙м	М	варианта	кН	к <i>Н/</i> м	кН∙м	М
1	4	4	8	2	16	_	8	49	2
2	2	2	4	2	17	4	6	8	2
3	8	2	4	2	18	2	2	8	2
4	2	2	8	2	19	2	2	—	2
5	4	4	8	2	20	4	2	—	2
6	2	2	8	2	21	4	2	8	2
7	—	8	49	2	22	4	2	—	1
8	4	—	8	2	23	4	2	16	2
9	2	8	8	1	24	4	2	16	2
10	2	4	8	2	25	—	4	2	2
11	4	2	8	2	26	3	2	9	3
12	4	2	10	2	27	4	2	3	2
13	4	—	4	2	28	4	8	4	1
14	8	—	—	2	29	2	2	40	2
15	—	2	4	2	30	2	2	4	2

Пример выполнения задания 1

Задана плоская составная стержневая конструкция, состоящая из двух частей *AB* и *BD*, связанных между собой шарнирной связью *B*, показанная на рис. 6. Конструкция размещена на опорах *A* и *C*. К ней приложены внешние сосредоточенные силы P = 2 кH, распределенная внешняя нагрузка с интенсивностью q = 2 кH/м и сосредоточенные внешние моменты M = 4 кH·м. Размер a = 1 м.

Требуется найти реакции опор А, С и связи В.





Решение

В общем случае систему уравнений равновесия плоской конструкции, состоящую из двух уравнений проекций и одного уравнения моментов, можно записать в виде

$$\sum_{i} F_{xi} = 0; \ \sum_{i} F_{yi} = 0 \frac{1}{2}; \ \sum_{i} M_{o}(\vec{F}_{i}) + \sum_{m} M_{m} = 0, \tag{1}$$

где F_{xi} и F_{yi} – проекции внешних сил, действующих на конструкцию, и реакций ее опор на оси координат x и y; $M_o(\vec{F}_i) = F_i h_i$ и h_i – моменты и плечи этих сил и реакций относительно какой-либо точки O; M_m – внешние сосредоточенные моменты, приложенные к конструкции.

Если F_{xi} и F_{yi} направлены в сторону увеличения положительных значений осей x и y, а $M_o(\vec{F_i})$ и M_m при взгляде с конца к началу этих осей – против хода часовой стрелки, то в (1) они выбираются положительными, а если они направлены наоборот – отрицательными.

Согласно (1) уравнений равновесия плоской конструкции можно составить только три, тогда как согласно табл. 1 число неизвестных реакций опор A (заделки) и C (катка) рассматриваемой плоской составной конструкции составляет четыре.

Для снятия статической неопределенности решаемой задачи разделим рассматриваемую конструкцию относительно связи *B* на две части *AB* и *BD* и, используя табл. 1, заменим действие опор *A* и *C* этой конструкции и ее связи *B* их реакциями X_A, Y_A, M_A, Y_C, X_B и Y_B . В результате получим расчетную схему, показанную на рис. 7, *a*, *б*, где первоначально направления реакций X_A, Y_A, M_A и Y_C опор *A* и *C* выбраны положительными, реакции X_B и Y_B связи *B* части *AB* – также положительными и они же части *BD* – отрицательными.



Рис. 7

Запишем систему уравнений равновесия (1) для каждой из частей *АВ* и *BD*.

Часть АВ:

1)
$$\sum X = X_A + X_B = 0;$$
 (2)
2) $\sum Y = Y_A - 4P + Y_B = 0;$
3) $\sum M_B = -2Y_A a + 4Pa + M_A + 2M = 0;$
Часть *BD*:

4)
$$\sum X = -X_B - P = 0;$$

5) $\sum Y = -Y_B - P_q + P + Y_C - P = 0;$
6) $\sum M_B = -P_q a + 2Pa + Y_C a + Pa - M = 0,$
(3)

где уравнения моментов записаны относительно связи *B*; *P*_q – внешняя сосредоточенная сила

$$P_q = 2qa = 4 \ \kappa H, \tag{4}$$

приложенная посередине участка 2*a*, заменяющая внешнюю распределенную нагрузку с интенсивностью *q*.

Из систем уравнений равновесия (2) и (3) получим:

4)
$$X_B = -P = -2 \text{ kH};$$

1) $X_A = -X_B = 2 \text{ kH};$
6) $Y_C = P_q - 2P - P + M / a = 2 \text{ kH};$
5) $Y_B = -P_q + P + Y_C - P = -2 \text{ kH};$
2) $Y_A = -Y_B + 4P = 10 \text{ kH};$
3) $M_A = Y_A 2a - 4Pa - 2M = 4 \text{ kH·m},$
(5)

где номер перед реакцией соответствует номеру уравнения в этих системах, из которого она определена.

Если при расчете какая-либо из реакций X_A, Y_A, M_A и Y_C имела бы отрицательное значение, ее направление на расчетной схеме, показанной на рис. 7, необходимо было бы заменить на обратное и выполнить повторный расчет. Реакции X_B и Y_B связи B могут иметь как положительные, так и отрицательные значения.

Модули реакций R_A и R_B опор A и B определим из формул

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 10,198$$
 кH;
 $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 2,828$ кH.

Результаты расчета сведены в табл. 3.

Таблица 3

X _B	X_A	Y_C	Y _B	Y_A	M_A	R_A	R_B
		кН	кН∙м	кН			
-2	2	2	-2	10	4	10,2	2,8

Проверка

Для проверки правильности решения объединим части AB и BD расчетной схемы, показанной на рис. 7, a, δ относительно связи B вместе. В результате получим расчетную схему, показанную на рис. 8.



Рис. 8

Составим систему уравнений равновесия (1) для полученной расчетной схемы:

$$\begin{split} \sum X = & X_A - P = 2 - 2 = 0; \\ \sum Y = & Y_A - 4P - P - P_q + Y_C + P = 10 - 8 - 2 - 4 + 2 + 2 = 0; \\ \sum M_A = & M_A + 2M - M - 4Pa - Pa - 3P_q a + 3Y_C a + 4Pa = \\ = & 4 + 8 - 4 - 8 - 2 - 12 + 6 + 8 = 0, \end{split}$$
(6)

где уравнение моментов записано относительно опоры А.

Тождество уравнений (6) нулю при подстановке в них расчетных данных из табл. 3 свидетельствует о правильности решения.

Задание 2. Определить реакции опор пространственной конструкции.

Задана нагруженная пространственная стержневая конструкция, размещенная на опорах. Условные обозначения опор, которые используются в различных вариантах конструкции, и их реакции приведены в табл. 1. Варианты схем конструкции приведены на рис. 9–13, а исходные данные – в табл. 4. Оси координат x и y направлены соответственно горизонталь и вертикально в плоскости чертежа этой конструкции, а ось z – перпендикулярно к плоскости чертежа. Требуется найти реакции ее опор.



Рис. 9



Рис. 10







Рис. 12



Рис. 13

Таблица 4

Ma	D	a	14	a	Ma	D	a	14	a
JNO	I	9	11/1	u	JNG	Γ	9	11/1	u
варианта	кН	к <i>Н/</i> м	кН∙м	Μ	варианта	кН	к <i>Н/</i> м	кН∙м	Μ
1	2	4	_	2	16	2	2	_	2
2	4	2	_	2	17	4	2	10	2
3	2	2	_	2	18	4	2	6	1,5
4	2	-	_	2	19	8	2	_	2
5	4	2	_	2	20	4	3	_	2
6	_	2	8	2	21	4	2	_	2
7	4	2	8	2	22	2	_	8	2
8	4	2	—	4	23	2	2	8	2
9	4	2	_	4	24	4	—	8	1
10	4	2	8	1	25	6	2	_	2
11	2	—	8	2	26	2	2	_	2
12	4	2	_	2	27	4	2	_	2
13	3	2	4	2	28	4	2	_	4
14	4	2	8	2	29	4	2	_	2
15	8	2	_	2	30	4	2	_	4

Пример выполнения задания 2

Задана пространственная стержневая конструкция, показанная на рис. 14. Конструкция размещена на опорах A, B, C и D. К ней приложены внешняя сосредоточенная сила P = 6 кH, распределенная внешняя нагрузка с интенсивностью q = 3 кH/м и сосредоточенный внешний момент M = 2 кH·м. Размер a = 4 м.

Требуется найти реакции ее опор *A*, *B*, *C* и *D*.



Рис. 14

Решение

В общем случае систему уравнений равновесия пространственной конструкции, состоящую из трех уравнений проекций и трех уравнений моментов, можно записать в виде

$$\sum_{i} F_{xi} = 0; \sum_{i} F_{yi} = 0; \sum_{i} F_{zi} = 0;$$

$$\sum_{i} M_{xO}(\vec{F}_{i}) + \sum_{m} M_{xm} = 0; \sum_{i} M_{yO}(\vec{F}_{i}) + \sum_{m} M_{ym} = 0;$$

$$\sum_{i} M_{zO}(\vec{F}_{i}) + \sum_{m} M_{zm} = 0,$$
(7)

где F_{xi} , F_{yi} и F_{zi} – проекции внешних сил, действующих на конструкцию, и реакций ее опор на оси координат x, y и z; $M_{xO}(\vec{F_i}) = F_{xi}h_i$, $M_{yO}(\vec{F_i}) = F_{yi}h_i$ и $M_{zO}(\vec{F_i}) = F_{zi}h_i$ – моменты этих сил и реакций относительно осей координат x, y и z в соответствующих плоскостях Oyz, Oxz и Oxy при условии, что эти плоскости рассматриваются со стороны конца осей координат x, y и z; h_i – плечи этих проекций сил и проекций реакций относительно какой-либо произвольной точки O в соответствующих плоскостях Oyz, Oxz и Oxy; M_{xm} , M_{ym} и M_{zm} – внешние сосредоточенные моменты, приложенные к конструкции в этих же соответствующих им плоскостях Oyz, Oxz и Oxy.

Если F_{xi} , F_{yi} и F_{zi} направлены в сторону увеличения положительных значений осей x, y и z, а $M_{xO}(\vec{F}_i)$, $M_{yO}(\vec{F}_i)$, $M_{zO}(\vec{F}_i)$, M_{xm} , M_{ym} и M_{zm} при взгляде с конца к началу этих осей – против хода часовой стрелки, то они в (7) выбираются положительными, а если они направлены наоборот – отрицательными.

Отбросим от рассматриваемой конструкции ее опоры A, B, C, D и, используя табл. 1, заменим их действие реакциями X_A, X_B, Y_B, Y_C, Z_C и X_D . В результате получим расчетную схему, показанную на рис. 15. Первоначально направления реакций X_A, X_B, Y_B, Y_C, Z_C и X_D выберем положительными.



Рис. 15

Согласно расчетной схеме, показанной на рис. 15, конструкция содержит шесть неизвестных реакций X_A, X_B, Y_B, Y_C, Z_C и X_D . Уравнений равновесия (7) для определения этих реакций тоже шесть, т. е. решаемая задача статически определена. Это позволяет записать систему уравнений равновесия (7) этой конструкции по ее расчетной схеме в виде:

1)
$$\sum X = X_A + X_B + X_D = 0;$$

2) $\sum Y = -P_q + Y_B + Y_C = 0;$
3) $\sum Z = -P + Z_C = 0;$
4) $\sum M_{Bx} = -Pa + Y_C a = 0;$
5) $M_{By} = -Pa - X_D a = 0;$
6) $M_{Bz} = -X_A a + P_q \frac{a}{2} - X_D a + M = 0,$
(8)

где уравнения моментов записаны относительно опоры *B*, которая выбрана за начало координат системы отсчета *Bxyz*; *P*_q – внешняя сосредоточенная сила (4)

$$P_q = qa = 12$$
 к H ,

приложенная посередине участка *a*, заменяющая внешнюю распределенную нагрузку с интенсивностью *q*.

Из системы уравнений равновесия (8) получим:

3)
$$Z_C = P = 6 \text{ kH};$$

4) $Y_C = P = 6 \text{ kH};$
5) $X_D = -P = -6 \text{ kH};$
2) $Y_B = -Y_C + P_q = 6 \text{ kH};$
6) $X_A = P_q / 2 - X_D + M / a = 12,5$
1) $X_B = -X_A - X_D = -6,5 \text{ kH},$

где номер перед реакцией соответствует номеру уравнения в этой системе, из которого она определена.

κ*H*;

Отрицательные значения реакций X_D и X_B характеризует то, что направления этих реакций должны быть изменены на обратные, как показано пунктиром на расчетной схеме, изображенной на рис. 15. После повторного расчета этих реакций с измененными направлениями они примут положительные значения $X_D = 6 \ \kappa H$ и $X_B = 6,5 \ \kappa H$.

Модули реакций R_B и R_C опор B и C определим из формул:

$$R_B = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} = 8,85$$
 кH; $R_C = \sqrt{y_C^2 + z_C^2} = 8,49$ кH.

Результаты расчета сведены в табл. 5.

Таблица 5

Z_C	Y _C	X_D	Y _B	X _A	X _B	R_B	R_C		
кН									
6	6	6	6	12,5	6,5	8,85	8,49		

Проверка

Для проверки правильности решения выберем произвольную точку *O*, как показано на расчетной схеме, приведенной на рис. 15. Точка *O* должна

быть выбрана так, чтобы в уравнения моментов (7) входили все шесть ранее определенных реакций Z_C , Y_C , X_D , Y_B , X_A и X_B из табл. 5.

Составим уравнения моментов (7) относительно этой точки:

$$\begin{split} \sum M_{xO} &= -P\frac{a}{2} + P_q \frac{a}{2} - Y_B \frac{a}{2} - Z_C \frac{a}{2} + Y_C \frac{a}{2} = -12 + 24 - 12 - 12 + 12 = 0 \,; \\ \sum M_{yO} &= X_A \frac{a}{2} - Pa - X_B \frac{a}{2} + X_D \frac{a}{2} = 25 - 24 - 13 + 12 = 0 \,; \\ \sum M_{zO} &= -X_A \frac{a}{2} + P_q \frac{a}{2} - X_B \frac{a}{2} + X_D \frac{a}{2} + M = -25 + 24 - 13 + 12 + 2 = 0 \,. \end{split}$$

Тождество этих уравнений нулю при подстановке в них расчетных данных из табл. 5 свидетельствует о правильности решения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Задание 3. Рассчитать продольные силы, нормальные напряжения и перемещения при осевом растяжении и сжатии стержня. Рассчитать стержень на прочность.

Нагруженный ступенчатый стержень из хрупкого материала с одним свободным, а с другим жестко закрепленным концом работает на центральное растяжение и сжатие либо только на растяжение или сжатие.

Схемы различных вариантов нагружения стержня показаны на рис. 16–20. Здесь же в таблицах приведены соответствующие этим схемам исходные данные. Ось координат *х* проходит по центральной оси стержня.

Требуется:

– построить эпюры внутренних продольных сил N_x , нормальных напряжений σ_x и перемещений u_x поперечных сечений стержня;

 проверить перемещение свободного конца, используя принцип независимости действия сил;

– проверить стержень на прочность, полагая, что стержень изготовлен из хрупкого материала с пределом прочности при растяжении $[\sigma_p] = 100$ МПа и сжатии $[\sigma_c] = 200$ МПа.

26



Рис. 16



Рис. 17



Рис. 18



Рис. 19



Рис. 20

Пример выполнения задания 3

Схема нагружения стержня показана на рис. 21, *a*, а исходные данные приведены в табл. 6.



Рис. 21

Таблица б

P_1	<i>P</i> ₂	<i>P</i> ₃	l_1	l_2	l_3	l_4	F_{AC}	F_{CE}	E
	Н		MM				MN	МПа	
2 000	1 000	2 000	200	200	250	250	80	40	$2 \cdot 10^5$

Решение

Для определения внутренних продольных сил N_{AB} , N_{BC} , N_{CD} и N_{DE} , нормальных напряжений σ_{AB} , σ_{BC} , σ_{CD} и σ_{DE} и удлинений или укорочений Δl_{AB} , Δl_{BC} , Δl_{CD} и Δl_{DE} стержня на участках AB, BC, CD и DE используем метод сечений. Для этого мысленно рассечем стержень сечениями 1-1, 2-2, 3-3 и 4-4 примерно посередине участков AB, BC, CD и DE, как показано на рис. 21, a.

Как известно, в общем случае, в сечении i - i балки может действовать шесть внутренних силовых факторов: $N_{xi} = Q_{xi}$ и M_{xi} – продольная сила и крутящий момент по оси x балки; Q_{yi}, Q_{zi} и M_{yi}, M_{zi} – поперечные силы и изгибающие моменты относительно осей y и z.

Условно положительные направления этих силовых факторов, которые необходимо откладывать слева от сечения i - i и справа от него, показаны на рис. 21, δ (правило знаков). С каким знаком эти силовые факторы определяются из уравнений равновесия, которые приведены в конкретных заданиях ниже, с таким знаком и следует откладывать их при построении эпюр этих силовых факторов.

Истинные направления этих силовых факторов совпадают с условно положительными направлениями, если силовые факторы при расчете положительны и направлены противоположно, если при расчете они отрицательны. Если истинные направления M_{yi}, M_{zi} соответствуют рис. 21, δ , то верхние волокна стержня на участке, через который проходит сечение i - i, сжаты, а нижние растянуты. Если же M_{yi}, M_{zi} направлены наоборот, то сжатие и растяжение верхнего и нижнего волокон необходимо поменять местами.

Так как поперечные сечения стержня, например, круглого, на его участках AC и CE постоянны F_{AC} и $F_{CE} = const$, то продольные силы N_{AB} ,

 N_{BC} , N_{CD} , N_{DE} и нормальные напряжения σ_{AB} , σ_{BC} , σ_{CD} , σ_{DE} на участках AB, BC, CD и DE стержня можно определить как $N_{AB} = N_{\chi_1}$, $N_{BC} = N_{\chi_2}$, $N_{CD} = N_{\chi_3}$, $N_{DE} = N_{\chi_4}$ и $\sigma_{AB} = \sigma_{\chi_1}$, $\sigma_{BC} = \sigma_{\chi_2}$, $\sigma_{CD} = \sigma_{\chi_3}$, $\sigma_{DE} = \sigma_{\chi_4}$, где N_{χ_1} , N_{χ_2} , N_{χ_3} , N_{χ_4} и σ_{χ_1} , σ_{χ_2} , σ_{χ_3} , σ_{χ_4} – внутренние продольные силы и нормальные напряжения в сечениях 1-1, 2-2, 3-3 и 4-4 стержня.

Уравнения равновесия в произвольном сечении *i* – *i* стержня можно записать в виде

$$N_{xi} + \sum_{k} P_{xk} = 0,$$
 (9)

где $N_{xi} = Q_{xi}$ – внутренняя продольная сила в сечении i - i с выбранным условно положительным направлением, показанным на рис. 21, 6; P_{xk} – внешние силы, приложенные к неотброшенной части стержня. Если N_{xi} и P_{xk} направлены в сторону увеличения положительных значении оси x, то они в уравнении (9) принимаются положительными, и отрицательными, если они направлены наоборот.

Если после расчета из уравнения (9) продольная сила N_{xi} в сечении i - i, откладываемая на ее эпюре N_x , положительна, то на участке, через который проходит это сечение, стержень растянут, а если отрицательна – сжат. Это же справедливо и для нормального напряжения σ_x и его удлинения Δl_x .

Для растянутого участка стержня истинное направление N_{xi} – от сечения i - i, а для сжатого – к этому сечению.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 1-1, а ее действие на оставшуюся часть стержня заменим действием внутренней продольной силы N_{AB} , как показано на рис. 22.

Для определения неизвестной продольной силы N_{AB} составим уравнение равновесия (9) стержня в сечении 1-1

34

 $\sum X = -N_{AB} + P_1 + P_2 - P_3 = 0,$

откуда

$$N_{AB} = P_1 + P_2 - P_3 = 1\ 000\ H.$$



Рис. 22

Нормальное напряжение σ_{AB} и удлинение Δl_{AB} участка AB определим из формул

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F_{AC}} = \frac{1\ 000}{80} \frac{H}{\text{MM}^2} = 12,5 \text{ MIIa};$$
$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB}l_1}{EF_{AC}} = \frac{1\ 000 \cdot 200}{2 \cdot 10^5 \cdot 80} = 0,0125 \text{ MM}.$$

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 2-2, ее действие на оставшуюся часть стержня заменим действием внутренней продольной силы N_{BC} , как показано на рис. 23.





Для определения неизвестной продольной силы N_{BC} составим уравнение равновесия (9) стержня в сечении 2-2

$$\sum X = -N_{BC} + P_2 - P_3 = 0,$$

откуда

$$N_{BC} = P_2 - P_3 = -1 \ 000 \ H.$$

Нормальное напряжение σ_{BC} и укорочение Δl_{BC} участка *BC* определим из формул:

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{F_{AC}} = -\frac{1\ 000}{80} \frac{H}{\text{mm}^2} = -12,5 \text{ MIIa};$$
$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC}l_2}{EF_{AC}} = -\frac{1\ 000 \cdot 200}{2 \cdot 10^5 \cdot 80} = -0,0125 \text{ mm}$$

Сечение 3-3.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 3-3, ее действие на оставшуюся часть стержня заменим действием внутренней продольной силы N_{CD} , как показано на рис. 24.



Рис. 24

Для определения неизвестной продольной силы N_{CD} составим уравнение равновесия (9) стержня в сечении 3-3
$$\sum X = -N_{CD} - P_3 = 0,$$

откуда

$$N_{CD} = -P_3 = -2\,000 \ H.$$

Нормальное напряжение σ_{CD} и укорочение Δl_{CD} участка *CD* определим из формул:

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{F_{CE}} = -\frac{2\,000}{40} \frac{H}{\text{mm}^2} = -50 \text{ MIIa};$$
$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD}l_3}{EF_{CE}} = -\frac{2\,000 \cdot 250}{2 \cdot 10^5 \cdot 40} = -0,0625 \text{ mm}.$$

Сечение 4-4.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 4-4, а ее действие на оставшуюся часть стержня заменим действием внутренней продольной силы N_{DE} , как показано на рис. 25.

Для определения неизвестной продольной силы N_{DE} составим уравнение равновесия (9) стержня в сечении 4-4

$$\sum X = -N_{DE} = 0.$$
4
$$N_{DE} = E_{x}$$
4

Рис. 25

Нормальное напряжение σ_{DE} и изменение Δl_{DE} длины участка DE определим из формул:

$$\sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{F_{CE}} = 0;$$

$$\Delta l_{DE} = \frac{N_{DE}l_4}{EF_{CE}} = 0.$$

Смещение u_A, u_B, u_C, u_D и u_E точек A, B, C, D и E стержня определим как

$$u_A = 0;$$

 $u_B = u_A + \Delta l_{AB} = 0,0125 \text{ mm};$
 $u_C = u_B + \Delta l_{BC} = 0 \text{ mm};$
 $u_D = u_C + \Delta l_{CD} = -0,0625 \text{ mm};$
 $u_E = u_D + \Delta l_{DE} = -0,0625 \text{ mm}.$

Используя результаты расчета продольных сил N_{AB} , N_{BC} , N_{CD} и N_{DE} , нормальных напряжений σ_{AB} , σ_{BC} , σ_{CD} и σ_{DE} на участках AB, BC, CD и DEстержня, а также смещений u_A , u_B , u_C , u_D и u_E его точек A, B, C, D и E, построим эпюры N_x , σ_x и u_x , показанные на рис. 21. По этим эпюрам можно найти значения N_x , σ_x и u_x для любого произвольного сечения стержня.

Проверим смещение u_E точки *E* стержня по принципу независимости действия сил.

Рассчитаем u_E от действия сил P_1, P_2 и P_3 отдельно:

$$\begin{split} u_E(P_1) &= \Delta l_{AB}(P_1) = \frac{P_1 l_1}{EF_{AC}} = \frac{2\ 000 \cdot 200}{2 \cdot 10^5 \cdot 80} = 0,025 \text{ mm.} \\ u_E(P_2) &= \Delta l_{AB}(P_2) + \Delta l_{BC}(P_2) = \frac{P_2(l_1 + l_2)}{EF_{AC}} = \frac{1\ 000 \cdot 400}{2 \cdot 10^5 \cdot 80} = 0,025 \text{ mm.} \\ u_E(P_3) &= \Delta l_{AB}(P_2) + \Delta l_{BC}(P_2) + \Delta l_{CD}(P_3) = -\frac{P_3(l_1 + l_2)}{EF_{AC}} - \frac{P_3 l_3}{EF_{CE}} = \\ &= -\frac{2\ 000 \cdot 400}{2 \cdot 10^5 \cdot 80} - \frac{2\ 000 \cdot 250}{2 \cdot 10^5 \cdot 40} = -0,1125 \text{ mm.} \end{split}$$

Тогда u_E равно

$$u_E = u_E(P_1) + u_E(P_2) + u_E(P_3) = 0,025 + 0,025 - 0,1125 = -0,0625$$
 MM

Проверим стержень на прочность. Для этого запишем условие прочности стержня при его растяжении

$$|\sigma_{AB}|_{\max} = \frac{|N_{AB}|_{\max}}{F_{AC}} \le [\sigma_p]$$
(10)

и сжатии

$$|\sigma_{CD}|_{\max} = \frac{|N_{CD}|_{\max}}{F_{CE}} \leq [\sigma_c],$$

где $|\sigma_{AB}|_{max}$ и $|\sigma_{CD}|_{max}$ – максимальные значения нормальных напряжений на участках *AB* и *CD* при растяжении и сжатии стержня, которые взяты по модулю.

После подстановки из условий прочности имеем:

Из полученных неравенств делаем вывод, что при заданных нагрузках P_1, P_2, P_3 , размерах $l_1, l_2, l_3, F_{AC}, F_{CE}$ и свойствах материала *E* стержня он удовлетворяет условиям прочности (10).

Коэффициент запаса по пределу прочности стержня составляет

$$n = [\sigma_c] / |\sigma_{CD}|_{\text{max}} = 200 / 50 = 4$$

Если бы стержень при заданных нагрузках не удовлетворял условию прочности (10), то необходимо было бы провести проектный расчет стержня, осуществив подбор его необходимых поперечных сечений F_{AC} и F_{CE} .

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3 РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ КРУЧЕНИИ

Задание 4. Рассчитать стержень на прочность и жесткость при кручении.

Три возможные схемы нагружения стержня показаны на рис. 26, *а*, *б*, *в*, а исходные данные для этих схем для различных вариантов приведены в табл. 7. Ось координат *х* проходит по центральной оси стержня.



Рис. 26

Требуется:

– найти внутренние крутящие моменты M_{AB} и M_{BC} на участках AB и BC стержня;

– подобрать размеры поперечных сечений стержня (диаметр d стержня и размер h = b стороны его квадрата) для этих участков исходя из условий прочности d_{AB}^{τ} , d_{BC}^{τ} и жесткости d_{AB}^{θ} , d_{BC}^{θ} , а также принять единый размер d = h = b их поперечных сечений;

– найти углы ϕ_{AB} и ϕ_{BC} закручивания участков *AB* и *BC* стержня и угол ϕ_C поворота его свободного конца;

Таблица 7

N⁰	N⁰	l_1	l_2	M_1	M_2	G	[τ]	[θ]	$c = d_B / d$
варианта	схемы	М	М	Н	·м	MI	Ia	град/м	
1	в)	500	200	120	100	8·10 ⁴	80	0,5	_
2	<i>a</i>)	200	200	240	-140	8·10 ⁴	80	0,5	0,7
3	б)	500	200	360	-140	8·10 ⁴	80	0,5	0,7
4	в)	200	200	240	-40	8·10 ⁴	90	0,4	_
5	<i>a</i>)	200	500	120	-160	8.10^{4}	90	0,4	0,8
6	б)	200	500	360	-160	8.10^{4}	90	0,4	0,8
7	в)	200	500	-120	200	8.10^{4}	30	0,6	—
8	<i>a</i>)	500	200	240	-40	8.10^{4}	30	0,6	0,6
9	б)	200	200	120	-40	8.10^{4}	30	0,6	0,6
10	в)	500	200	160	-120	8.10^{4}	30	0,5	—
11	<i>a</i>)	200	200	80	-200	8.10^{4}	30	0,5	0,8
12	б)	500	200	240	-200	8.10^{4}	30	0,5	0,8
13	в)	200	200	-80	110	8.10^{4}	40	0,4	—
14	<i>a</i>)	200	500	160	-50	8.10^{4}	40	0,4	0,7
15	б)	200	500	80	-50	8.10^{4}	40	0,4	0,7
16	6)	200	500	260	-100	8·10 ⁴	50	0,3	—
17	<i>a</i>)	500	200	150	-250	8·10 ⁴	50	0,3	0,6
18	б)	200	200	410	-250	8·10 ⁴	50	0,3	0,6
19	в)	200	300	240	-80	8.10^{4}	50	0,8	—
20	<i>a</i>)	300	100	-120	40	8.10^{4}	50	0,8	0,8
21	б)	200	100	120	40	8.10^{4}	50	0,8	0,8
22	в)	600	400	120	-140	8.10^{4}	60	0,1	—
23	<i>a</i>)	400	500	-240	100	8·10 ⁴	60	0,1	0,6
24	б)	600	500	-120	100	8.10^{4}	60	0,1	0,6
25	в)	400	100	100	100	8.10^{4}	70	0,3	—
26	<i>a</i>)	100	300	250	-150	8.10^{4}	70	0,3	0,3
27	б)	400	300	350	-150	8·10 ⁴	70	0,3	0,8
28	<i>a</i>)	400	400	420	-200	8·10 ⁴	80	0,45	0,9
29	б)	450	350	360	-220	8·10 ⁴	75	0,85	0,85
30	в)	250	450	520	-280	8·10 ⁴	85	0,55	0,75

Ниже приведены полярные моменты инерции J и полярные моменты сопротивления W различных поперечных сечений стержня, которые используются в различных схемах его нагружения.

Круглое сечение

$$J = \pi d^4 / 32; W = \pi d^3 / 16, \tag{11}$$

где d = 2r – диаметр стержня и его радиус.

Кольцевое сечение

$$J = \pi d^4 (1 - c^4) / 32; W = \pi d^3 (1 - c^4) / 16, \qquad (12)$$

где $c = d_B / d$; d_B и d – внутренний и внешний диаметр кольцевого сечения. *Квадратное сечение* h = b

$$J = 0,14h^4; W = 0,21h^3.$$
(13)

Пример выполнения задания 4

Схема нагружения стержня показана на рис. 27, а исходные данные приведены в табл. 8.



Рис. 27

Таблица 8

l_1	l_2	M_1	M_2	G	G $[\tau]$		$c = d_B / d$
MM		$H \cdot \mathbf{M}$		M	Па	град/м	—
300	400	400	-300	$8 \cdot 10^4$	100	0,6	0,8

Решение

Для определения внутренних крутящих моментов M_{AB} и M_{BC} на участках AB и BC стержня используем метод сечений. Для этого мысленно рассечем стержень примерно посередине участков AB и BC сечениями 1-1 и 2-2, как показано на рис. 27.

Так как поперечные сечения стержня по длине его участков *AB* и *BC* неизменны $(d, d_B, h, b = \text{const})$, то для внутренних крутящих моментов M_{AB} и M_{BC} на этих участках справедливо $M_{AB} = M_{\chi_1}$, $M_{BC} = M_{\chi_2}$, где M_{χ_1} и M_{χ_2} – внутренние крутящие моменты в сечениях 1-1 и 2-2 стержня.

Уравнение равновесия стержня в его произвольном сечении i-i можно записать в виде

$$M_{xi} + \sum_{k} M_{xk} = 0, \qquad (14)$$

где M_{xi} – внутренний крутящий момент в сечении i-i с выбранным условно положительным направлением, показанным на рис. 21, δ ; M_{xk} – внешние крутящие моменты, приложенные к неотброшенной части стержня. Если M_{xi} и M_{xk} при взгляде с конца на начало оси x направлены против хода часовой стрелки, то они в уравнении (14) принимаются положительными, а если они направлены наоборот – отрицательными.

Если после расчета из уравнения (14) крутящий момент M_{xi} , откладываемый на его эпюре M_x , положителен, то на участке, через который проходит сечение i-i и взгляде с конца на начало оси x стержень закручивается по ходу часовой стрелки, а отрицательный – он закручивается наоборот.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 1-1 и в этом сечении введем неизвестный внутренний крутящий момент M_{AB} , как показано на рис. 28.



Рис. 28

Для определения внутреннего крутящего момента M_{AB} составим уравнение равновесия (14) стержня в сечении 1-1:

$$\sum M_{x} = -M_{AB} + M_{1} + M_{2} = 0,$$

откуда

$$M_{AB} = M_1 + M_2 = 400 - 300 = 100 H \cdot M.$$

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 2-2 и в этом сечении введем неизвестный крутящий момент M_{BC} , как показано на рис. 29.



Рис. 29

Для определения неизвестного крутящего момента M_{BC} составим уравнение равновесия (14) стержня в сечении 2-2:

$$\sum M_x = -M_{BC} + M_2 = 0$$
,

откуда

$$M_{BC} = M_2 = -300 H \cdot M.$$

Внутренний крутящий момент M_{BC} в сечении 2-2 отрицателен. Следовательно, его направление на рис. 29 при взгляде со стороны внешней нормали к этому сечению должно быть выбрано по ходу часовой стрелки, что характеризует то, что стержень на участке *BC* при взгляде со стороны конца оси координат *x* закручивается в этом же направлении.

Подбор диаметров поперечных сечений на участках *АВ* и *BC* осуществим исходя из условия прочности

$$\tau_{\max} = M_{\max} / W \le [\tau], \tag{15}$$

где τ_{max} и M_{max} – максимальное касательное напряжение и максимальный внутренний крутящий момент на рассматриваемом участке стержня; [τ] – предельно допустимое касательное напряжение.

Участок АВ.

Подставив в (15) $M_{\text{max}} = |M_{AB}|$ и W (12) для кольцевого поперечного сечения участка AB стержня, получим

$$d_{AB}^{\tau} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot |M_{AB}|}{\pi(1 - c^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 100}{3,14 \ (1 - 0, 8^4) \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,02051 \text{ m}.$$

Участок ВС.

Подставив в (15) $M_{\text{max}} = |M_{BC}|$ и W (13) для квадратного поперечного сечения участка *BC* стержня, получим

$$d_{BC}^{\tau} = \sqrt[3]{\frac{|M_{BC}|}{0,21\cdot[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{300}{0,21\cdot100\cdot10^6}} = 0,02426 \text{ m}.$$

Подбор диаметров поперечных сечений на участках *АВ* и *BC* исходя из условия жесткости:

$$\theta_{\max} = M_{\max} / (GJ) \le [\theta], \tag{16}$$

где θ_{max} и M_{max} – максимальный относительный угол закручивания и максимальный внутренний крутящий момент на рассматриваемом участке стержня; [θ] – предельно допустимый относительный угол закручивания.

Участок АВ.

Подставив в (16) $M_{\text{max}} = |M_{AB}|$ и J (12) для кольцевого поперечного сечения участка AB стержня, получим

$$d_{AB}^{\theta} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180 \cdot |M_{AB}|}{\pi^2 \cdot [\theta] \cdot G \cdot (1 - c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180 \cdot 100}{3,14^2 \cdot 0,6 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot (1 - 0,8^4) \cdot 10^6}} = 0,0379 \text{ M}.$$

Участок ВС.

Подставив в (16) $M_{\text{max}} = |M_{BC}|$ и J (13) для квадратного поперечного сечения участка *BC* стержня, получим

$$d_{BC}^{\theta} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot |M_{BC}|}{0,14 \cdot \pi \cdot [\theta] \cdot G}} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 300}{0,14 \cdot 3,14 \cdot 0,6 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6}} = 0,03992 \text{ M}.$$

За единый размер для обоих участков примем наибольший из четырех рассчитанных выше

$$d = h = b = d^{\theta}_{BC}$$
 = 0,03992 м \approx 40 мм.

Абсолютные углы закручивания ϕ_{AB} и ϕ_{BC} участков *AB* и *BC* стержня определим из формул:

$$\phi_{AB} = \frac{M_{AB}l_1}{GJ} = \frac{32M_{AB}l_1}{G\pi d^4(1-c^4)} = \frac{32\cdot100\cdot300\cdot10^{-3}}{8\cdot10^4\cdot3,14\cdot40^4\cdot(1-0,8^4)} = 2,527\cdot10^{-3} \text{ pag}$$

$$\phi_{BC} = -\frac{M_{BC}l_2}{GJ} = -\frac{M_{BC}l_2}{G\cdot0,14\cdot d^4} = -\frac{300\cdot400}{8\cdot10^4\cdot0,14\cdot40^4} = -4,185\cdot10^{-3} \text{ pag},$$

где в первой формуле *J* для кольцевого поперечного сечения стержня (12), а во второй – для его квадратного поперечного сечения (13).

Определим абсолютный угол ϕ_C закручивания свободного конца стержня:

$$\begin{split} \varphi_A &= 0; \\ \varphi_B &= \varphi_A + \varphi_{AB} = 2,527 \cdot 10^{-3} \, \text{pag}; \\ \varphi_C &= \varphi_B + \varphi_{BC} = 2,527 \cdot 10^{-3} - 4,185 \cdot 10^{-3} = -1,658 \cdot 10^{-3} \, \text{pag}. \end{split}$$

Результаты расчета сведены в табл. 9.

Таблица 9

M _{AB}	M _{BC}	$d^{ au}_{AB}$	d_{BC}^{τ}	$d^{ heta}_{AB}$	$d^{ heta}_{BC}$	d	ϕ_{AB}	ϕ_{BC}	ϕ_C	
Н · м мм						10 ⁻³ рад				
100	-300	20,51	24,26	37,90	39,90	40	2,527	-4,185	-1,658	

По результатам расчетов строим эпюры внутренних крутящих моментов M_x и абсолютных углов ϕ_x закручивания сечений стержня, которые показаны на рис. 27.

Задание 5. Определить геометрические характеристики поперечных сечений.

Для составных поперечных сечений, показанных на рис. 30, требуется определить положение центра тяжести C, направления главных центральных осей u, v инерции и вычислить главные моменты инерции $I_{\max, \min}$ относительно этих осей. Сечение необходимо представить в масштабе. На нем нужно показать оси u и v, рядом с которыми необходимо выписать вычисленные моменты $I_{\max, \min}$.



Рис. 30

Размеры фигур, входящих в составные поперечные сечения, показанные на рис. 30, приведены в табл. 10. Кроме того, в ней для каждого из вариантов 1–30 задан номер составного поперечного сечения 1–10 и номер строки 1–10: номер швеллера по столбцу А, номер двутавра по столбцу Б, уголка равнополочного по столбцу В и уголка неравнополочного по столбцу Г.

Таблица 10

Номер	Номер	Швеллер	Двутавр	Уголок	Уголок	
строки	поперечно-	ГОСТ	ГОСТ	равнопо-	неравнопо-	
	го сечения	8240–56,	8239–56,	лочный,	лочный, мм	
		N⁰	No	ММ	ГОСТ	
				ГОСТ	8510-57	
				8509–57		
1	1	12	10	36×36×4	63×40×6	
2	2	14	12	40×40×4	75×50×8	
3	3	16	14	45×45×5	90×56×8	
4	4	18	16	50×50×5	100×63×10	
5	5	20	18	56×56×4	110×70×8	
6	6	22	20	63×63×6	125×80×12	
7	7	24	22	70×70×8	140×90×10	
8	8	27	24	80×80×8	160×100×14	
9	9	30	27	100×100×16	180×110×12	
10	10	33	30	140×140×12	250×160×20	
Номер	Номер	А	Б	В	Г	
вариан-	поперечно-			_		
та	го сечения		Ŋ	№ строки		
1	1	3:1				
2	2	3		3		
3	3	3	1			
4	4		1		3	
5	5		2	7		
6	6			1	9	
7	7			4	1	
8	8	1	6			

Окончание табл. 10

Номер	Номер	А	Б	В	Γ
вари-	поперечного		N		
анта	сечения		J	• строки	
9	9			10	6
10	10	10			3
11	1	5;2			
12	2	6		6	
13	3	7	4		
14	4		8		8
15	5		3	8	
16	6			5	10
17	7			2	7
18	8			9	5
19	9			8	4
20	10	8			5
21	1	10; 3			
22	2	9		9	
23	3	6	3		
24	4		4		5
25	5		5	10	
26	6			2	7
27	7			2	3
28	8	4	9		
29	9			8	3
30	10	9			4

Пример выполнения задания 5

Исходное составное поперечное сечение показано на рис. 31. Требуется определить положение центра его тяжести C, направления главных центральных осей u, v этого сечения и вычислить главные моменты инерции $I_{\max, \min}$ относительно этих осей.



Рис. 31

Решение

1. Разобъем исходное составное поперечное сечение на простые фигуры: фигура 1 – двутавр № 10 и фигура 2 – швеллер № 16, как показано на рис. 32.



Рис. 32

2. Выпишем необходимые размеры и геометрические характеристики фигур 1 и 2 из ГОСТ 8239–56 и ГОСТ 8240–56 приложения: двутавр – площадь поперечного сечения $F_1 = 12 \text{ см}^2$, высота $h_{\pi} = 10 \text{ см}$, ширина $b_{\pi} = 5,5 \text{ см}$, моменты инерции: $I_{z1} = 198 \text{ см}^4$, $I_{y1} = 17,9 \text{ см}^4$ относительно главных центральных осей z_1 и y_1 этой фигуры, проходящих через ее центр тяжести C_1 ; аналогично для швеллера № 16 – площадь поперечного сечения $F_2 = 18,1$ см², высота $h_{\rm m} = 16$ см, координата $Y_2 = 5$ см центра тяжести C_2 и моменты инерции $I_{z2} = 63,3$ см⁴, $I_{y2} = 747$ см⁴ относительно главных центральных осей z_2 и y_2 этой фигуры.

3. Определим координаты центра тяжести *C* составного сечения относительно осей *у* и *z*:

$$\begin{split} Y_c &= \frac{S_z}{F} = \frac{S_z^{(1)} + S_z^{(2)}}{F_1 + F_2} = \frac{F_1 Y_1 + F_2 Y_2}{F_1 + F_2} = \frac{12 \cdot 5 + 18, 1 \cdot (-1, 8)}{12 + 18, 1} = \frac{27, 42}{30, 1} = 0,91 \text{ cm}; \\ Z_c &= \frac{S_y}{F} = \frac{S_y^{(1)} + S_y^{(2)}}{F_1 + F_2} = \frac{F_1 Z_1 + F_2 Z_2}{F_1 + F_2} = \frac{12 \cdot 13, 25 + 18, 1 \cdot 8}{12 + 18, 1} = \frac{303, 8}{30, 1} = 10,09 \text{ cm}, \end{split}$$

положение которых выбрано исходя из удобства расчета, где S_z , $S_z^{(1)}$ и $S_z^{(2)}$ – статические моменты составного сечения и фигур 1 и 2; $F = F_1 + F_2$ – общая площадь составного поперечного сечения; $Y_1 = \frac{h_{\pi}}{2} = 5$ см, $Y_2 = -1,8$ см – координаты центров тяжести C_1 и C_1 двутавра и швеллера соответственно относительно оси y; $Z_1 = h_{\rm m} - \frac{b_{\pi}}{2} = 13,25$ см, $Z_2 = h_{\rm m}/2 = 8$ см – координаты центров тяжести C_1 и C_1 двутавра и швеллера соответственно относительно оси z.

4. Проведем через центр тяжести C составного поперечного сечения центральные оси y_c и z_c , как показано на рис. 32. Затем вычислим осевые моменты инерции I_{yc} и I_{zc} относительно этих осей:

$$\begin{split} I_{zc} &= I_{zc}^{(1)} + I_{zc}^{(2)} = I_{z1}^{(1)} + F_1 a_1^2 + I_{z2}^{(2)} + F_2 a_2^2 = \\ &= 198 + 12 \cdot 16,73 + 63,3 + 18,1 \cdot 7,34 = 595 \text{ cm}^4; \\ I_{yc} &= I_{yc}^{(1)} + I_{yc}^{(2)} = I_{y1}^{(1)} + F_1 b_1^2 + I_{y2}^{(2)} + F_2 b_2^2 = \\ &= 17,9 + 12 \cdot 10 + 747 + 18,1 \cdot 4,37 = 964 \text{ cm}^4, \end{split}$$

где $a_1 = Y_1 - Y_c = 4,09$ см, $a_2 = Y_c + |Y_2| = 0,91 + 1,8 = 2,71$ см, $b_1 = Z_1 - Z_c = 13,25 - 10,09 = 3,16$ см; $b_2 = Z_c - Z_2 = 10,09 - 8 = 2,09$ см.

Центробежный момент инерци
и $I_{yc,zc}$ может быть определен по формуле

$$I_{yc,zc} = I_{y1,z1}^{(1)} + a_1b_1F_1 + I_{y2,z2}^{(2)} + a_2b_2F_2 =$$

= 0+4,09×3,16×12+0+(-2,71)×(-2,09)×18,1=257,6 cm⁴.

где знаки a_i, b_i определяются положениями осей y_1, z_1 и y_2, z_2 относительно осей y_c, z_c .

5. Для определения положения главных центральных осей u и v найдем угол α_0 , на который следует повернуть центральные оси y_c, z_c , чтобы они стали главными центральными осями u и v:

$$tg2\alpha_0 = \frac{2I_{yc,zc}}{I_{yc} - I_{zc}} = \frac{2 \cdot 257, 6}{964 - 595} = 1,396,$$

откуда $\alpha_0 = 27, 2^0$.

Положение осей *и* и *v* показано на рис. 32. Так как $I_{yc} > I_{zc}$, то $I_u = I_{max}$, а $I_v = I_{min}$.

6. Главные центральные моменты инерции $I_{\max, \min}$ составного поперечного сечения относительно главных центральных осей u и v рассчитаем по формуле

$$I_{\text{max,min}} = \frac{I_{yc} + I_{zc}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{yc} - I_{zc}}{2}\right)^2} = \frac{964 + 595}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{965 - 595}{2}\right)^2 + 257, 6^2} = 779,5 \pm 317,15 \text{ cm}^4,$$

откуда $I_{\text{max}} = 1096,65 \text{ см}^4$. $I_{\text{min}} = 462,35 \text{ см}^4$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4 РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ИЗГИБЕ

Задание 6. Построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в балке.

Схемы нагружения балки для различных вариантов показаны на рис. 33–37. Здесь же в таблицах приведены соответствующие этим вариантам исходные данные. Ось координат x направлена по центральной оси балки, ось координат y – перпендикулярно этой центральной оси в плоскости xy чертежа, а ось координат z – перпендикулярно к плоскости xy чертежа в сторону наблюдателя.

Требуется построить эпюры внутренних изгибающих моментов M_z и внутренних поперечных сил Q_v в балке.



Рис. 33



Рис. 34



Рис. 35



Рис. 36





Пример выполнения задания 6

Схема нагружения балки показана на рис. 38, а исходные данные приведены в табл. 11.

Требуется построить эпюры внутренних изгибающих моментов M_z и внутренних поперечных сил Q_y в балке.



Рис. 38

Таблица 11

Р	q	М	а
кН	к <i>Н/</i> м	кН∙м	М
25	20	100	1,5

Решение

1. Определение реакций Y_A и M_A опоры A.

Запишем систему уравнений равновесия (1):

$$\sum Y = Y_A - P_q - P = 0;$$

$$\sum M_A = M_A - M + M - 3Pa - 2P_q a = 0,$$

где $P_q = 2qa = 60$ к*H*. Из этой системы получим:

$$Y_A = P_q + P = 85 \,$$
кH;
 $M_A = 3Pa + 2P_qa = 292,5 \,$ кH·м

2. Определение внутренних поперечных сил Q_y и внутренних изгибающих моментов M_z .

Для определения внутренних поперечных сил Q_y и внутренних изгибающих моментов M_z на участках *AB*, *BC и CD* балки воспользуемся методом сечений. Для этого мысленно рассечем балку сечениями 1-1, 2-2 и 3-3 в произвольном месте участков *AB*, *BC* и *CD*, как показано на рис. 38.

Уравнение равновесия балки в ее произвольном сечении i - i, с которым связана система координат *хуz*, можно записать в виде

$$Q_{yi} + \sum_{k} F_{yk} = 0;$$
(17)
$$M_{zi} + \sum_{k} M_{zik} + \sum_{m} M_{zm} = 0,$$

где Q_{yi} и M_{zi} – внутренняя поперечная сила и внутренний изгибающий момент в сечении i - i балки с выбранными условно положительными направлениями, показанными на рис. 21, 6; F_{yk} – внешние силы и реакции опор, действующие на неотброшенную часть балки; $M_{zik} = F_{yk}h_i$ и h_i – моменты и плечи этих сил и реакций в сечении i - i балки; M_{zm} – внешние сосредоточенные моменты, приложенные к неотброшенной части балки. Если Q_{yi} и F_{yk} направлены в сторону увеличения положительных значении оси y, а M_{zi} , M_{zik} и M_{zm} при взгляде с конца на начало оси *z* направлены против хода часовой стрелки, то они в уравнении (17) принимаются положительными, а если они направлены наоборот – отрицательными.

При построении эпюр внутренней поперечной силы Q_y и внутреннего изгибающего момента M_z должны учитываться следующие характерные особенности построения этих эпюр.

В сечении бруса, где действует внешняя сосредоточенная сила P, на эпюре внутренней поперечной силы Q_y должен наблюдаться скачок на величину силы P.

На участке бруса, где действует внешняя распределенная сила P = qx, эпюра внутренней поперечной силы Q_y должна изменяться по линейному закону, а эпюра внутреннего изгибающего момента M_z – по квадратичному, выпуклость которого должна быть направлена в сторону, противоположную действию силы P = qx.

В сечении бруса, где действует внешний сосредоточенный момент M, на эпюре внутреннего изгибающего момента M_z должен быть скачок на величину сосредоточенного момента M.

Эпюра M_z автоматически получается построенной на сжатых продольных волокнах.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 1-1 участка AB и в этом сечении введем неизвестные поперечную силу Q_{y1} , внутренний изгибающий момент M_{z1} , как показано на рис. 39.



Рис. 39

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 1-1:

$$\sum Y = Y_A - Q_{y1} = 0;$$

$$\sum M_{1-1} = M_A - Y_A x_1 + M_{z1} = 0,$$

где $0 \le x_1 \le a$. Из этой системы определим:

$$Q_{y1} = Y_A = 85 \text{ к}H;$$

 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(0) = -M_A = -292,5 \text{ к}H\cdot\text{м};$
 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(a) = -M_A + Y_A a = -165 \text{ к}H\cdot\text{м}.$

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 2-2 участка *BC* и в этом сечении введем неизвестные внутреннюю поперечную силу Q_{y2} , внутренний изгибающий момент M_{z2} , как показано на рис. 40.



Рис. 40

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 2-2:

$$\sum Y = Y_A - qx_2 - Q_{y2} = 0;$$

$$\sum M_{2-2} = M_A - Y_A(a + x_2) - M + \frac{1}{2}qx_2^2 + M_{z2} = 0,$$

где $0 \le x_2 \le 2a$. Из этой системы определим:

$$Q_{y2}(x_2) = Q_{y2}(0) = Y_A = 85 \text{ к}H;$$

 $Q_{y2}(x_2) = Q_{y2}(2a) = Y_A - 2qa = 25 \text{ к}H;$
 $M_{z2}(x_2) = M_{z2}(0) = -M_A + Y_A a + M = -65 \text{ к}H\cdot\text{m};$
 $M_{z2}(x_2) = M_{z2}(2a) = -M_A + 3Y_A a + M - 2qa^2 = 100 \text{ к}H\cdot\text{m}.$

Сечение 3-3.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 3-3 участка CD и в этом сечении введем неизвестные внутреннюю поперечную силу Q_{y3} и внутренний изгибающий момент M_{z3} , как показано на рис. 41.



Рис. 41

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 3-3:

$$\sum Y = Y_A - P_q - P - Q_{y3} = 0;$$

$$\sum M_{3-3} = M_A - Y_A(3a + x_3) - M + P_q(a + x_3) + Px_3 + M_{z3} = 0,$$

где $0 \le x_3 \le a$. Из этой системы определим:

$$Q_{y3} = Y_A - P_q - P = 0 \ \text{к}H;$$

$$M_{z3}(x_3) = M_{z3}(0) = M_A - 3Y_A a - M + qa^2 = 100 \ \text{к}H \cdot \text{м};$$

$$M_{z3}(x_3) = M_{z3}(a) = -M_A + 4Y_A a + M - 2P_q a - Pa = 100 \ \text{к}H \cdot \text{м};$$

Отметим, что поперечную силу Q_{y3} и изгибающий момент M_{z3} в сечении 3-3 участка *CD* балки можно определить значительно проще, если отбросить ее левую часть относительно этого сечения, как показано на рис. 42.



Рис. 42

В этом случае систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 3-3 можно записать в виде

$$\sum Y = Q_{y3} = 0;$$

$$\sum M_{3-3} = -M_{z3} + M = 0,$$

откуда $M_{z3} = M = 100 \text{ к}H$ ·м.

По результатам расчетов строим эпюры внутренних поперечных сил Q_y и внутренних изгибающих моментов M_z балки, которые показаны на рис. 38.

Задание 7. Построить эпюры продольных и поперечных сил и изгибающих моментов в плоской составной конструкции.

Задана плоская составная стержневая конструкция, различные варианты схем которой приведены на рис. 1–5, а исходные данные – в табл. 2 задания 1.

Используя исходные данные, расчетную схему и результаты расчета реакций опор этой составной конструкции, требуется построить эпюры внутренних продольных $N_x = Q_x$ и поперечных Q_y сил, а также внутренних изгибающих моментов M_z в ее стержнях.

64

На каждом из участков стержня конструкции ось координат x направлена вдоль центральной оси стержня, ось координат y – перпендикулярно этой оси в плоскости чертежа, а координатная ось z – перпендикулярно плоскости чертежа.

В каждом сечении i - i стержня конструкции будем отбрасывать наиболее удаленную от опоры A ее часть и определять внутренние продольную $N_x = Q_{xi}$ и поперечную $Q_y = Q_{yi}$ силы, а также внутренний изгибающий $M_z = M_{zi}$ момент, условно положительные направления которых показаны на рис. 21, δ .

Пример выполнения задания 7

Расчетная схема плоской составной конструкции примера задания 1 (см. рис. 8) показана на рис. 43. Результаты расчета реакции X_A , Y_A , M_A , Y_C ее опор A и C приведены в табл. 3 примера этого же задания.



Рис. 43

Требуется построить эпюры внутренних продольных N_x и поперечных Q_y сил, а также внутренних изгибающих моментов M_z в этой конструкции.

Решение

Для определения продольных N_x и поперечных Q_y сил, а также изгибающих моментов M_z на участках *AB*, *BC* и *CD* стержней рассматриваемой составной конструкции воспользуемся методом сечений. Для этого мысленно рассечем стержни на участках *AB*, *BC* и *CD* шестью сечениями: 1-1, 2-2,...,6-6, как показано на рис. 43.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим правую часть стержня по сечению 1-1 участка AB и в этом сечении введем неизвестные внутренние продольную N_{x1} и поперечную Q_{y1} силы, а также внутренний изгибающий момент M_{z1} , как показано на рис. 44.



Рис. 44

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) стержня в сечении 1-1:

$$\sum X = X_A + N_{x1} = 0;$$

$$\sum Y = Y_A - Q_{y1} = 0;$$

$$\sum M_{1-1} = M_A - Y_A x_1 + M_{z1} = 0,$$

где $0 \le x_1 \le a$. Из этой системы определим:

$$N_{x1} = -X_A = -2$$
 кH;
 $Q_{y1} = Y_A = 10$ кH;
 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(0) = -M_A = -4$ кH·м;
 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(a) = -M_A + Y_A a = 6$ кH·м

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим правую часть стержня по сечению 2-2 участка *AB* и в этом сечении введем неизвестные внутренние продольную N_{x2} и поперечную Q_{y2} силы, а также внутренний изгибающий момент M_{z2} , как показано на рис. 45.



Рис. 45

Направление изгибающего момента $M_{z2}(x_2)$ было выбрано с учетом того, что изгибающий момент $M_{z1}(x_1)$ при $x_1 = a$ изменил свое направление на обратное.

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) стержня в сечении 2-2:

$$\begin{split} \sum X = X_A + N_{x2} = 0; \\ \sum Y = Y_A - 4P - Q_{y2} = 0; \\ \sum M_{2-2} = M_A - Y_A(a + x_2) + 2M + 4Px_2 + M_{z2} = 0, \end{split}$$

где $0 \le x_2 \le a$. Из этой системы определим:

$$N_{x2} = -X_A = -2$$
 кH;
 $Q_{y2} = Y_A - 4P = 2$ кH;
 $M_{z2}(x_2) = M_{z2}(0) = -M_A + Y_A a - 2M = -2$ кH·м;
 $M_{z2}(x_2) = M_{z2}(a) = -M_A + 2Y_A a - 2M - 4Pa = 0$ кH·м.

Сечение 3-3.

Мысленно отбросим правую часть стержня по сечению 3-3 участка *BC* и в этом сечении введем неизвестные продольную N_{x3} и поперечную Q_{y3} силы, а также внутренний изгибающий момент M_{z3} , как показано на рис. 46.



Рис. 46

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) стержня в сечении 3-3:

$$\sum X = X_A + N_{x3} = 0;$$

$$\sum Y = Y_A - 4P - qx_3 - Q_{y3} = 0;$$

$$\sum M_{3-3} = M_A - Y_A(2a + x_3) + 2M + 4P(a + x_3) + qx_3^2 / 2 + M_{z3} = 0,$$

где $0 \le x_3 \le 2a$.

Из этой системы определим:

$$\begin{split} N_{x3} &= -X_A = -2 \ \mathrm{K}H; \\ \mathcal{Q}_{y3}(x_3) = \mathcal{Q}_{y3}(0) = Y_A - 4P = 2 \ \mathrm{K}H; \\ \mathcal{Q}_{y3}(x_3) = \mathcal{Q}_{y3}(2a) = Y_A - 4P - 2qa = -2 \ \mathrm{K}H; \\ M_{z3}(x_3) = M_{z3}(0) = -M_A + 2Y_Aa - 2M - 4Pa = 0 \ \mathrm{K}H\cdot\mathrm{M}; \\ M_{z3}(x_3) = M_{z3}(a) = -M_A + 3Y_Aa - 2M - 8Pa - qa^2 / 2 = 1 \ \mathrm{K}H\cdot\mathrm{M}; \\ M_{z3}(x_3) = M_{z3}(2a) = -M_A + 4Y_Aa - 2M - 12Pa - 2qa^2 = 0 \ \mathrm{K}H\cdot\mathrm{M}. \end{split}$$

Сечение 4-4.

Мысленно отбросим нижнюю часть стержня по сечению 4-4 участка *BC* и в этом сечении введем неизвестные продольную N_{x4} и поперечную Q_{y4} силы, а также внутренний изгибающий момент M_{z4} , как показано на рис. 47.



Рис. 47

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) стержня в сечении 4-4:

$$\begin{split} \sum X = Y_A - 4P - P_q - N_{x4} = 0; \\ \sum Y = X_A - P - Q_{y4} = 0; \\ \sum M_{4-4} = M_A - 4Y_A a - X_A x_3 + 2M + 12Pa + P_q a + P x_3 + M_{z4} = 0, \end{split}$$

где $0 \le x_4 \le a$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} N_{x4} = Y_A - 4P - P_q &= -2 \ \mathrm{K}H; \\ Q_{y4} = X_A - P = 0 \ \mathrm{K}H; \\ M_{z4}(x_4) &= M_{z4}(0) = -M_A + 4Y_A a - 2M - 12Pa - P_q a = 0 \ \mathrm{K}H \cdot \mathrm{M}; \\ M_{z4}(x_4) &= M_{z4}(a) = -M_A + 4Y_A a + X_A a - 2M - 12Pa - P_q a - Pa = 0 \ \mathrm{K}H \cdot \mathrm{M}. \end{split}$$

Сечение 5-5.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 5-5 участка *BC* и в этом сечении введем неизвестные продольную N_{x5} и поперечную Q_{y5} силы, а также внутренний изгибающий момент M_{z5} , как показано на рис. 48.



Рис. 48

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) стержня в сечении 5-5:

$$\begin{split} \sum X = X_A - P - N_{x5} &= 0; \\ \sum Y = Y_A - 4P - P_q + P + Q_{y5} &= 0; \\ \sum M_{5-5} &= M_A - Y_A (4a - x_5) - X_A a + 2M + \\ + 4P(3a - x_5) + P_q (a - x_5) + Pa - M + Px_5 - M_{z5} &= 0, \end{split}$$

где $0 \le x_5 \le a$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} N_{x5} &= X_A - P = 0 \ \mathrm{K}H; \\ Q_{y5} &= -Y_A + 4P + P_q - P = 0 \ \mathrm{K}H; \\ M_{z5}(x_5) &= M_{z5}(0) = \\ &= M_A - 4Y_A a - X_A a + 2M + 12Pa + P_q a + Pa - M = -4 \ \mathrm{K}H \cdot \mathrm{M}; \\ M_{z5}(x_5) &= M_{z5}(a) = \\ &= M_A - 3Y_A a - X_A a + 2M + 8Pa + Pa - M + Pa = -4 \ \mathrm{K}H \cdot \mathrm{M}. \end{split}$$

Сечение 6-6.

Мысленно отбросим левую часть стержня по сечению 6-6 участка CD и в этом сечении введем неизвестные продольную N_{x6} и поперечную Q_{y6} силы, а также внутренний изгибающий момент M_{z6} , как показано на рис. 49.



Рис. 49

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) стержня в сечении 6-6:

$$\sum X = X_A - P - N_{x6} = 0;$$

$$\sum Y = Y_A - 4P - P_q + P + Y_C + Q_{y6} = 0;$$

$$\sum M_{6-6} = M_A - Y_A(3a - x_6) - X_A a + 2M + 4P(2a - x_6) - P_q x_6 + Pa - M + P(a + x_6) + Y_C x_6 - M_{z6} = 0,$$

где $0 \le x_6 \le 2a$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} N_{x6} &= X_A - P = 0 \ \mathrm{K}H; \\ Q_{y6} &= -Y_A + 4P + P_q - P - Y_C = -2 \ \mathrm{K}H; \\ M_{z6}(x_6) &= M_{z6}(0) = M_A - 3Y_A a - X_A a + 2M + \\ &+ 8Pa + Pa - M + Pa = -4 \ \mathrm{K}H \cdot \mathrm{M}; \\ M_{z6}(x_6) &= M_{z6}(a) = M_A - Y_A a - X_A a + 2M - 2P_q a + \\ &+ Pa - M + 3Pa + 2Y_C a = 0 \ \mathrm{K}H \cdot \mathrm{M}. \end{split}$$

Результаты расчета сведены в табл. 12, а построенные эпюры N_x , Q_y и M_z показаны на рис. 43.

Таблица 12

Силовой фактор		Сечение												
		1-1		2-2		3-3		4-4		5-5		6-6		
1	1	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.	Нач.	Середина	Кон.	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.
N _x	кН	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0		0
Q_y	кН	10	10	2	2	2	0	-2	0	0	0	0	-2	-20
\overline{M}_{x}	кН∙м	-4	-6	-2	0	0	1	0	0	0	-4	-4	-4	0

Задание 8. Построить эпюры внутренних силовых факторов пространственной конструкции.

Задана пространственная стержневая конструкция, различные варианты схем которой приведены на рис. 9–13, а исходные данные – в табл. 4 задания 2.

Используя исходные данные, расчетную схему и результаты расчета реакций опор этой конструкции, выполненные в задании 2, требуется по-
строить эпюры продольных $N_x = Q_x$ и поперечных Q_y , Q_z сил, крутящих $M_{\kappa p} = M_x$ и изгибающих M_y , M_z моментов в ее стержнях.

Пример выполнения задания 8

Расчетная схема плоской составной конструкции примера задания 2 (см. рис. 15) показана на рис. 50. Исходные данные и результаты расчета реакции X_A , X_B , Y_B , Z_C , Y_C и X_D ее опор A, B, C и D приведены в табл. 4 и 5 примера этого задания.



Рис. 50

Решение

Для определения продольной N_x и поперечных Q_y , Q_z сил, а также крутящего $M_{\kappa p}$ и изгибающих M_y и M_z моментов на участках *AB*, *BC* и *CD* стержня рассматриваемой пространственной конструкции воспользуемся методом сечений. В каждом сечении i - i будем отбрасывать наиболее удаленную от опоры *A* часть конструкции и определять внутренние продольную $N_x = Q_{xi}$ и поперечные $Q_y = Q_{yi}$, $Q_z = Q_{zi}$ силы, а также внутренние крутящий $M_{\kappa p} = M_{xi}$ и изгибающие $M_y = M_{yi}$, $M_z = M_{zi}$, условно положительные направления которых в системе координат *Охуг* показаны на рис. 51.



Рис. 51

В каждом из сечений i - i ось x необходимо всегда направлять по центральной оси стержня проходящей через центр тяжести C этого сечения. Оси y и z необходимо всегда совмещать с главными осями инерции этого сечения, например, как показано на рис. 51.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим правую часть конструкции по сечению 1-1 участка *АВ*, как показано на рис. 52.



Рис. 52

Запишем систему уравнений равновесия (9) и (17) в этом сечении:

$$\sum X = X_A + Q_{x1} = 0;$$

$$\sum Y = -qx_1 + Q_{y1} = 0;$$

$$\sum Z = -P + Q_{z1} = 0;$$

$$\sum M_{x1-1} = M_{x1} = 0;$$

$$\sum M_{y1-1} = -Px_1 + M_{y1} = 0;$$

$$\sum M_{z1-1} = qx_1^2 / 2 + M_{z1} = 0,$$

где $0 \le x_1 \le a$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} Q_{x1} &= -X_A = -12,5 \text{ KH}; \\ Q_{y1}(x_1) &= Q_{y1}(0) = 0; \ Q_{y1}(x_1) = Q_{y1}(a) = qa = 12 \text{ KH}; \\ Q_{z1} &= P = 6 \text{ KH}; \\ M_{x1} &= 0; \\ M_{y1}(x_1) &= M_{y1}(0) = 0; \ M_{y1}(x_1) = M_{y1}(a) = Pa = 24 \text{ KHM}; \\ M_{z1}(x_1) &= M_{z1}(0) = 0; \ M_{z1}(x_1) = M_{z1}(a) = -qa^2 / 2 = -24 \text{ KHM}. \end{split}$$

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим правую часть конструкции по сечению 2-2 участка АВ, как показано на рис. 53.

Запишем систему уравнений равновесия в этом сечении:

. _ _

$$\begin{split} \sum X = X_A + Q_{x1} = 0; \\ \sum Y = P_q + Q_{y2} = 0; \\ \sum Z = -P + Q_{z2} = 0; \\ \sum M_{x2-2} = Pa + M_{x2} = 0; \\ \sum M_{y2-2} = -Px_2 + M_{y2} = 0; \\ \sum M_{z2-2} = -X_A x_2 + P_q a / 2 + M_{z2} = 0, \end{split}$$

где $0 \le x_2 \le a$, $P_q = qa = 12$ кH.

Из этой системы определим:

$$Q_{x1} = -P_q = -12$$
 кH;
 $Q_{y2} = -X_A = -12,5$ кH;

$$\begin{split} Q_{z2} &= P = 6 \ \mathrm{K}H; \\ M_{x2} &= -Pa = -24 \ \mathrm{K}H\mathrm{M}; \\ M_{y2}(x_2) &= M_{y2}(0) = 0; \ M_{y2}(x_2) = M_{y2}(a) = Pa = 24 \ \mathrm{K}H\mathrm{M}; \\ M_{z2}(x_2) &= M_{z2}(0) = -P_qa \ / \ 2 = -24 \ \mathrm{K}H\mathrm{M}; \\ M_{z2}(x_2) &= M_{z2}(a) = X_A a - P_qa \ / \ 2 = 26 \ \mathrm{K}H\mathrm{M}. \end{split}$$



Рис. 53

Сечение 3-3.

Мысленно отбросим правую часть конструкции по сечению 3-3 участка *BC*, как показано на рис. 54.



Рис. 54

Запишем систему уравнений равновесия в этом сечении:

$$\sum X = P + Q_{x3} = 0;$$

$$\sum Y = X_A - X_B + Q_{y3} = 0;$$

$$\sum Z = P_q - Y_B + Q_{z3} = 0;$$

$$\sum M_{x3-3} = X_A a - P_q a / 2 + M_{x3} = 0;$$

$$\sum M_{y3-3} = -Pa + P_q x_3 - Y_B x_3 + M_{y3} = 0;$$

$$\sum M_{z3-3} = Pa - X_A x_3 + X_B x_3 + M_{z3} = 0;$$

где $0 \le x_3 \le a$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} Q_{x3} &= -P = -6 \ \text{K}H; \\ Q_{y3} &= -X_A + X_B = -6 \ \text{K}H; \\ Q_{z3} &= -P_q + Y_B = -6 \ \text{K}H; \\ M_{x3} &= -X_A a + P_q a/2 = -26 \ \text{K}H\text{M}; \\ M_{y3}(x_3) &= M_{y3}(0) = Pa = 24 \ \text{K}H\text{M}; \\ M_{y3}(x_3) &= M_{y3}(a) = Pa - P_q a + Y_B a = 0; \\ M_{z3}(x_3) &= M_{z3}(0) = -Pa = -24 \ \text{K}H\text{M}; \\ M_{z3}(x_3) &= M_{z3}(a) = -Pa + X_A a - X_B a = 0. \end{split}$$

Сечение 4-4.

Мысленно отбросим правую часть конструкции по сечению 4-4 участка *CD*, как показано на рис. 55.



Рис. 55

Запишем систему уравнений равновесия в этом сечении:

$$\begin{split} \sum X &= -P_q + Y_B + Y_C + Q_{x4} = 0; \\ \sum Y &= X_A - X_B + Q_{y4} = 0; \\ \sum Z &= P - Z_C + Q_{z4} = 0; \\ \sum M_{x4-4} &= -Pa + X_A a - X_B a + M_{x4} = 0; \\ \sum M_{y4-4} &= -P(a - x_4) + P_q a - Y_B a - Z_C x_4 + M_{y4} = 0; \\ \sum M_{z4-4} &= x_A (a - x_4) - P_q a / 2 + X_B x_4 + M_{z4} = 0, \end{split}$$

где $0 \le x_4 \le a / 2$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} Q_{x4} &= P_q - Y_B - Y_C = 0\,;\\ Q_{y4} &= -X_A + X_B = -6\,\,\mathrm{K}H;\\ Q_{z4} &= -P + Z_C = 0\,;\\ M_{x4} &= Pa - X_Aa + X_Ba = 0\,;\\ M_{y4}(x_4) &= M_{y4}(0) = Pa - P_qa + Y_Ba = 0\,;\\ M_{y4}(x_4) &= M_{y4}(a/2) = Pa/2 - P_qa + Y_Ba + Z_Ca/2 = 0\,;\\ M_{z4}(x_4) &= M_{z4}(0) = -X_Aa + P_qa/2 = -26\,\,\mathrm{K}H\mathrm{M};\\ M_{z4}(x_4) &= M_{z4}(a/2) = -X_Aa/2 + P_qa/2 - X_Ba/2 = -14\,\,\mathrm{K}H\mathrm{M}. \end{split}$$

Сечение 5-5.

Мысленно отбросим правую часть конструкции по сечению 5-5 участка *CD*, как показано на рис. 56.



Рис. 56

Запишем систему уравнений равновесия в этом сечении:

$$\begin{split} \sum X &= -P_q + Y_B + Y_C + Q_{x5} = 0; \\ \sum Y = X_A - X_B + Q_{y5} = 0; \\ \sum Z = P - Z_C + Q_{z5} = 0; \\ \sum M_{x5-5} &= -Pa + X_A a - X_B a + M_{x5} = 0; \\ \sum M_{y5-5} &= -P(a/2 - x_5) + P_q a - Y_B a - Z_C (a/2 + x_5) + M_{y5} = 0; \\ \sum M_{z5-5} &= X_A (a/2 - x_5) - P_q a/2 + X_B (a/2 + x_5) - M + M_{z5} = 0, \end{split}$$

где $0 \le x_5 \le a / 2$. Из этой системы определим:

$$\begin{split} Q_{x5} &= P_q - Y_B - Y_C = 0; \\ Q_{y5} &= -X_A + X_B = -6 \text{ KH}; \\ Q_{z5} &= -P + Z_C = 0; \\ M_{x5} &= Pa - X_A a + X_B a = 0; \\ M_{y5}(x_5) &= M_{y5}(0) = Pa/2 - P_q a + Y_B a + Z_C a/2 = 0; \\ M_{y5}(x_5) &= M_{y5}(a/2) = -P_q a + Y_B a + Z_C a = 0; \\ M_{z5}(x_5) &= M_{z5}(0) = -x_A a/2 + P_q a/2 - X_B a/2 + M = -12 \text{ KHM}; \\ M_{z5}(x_5) &= M_{z5}(a/2) = P_q a/2 - X_B a + M = 0. \end{split}$$

Внутренние продольные $N_x = Q_{xi}$ и поперечные $Q_y = Q_{yi}$, $Q_z = Q_{zi}$ силы, а также внутренние крутящие $M_{\kappa p} = M_{xi}$ и изгибающие $M_y = M_{yi}$, $M_z = M_{zi}$ моменты в сечениях i - i сведены в табл. 13. Их построенные эпюры $N_x = Q_x$, Q_y , Q_z , $M_{\kappa p} = M_x$, M_y и M_z показаны на рис. 57.

Таблица 13

Ставой	Сечение									
Силовои	<i>i</i> =	= 1	<i>i</i> = 2		<i>i</i> = 3		<i>i</i> = 4		<i>i</i> = 5	
φακτορ	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.	Нач.	Кон.
Q_{xi}	-12,5	-12,5	-12	-12	-6	-6	0	0	0	0
Q_{yi}	0	12	-12,5	-12,5	-6	-6	-6	-6	-6	-6
Q_{zi}	6	6	6	6	-6	-6	0	0	0	0
M _{xi}	0	0	-24	-24	-26	-26	0	0	0	0
M _{yi}	0	24	0	24	24	0	0	0	0	0
M _{zi}	0	-24	-24	26	-24	0	-26	-14	-12	0











г)





0

Рис. 57

0

При построении эпюр, показанных выше, стержень конструкции в каждом из его сечений i - i мысленно располагаем по отношению к себе так, чтобы взгляд был направлен в начало координат со стороны положительной оси z при построении эпюр $N_x = Q_x$, Q_y , $M_{\kappa p} = M_x$ и M_z или оси y при построении эпюр Q_z и M_y . В первом случае эпюры строятся в плоскости Oxy (значения откладываются по оси y), а во втором – в плоскости Oxz (значения откладываются по оси z).

Задание 9. Определить нормальные и касательные напряжения при прямом поперечном изгибе.

Варианты различных схем балки и условия ее нагружения приведены на рис. 33–37 задачи 6. Поперечные сечения балки для различных вариантов показаны на рис. 58, а их размеры – в табл. 14.

Для заданного поперечного сечения балки требуется найти:

– статический момент S_z^* ;

– минимальный момент сопротивления $W_{z\min}$;

– максимальное нормальное σ_{\max} и касательное τ_{\max} напряжения в опасном сечении балки;

– нормальное σ_A^{1-1} и касательное τ_A^{1-1} напряжения в точке A поперечного сечения 1-1 балки.



Рис. 58

Таблица 14

Га	вин	b	h	b_1	h_1	УА	Га	вин	b	Н	b_1	H_1	УA
№ вариан	№ сече			ММ			№ Вариан	№ сечел			ММ		
1	1	200	300	—	—	100	16	5	200	60	—	—	10
2	1	300	400	_	—	-160	17	1	200	300	—	—	70
3	1	150	200	_	—	60	18	1	300	400	—	—	100
4	1	200	300	_	—	50	19	1	300	400	—	—	-180
5	3	200	300	_	—	50	20	1	150	200	—	—	-60
6	1	200	300	_	_	-100	21	3	200	300	_	_	50
7	2	200	300	_	—	-50	22	2	200	300	—	_	-50
8	1	200	300	_	—	30	23	1	200	300	—	—	-130
9	5	120	60	30	20	-0	24	1	400	300	-		30
10	5	120	60	30	20	20	25	1	400	300	-		-30
11	4	120	60	30	20	-20	26	1	400	300	_	_	130
12	4	120	60	30	20	10	27	1	150	200	_	_	-60
13	4	200	48	50	16	6	28	4	120	60	30	20	10
14	4	200	48	50	16	-16	29	4	120	60	30	20	-10
15	5	200	60	50	20	20	30	1	150	200	_	_	60

Пример выполнения задания 9

Схема балки и условия ее нагружения даны на рис. 38 и в табл. 11 примера задачи 6. Поперечное сечение балки в виде трапеции показано на рис. 59.



Рис. 59

Размеры поперечного сечения составляют: b = 200 мм, $b_1 = 100$ мм, h = 300 мм и $y_A = 100$ мм.

Решение

1. Статический момент S_z^* этого поперечного сечения можно определить по формуле

$$S_z^* = y_1 F_{\text{otc}}.$$

В этой формуле:

 $F_{\rm orc}$ – «отсеченная площадь» поперечного сечения в соответствии с рис. 59:

$$F_{\rm orc} = \frac{b_1 + b_2}{2} h;$$

 y_1 – расстояние от начала координат O системы отсчета Oxy, связанного с центром тяжести C поперечного сечения, до центра тяжести C_1 «отсеченной площади» $F_{\text{отс}}$

$$y_1 = y_A + y_{o1};$$

 y_{O1} – расстояние от основания «отсеченной площади» $F_{\rm orc}$ до ее центра ее тяжести O_1

$$y_{O1} = \frac{h_1}{3} \frac{b_2 + 2b_1}{b_2 + b_1}; \ b_2 = b_1 + \frac{h_1}{h} (b - b_1); \ y_0 = \frac{h}{3} \frac{b + 2b_1}{b + b_1}; \ h_1 = h - y_A - y_0.$$

Для заданных размеров b, b_1 , h и y_A поперечного сечения балки по вышеприведенным формулам найдем:

$$y_0 = \frac{300}{3} \cdot \frac{200 + 2 \cdot 100}{200 + 100} = \frac{100 \cdot 400}{300} = 133,3 \text{ mm};$$

$$h_1 = 300 - 100 - 133 = 66,7 \text{ mm};$$

$$b_{2} = 100 + \frac{66,7}{300}(200 - 100) = 122,2 \text{ mm};$$

$$F_{\text{otc}} = \frac{100 + 122,2}{2} \cdot 66,7 = 7410 \text{ mm}^{2};$$

$$y_{O1} = \frac{66,7}{3} \cdot \frac{122,2 + 2 \cdot 100}{122,2 + 100} = 32,24 \text{ mm};$$

$$y_{1} = 100 + 32,24 = 132,24 \text{ mm};$$

$$S_{z}^{*} = 132,24 \cdot 7410 = 979898,4 \text{ mm}^{3}.$$

2. В общем случае минимальный момент сопротивления поперечного сечения определяется по формуле

$$W_{z\min} = \frac{J_z}{h - y_0}.$$

Для трапеции

$$J_{z} = \frac{h^{3}(b^{2} + 4bb_{1} - b_{1}^{2})}{36(b + b_{1})} = \frac{300^{3}(200^{2} + 4 \cdot 200 \cdot 100 - 100^{2})}{36(200 + 100)} = \frac{27\,000\,000 \cdot 110\,000}{36 \cdot 300} = \frac{10\,000 \cdot 110\,000}{4} = 2,75 \cdot 10^{8} \text{ mm}^{4}.$$

Тогда

$$W_{z\min} = \frac{2,75 \cdot 10^8}{300 - 133,3} = 1,65 \cdot 10^6 \text{ mm}^3.$$

3. Максимальное нормальное напряжение σ_{\max} в опасном сечении балки:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{z\max}}{W_{z\min}} = \frac{292, 5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{1,65 \cdot 10^6} = 177, 3 \frac{H}{\text{MM}^2} = 177, 3 \text{ MIIa},$$

где $M_{z \max}$ – максимальный изгибающий момент, определенный из его эпюры M_z , показанной на рис. 38 примера задачи 6.

4. Максимальное касательное напряжение τ_{max} в опасном сечении балки находится на оси *z*, проходящей через центр тяжести *C* поперечного сечения. Проведя расчеты аналогично п. 1 при $y_A = 0$, получим:

$$\begin{split} h_1 &= h - y_0 = 300 - 0 - 133, 3 = 166, 7 \text{ MM}; \\ b_2 &= b_1 + \frac{h_1}{h} (b - b_1) = 100 + \frac{166, 7}{300} (200 - 100) = 155, 6 \text{ MM}; \\ F_{\text{orc}} &= \frac{b_1 + b_2}{2} h_1 = \frac{100 + 155, 6}{2} \cdot 166, 7 = 21304 \text{ MM}^2; \\ y_{O1} &= \frac{h_1}{3} \frac{b_2 + 2b_1}{b_2 + b_1} = \frac{166, 7}{3} \frac{155, 6 + 2 \cdot 100}{155, 6 + 100} = 77, 31 \text{ MM}; \\ y_1 &= y_A + y_{O1} = 0 + 77, 31 = 77, 31 \text{ MM}; \\ S_{zo}^* &= y_1 \cdot F_{\text{orc}} = 77, 31 \cdot 21304 = 1646934, 7 \text{ MM}^3; \\ \tau_{\text{max}} &= \frac{\mathcal{Q}_{y\text{max}} \cdot S_{zo}^*}{b_2 \cdot J_z} = \frac{85 \cdot 10^3 \cdot 1646934, 7}{155, 6 \cdot 2, 75 \cdot 10^8} = 3, 27 \frac{H}{\text{MM}^2} = 3, 27 \text{ MIIa} \end{split}$$

где $Q_{y \max}$ – максимальная поперечная сила, определенная из ее эпюры Q_y , показанной на рис 38 примера задачи 6.

5. Нормальные σ_A^{x-x} и касательные τ_A^{x-x} напряжения в точке *A* поперечного сечения, показанного на рис. 59, составляют:

$$\sigma_A^{x-x} = \frac{M_z^{x-x}}{J_z} \cdot y_A = \frac{165 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{2,75 \cdot 10^8} \cdot 100 = 60 \frac{H}{\text{MM}^2} = 60 \text{ MIIa};$$

$$\tau_A^{x-x} = \frac{Q_y^{x-x} \cdot S_z^*}{b_2 \cdot J_z} = \frac{85 \cdot 10^3 \cdot 979898,4}{122,2 \cdot 2,75 \cdot 10^8} = 2,48 \frac{H}{\text{MM}^2} = 2,48 \text{ MIIa},$$

где M_z^{x-x} и Q_y^{x-x} – изгибающий момент и поперечная сила, определенные из их эпюр в сечении x - x, показанном на рис. 8 примера задачи 6. На исходных рис. 33–37 задачи 6 за сечение x - x следует принять показанное на этих рисунках сечение 1-1. Результаты расчета представлены в табл. 15.

Таблица	15
---------	----

S_z^*	$W_{z\min}$	J_z	$\sigma_{ m max}$	$ au_{ m max}$	σ_A^{x-x}	$ au_A^{x-x}$		
MM ³		MM ⁴	МПа					
979 898,4	$1,65 \cdot 10^6$	$2,75 \cdot 10^8$	177,3	3,27	60	2,48		

Задание 10. Рассчитать балку на прочность при прямом поперечном изгибе.

Схемы нагружения балки для различных вариантов показаны на рис. 60– 64. Здесь же в таблицах приведены соответствующие этим вариантам исходные данные. Поперечные сечения балки для различных вариантов показаны на рис. 65, а табл. 16 определяет вид сечения в зависимости от варианта.

Для заданной формы поперечного сечения балки требуется:

1) построить эпюры поперечных сил Q_z и изгибающих моментов M_z ;

2) определить:

– координату $y_c = y_c(\delta)$ центра тяжести *C* поперечного сечения;

– момент инерции $J_z = J_z(\delta)$ поперечного сечения относительно нейтральной оси;

– моменты сопротивления $W_z^c(\delta)$ и $W_z^p(\delta)$ для сжатых и растянутых волокон поперечного сечения;

3) для опасного поперечного сечения балки определить толщину δ стенки этого сечения из условия прочности по нормальным напряжениям σ_c и σ_p для сжатых и растянутых волокон при рациональном расположении сечения;

4) выбрать величину δ ;

5) для выбранной величины δ определить наибольшие сжимающее и растягивающее напряжения $\sigma_{c\max}$ и $\sigma_{p\max}$;

При расчете принять:

– модуль продольной упругости $E = 1, 5 \cdot 10^5$ МПа;

– допускаемое напряжение на сжатие [σ_c] = 70 МПа;

– допускаемое напряжение на растяжение [σ_p] = 40 МПа.

Рис. 60

$$\begin{array}{c} \textcircled{\bullet} \\ & & & & \\$$

Рис. 61

Рис. 62



Рис. 63



Рис. 64



Рис. 65

Номер поперечного сечения балки для заданного варианта задачи определяется табл. 16.

T	аблица	16

№ сечения		№ варианта					
1	1	7	13	19	25		
2	2	8	14	20	26		
3	3	9	15	21	27		
4	4	10	16	22	28		
5	5	11	17	23	29		
6	6	12	18	24	30		

Пример выполнения задания 10

Схема нагружения балки показана на рис. 66, а исходные данные приведены в табл. 17.



Рис. 66

Таблица 17

Р	q	М	а
кН	к <i>Н/</i> м	кН∙м	М
0,4	3,0	0,8	0,6

Решение

1. Определение поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z .

Для определения внутренних поперечных сил Q_y и внутренних изгибающих моментов M_z воспользуемся методом сечений. Для этого мысленно рассечем балку сечениями 1-1, 2-2 и 3-3, как показано на рис. 66.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 1-1 и в этом сечении введем неизвестные поперечную силу Q_{y1} , изгибающий момент M_{z1} , как показано на рис. 67.



Рис. 67

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 1-1:

$$\sum Y = -P + Q_{y1} = 0;$$

$$\sum M_{1-1} = Px_1 + M_{z1} = 0,$$

где $0 \le x_1 \le a / 4$. Из этой системы определим:

$$Q_{y1} = P = 0,4 \text{ KH};$$

 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(0) = 0;$

$$M_{z1}(x_1) = M_{z1}(a/4) = -Pa/4 = -0,06 \text{ kH}\cdot\text{m}.$$

Так как согласно рис. 67 истинное направление внутреннего уравновешивающего изгибающего момента $M_{z1}(x_1) = -0 \div 0,06$ кH·м на участке $0 \le x_1 \le a/4$ направлено по ходу часовой стрелки и момент находится справа от сечения 1-1, то на этом участке верхние волокна бруса растянуты, а нижние сжаты.

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 2-2 и в этом сечении введем неизвестные поперечную силу Q_{y2} , изгибающий момент M_{z2} , как показано на рис. 68.



Рис. 68

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 2-2:

$$\Sigma Y = -P - qx_2 + Q_{y2} = 0;$$

$$\Sigma M_{2-2} = P(a/4 + x_2) + qx_2^2/2 + M_{z2} = 0,$$

где $0 \le x_2 \le a / 4$. Из этой системы определим:

$$Q_{y2}(x_2) = Q_{y2}(0) = P = 0,4$$
 кH;
 $Q_{y2}(x_2) = Q_{y2}(a/4) = P + qa/4 = 0,85$ кH;

$$M_{z2}(x_2) = M_{z2}(0) = -Pa / 4 = -0,06$$
 к
H·м;
 $M_{z2}(x_2) = M_{z2}(a / 4) = -Pa / 2 - qa^2 / 2 = -0,15$ к
H·м.

Так как согласно рис. 68 истинное направление внутреннего уравновешивающего изгибающего момента $M_{z2}(x_2) = -0,06 \div 0,15$ кH·м на участке $0 \le x_2 \le a/4$ направлено по ходу часовой стрелки и находится справа от сечения 2-2, то на этом участке верхние волокна бруса растянуты, а нижние сжаты.

Сечение 3-3.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 3-3 и в этом сечении введем неизвестные поперечную силу Q_{y3} и изгибающий момент M_{z3} , как показано на рис. 69.



Рис. 69

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 3-3:

$$\sum Y = -P - q(a/4 + x_3) + Q_{y3} = 0;$$

$$\sum M_{3-3} = P(a/2 + x_3) + q(a/4 + x_3)^2 / 2 - M + M_{z3} = 0,$$

где $0 \le x_3 \le a / 2$. Из этой системы определим:

$$Q_{y3}(x_3) = Q_{y3}(0) = P + qa/4 = 0,85$$
 кH;
 $Q_{y3}(x_3) = Q_{y3}(a/2) = P + q(a/4 + a/2) = 1,75$ кH;

$$M_{z3}(x_3) = M_{z3}(0) = -Pa/2 - qa^2/16 + M = 0,65$$
 кH·м;
 $M_{z3}(x_3) = M_{z3}(a/2) = -Pa - 9qa^2/32 + M = 0,26$ кH·м.

Так как согласно рис. 69 истинное направление внутреннего уравновешивающего изгибающего момента $M_{z3}(x_3) = 0,65 \div 0,26$ кH·м на участке $0 \le x_3 \le a/2$ направлено против хода часовой стрелки и момент находится справа от сечения 3-3, то на этом участке верхние волокна бруса сжаты, а нижние растянуты.

Эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z , построенные с учетом правил их построения, рассмотренных в примере задачи 6, показаны на рис. 66.

2. Определение координаты центра тяжести поперечного сечения балки.

Поперечное сечение балки показано на рис. 70.



Рис. 70

Координату $y_c = y_c(\delta)$ центра тяжести *С* поперечного сечения, показанного на рис. 70, можно определить по формуле

$$y_c = \frac{S_x}{F},$$

где $S_x = \sum F_i y_i$ – статический момент плоской фигуры относительно оси x; *F* – площадь этой фигуры.

Чтобы воспользоваться этой формулой, условно разделим поперечное сечение, показанное на рис. 70, на две части: 1 – прямоугольник с шириной 6 δ и высотой 10 δ ; 2 – полый прямоугольник с шириной 4 δ и высотой 7 δ , у которых легко определяются площади $F_1 = 6\delta \cdot 10\delta$, $F_2 = 4\delta \cdot 7\delta$ и координаты $y_1 = 5\delta$, $y_2 = 5,5\delta$ их центров тяжести C_1, C_2 .

Определив статический момент

$$S_x = \sum F_i \cdot y_i = 6\delta \cdot 10\delta \cdot 5\delta - 4\delta \cdot 7\delta \cdot 5, 5\delta = 300\delta^3 - 154\delta^3 = 146\delta^3$$

и площадь поперечного сечения

$$F = 60\delta^2 - 28\delta^2,$$

найдем

$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{146\delta^3}{60\delta^2 - 28\delta^2} = \frac{146}{32}\delta = 4,56\delta,$$

где в приведенных выше формулах знак минус указывает, что часть 2 полая.

3. Определение момента инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси.

Известно, что момент инерции $J_z = J_z(\delta)$ плоского поперечного сечения, показанного на рис. 70, относительно нейтральной оси, проходящей горизонтально в плоскости чертежа через его центр масс *C*, можно определить как сумму моментов инерции J_{z_1} и J_{z_2} его частей 1 и 2 относительно этой же оси

$$J_{z} = J_{z_{1}} - J_{z_{2}} = [J_{z_{c1}} + F_{1} \cdot (y_{c_{1}} - y_{c})^{2}] - [J_{z_{c2}} + F_{2}(y_{c_{2}} - y_{c})^{2}], \quad (18)$$

где $y_{c_1} = y_1$, $y_{c_2} = y_2$; величины $(y_{c_1} - y_c)$ и $(y_{c_2} - y_c)$ – расстояния от нейтральной оси до центральных; знак минус перед J_{z_2} характеризует, что часть 2 полая.

Для прямоугольной части i = 1, 2 момент ее инерции $J_{z_{ci}}$ относительной оси определяется формулой

$$J_{z_{ci}} = \frac{b_i h_i^3}{12},$$
 (19)

где b_i и h_i – ширина и высота этой *i*-й части.

Для других видов поперечных сечении $J_{z_{ci}}$ даются в справочной литературе или определяются самостоятельно.

С учетом формул (18) и (19) момент инерции J_z поперечного сечения балки относительно нейтральной оси можно определить в виде

$$J_{z} = \left[\frac{6\delta \cdot (10\delta)^{3}}{12} + 6\delta \cdot 10\delta (\frac{10\delta}{2} - 4,56\delta)^{2}\right] - \left[\frac{4\delta \cdot (7\delta)^{3}}{12} + 4\delta \cdot 7\delta (\frac{7\delta}{2} + 2\delta - 4,56\delta)^{2}\right] = 372,5\delta^{4}.$$

4. Определение моментов сопротивления сечения $W_z^{B}(\delta)$ и $W_z^{H}(\delta)$ для верхних и нижних волокон.

Для поперечного сечения, показанного на рис. 70, имеем:

$$W_{z}^{\mathrm{B}}(\delta) = \frac{J_{z}}{h - y_{c}} = \frac{372,542\delta}{10\delta - 4,56\delta} = 68,48\delta^{3};$$
$$W_{z}^{\mathrm{H}}(\delta) = \frac{J_{z}}{y_{c}} = \frac{372,542\delta^{4}}{4,56\delta} = 81,70\delta^{3}.$$

5. Определение толщины *б* стенки поперечного сечения балки для опасного сечения.

При расчете принимаем, что допускаемое нормальное напряжение на сжатие составляет [σ_c] = 70 *МПа*, а на растяжение [σ_p] = 40 МПа.

Расчет будем проводить исходя из условия прочности по нормальным напряжениям σ_c и σ_p для сжатых и растянутых волокон при рациональном расположении опасного поперечного сечения.

Опасное поперечное сечение находится там, где изгибающий момент $M_{z \max}$ максимален $M_z = M_{z \max}$. Согласно эпюр, показанных на рис. 66, это сечение находится там, где $M_{z \max} = 0,65$ к $H \cdot M$ на участке $0 \le x_3 \le a/2$ при $x_3 = 0$.

Условие прочности для верхних сжатых и нижних растянутых волокон можно записать в виде:

$$\sigma_{c\max} = \frac{M_{z\max}}{W_z^{\text{B}}(\delta)} = \frac{M_{z\max}}{68,48\delta^3} \le [\sigma_c];$$

$$\sigma_{p\max} = \frac{M_{z\max}}{W_z^{\text{H}}(\delta)} = \frac{M_{z\max}}{81,70\delta^3} \le [\sigma_p],$$

откуда

$$\begin{split} & \mathcal{S}_{c}^{\mathrm{I}} \geq \sqrt[3]{\frac{M_{z\max}}{68,48\cdot[\sigma_{c}]}} \geq \sqrt[3]{\frac{0,65\cdot10^{6}}{68,48\cdot70}} \geq 5,13 \text{ mm}; \\ & \mathcal{S}_{p}^{\mathrm{I}} \geq \sqrt[3]{\frac{M_{z\max}}{81,70\cdot[\sigma_{p}]}} \geq \sqrt[3]{\frac{0,65\cdot10^{6}}{81,70\cdot40}} \geq 5,83 \text{ mm}. \end{split}$$

Принимаем для первого положения поперечного сечения единую толщину его стенки, равную $\delta = \delta_{\max} = \delta_p^I = 5,83$ мм.

Чтобы определить, рациональны ли это положение, повернем поперечное сечение на 180° и определим, какая толщина δ стенки потребуется в этом случае. Тогда в предыдущих формулах $W_z^{\text{B}}(\delta)$ и $W_z^{\text{H}}(\delta)$ поменяются местами:

$$\sigma_{c\max} = \frac{M_{z\max}}{W_z^{\rm H}(\delta)} = \frac{M_{z\max}}{81,70\delta^3} \le [\sigma_c];$$

$$\sigma_{p\max} = \frac{M_{z\max}}{W_z^{\rm B}(\delta)} = \frac{M_{z\max}}{68,48\delta^3} \le [\sigma_p],$$

откуда

$$\begin{split} & \delta_c^{\rm II} \geq \sqrt[3]{\frac{M_{z\max}}{81,70\cdot[\sigma_c]}} \geq \sqrt[3]{\frac{0,65\cdot10^6}{81,70\cdot70}} \geq 4,84 \ \text{mm}; \\ & \delta_p^{\rm II} \geq \sqrt[3]{\frac{M_{z\max}}{68,48\cdot[\sigma_p]}} \geq \sqrt[3]{\frac{0,65\cdot10^6}{68,48\cdot40}} \geq 6,36 \ \text{mm}. \end{split}$$

Принимаем для второго положения сечения единую толщину его стенки, равную $\delta = \delta_{\max} = \delta_p^{II} = 6,36$ мм.

Поскольку для первого положения сечения толщина $\delta = 5,83$ мм его стенки меньше, чем для второго, то первое положение рациональнее. Округляя толщину до целого значения, получим $\delta = 6$ мм.

5. Определение наибольших сжимающего и растягивающих напряжений σ_c и σ_p .

Для выбранной толщины $\delta = 6$ *мм* наибольшие сжимающее и растягивающее напряжения $\sigma_{c \max}$ и $\sigma_{p \max}$ можно определить по формулам:

$$\sigma_{c \max} = -\frac{M_{z \max}}{W_z^{\text{B}}(\delta)} = -\frac{0,65 \cdot 10^6}{68,48 \cdot 6^3} = -43,94 \text{ MIIa};$$

$$\sigma_{p \max} = \frac{M_{z \max}}{W_z^{\text{H}}(\delta)} = \frac{0,65 \cdot 10^6}{81,70 \cdot 6^3} = 36,83 \text{ MIIa},$$

которые составляют условие прочности для первого положения сечения. В приведенных формулах знак минус характеризует сжатие верхних волокон, а знак плюс – растяжение нижних, так что $W_z^c(\delta) = W_z^B(\delta)$ и $W_z^p(\delta) = W_z^H(\delta)$. Эпюра нормальных напряжений σ в опасном поперечном сечении показана на рис. 71.



Рис. 71

Результаты расчета сведены в табл. 18.

Таблица 18

$M_{z \max}$	$y_c(\delta)$	$J_z(\delta)$	$W_z^c(\delta)$	$W_z^p(\delta)$	δ_c	δ_p	δ	σ_{c}	σ_p
кН∙м	×ð	$ imes \delta^4$	$\times \delta^3$		MM			МПа	
0,65	4,56	372,54	68,48	81,70	5,13	5,53	6	-43,94	36,83

Задание 11. Рассчитать балку на жесткость при прямом поперечном изгибе.

Схемы нагружения балки для различных вариантов показаны на рис. 72–76. Здесь же в таблицах приведены соответствующие этим вариантам исходные данные. Поперечные сечения балки для различных вариантов показаны на рис. 77, а табл. 19 определяет вид сечения в зависимости от варианта.

Для заданной формы поперечного сечения балки требуется:

6) построить эпюры поперечных сил Q_z и изгибающих моментов M_z ;

7) составить универсальное уравнение упругой линии;

8) определить:

1) координату $y_c = y_c(\delta)$ центра тяжести *C* поперечного сечения;

2) момент инерции $J_z = J_z(\delta)$ поперечного сечения относительно нейтральной оси;

3) толщину стенки поперечного сечения балки δ из условия жесткости в сечении x = a/2;

4) углы поворота θ_A и θ_B оси балки на опорах *A* и *B*;

5) прогиб балки y_p в сечении, расположенном под сосредоточенной силой P.

При расчете принять:

– модуль продольной упругости $E = 0.8 \cdot 10^5$ МПа;

– допускаемый относительный прогиб балки $\left| \frac{y_{\text{max}}}{a} \right| = \frac{1}{800}$.

Номер поперечного сечения балки для заданного варианта задачи определяется табл. 19.

Таблица 19

Номер сечения	Номер варианта						
1	1	7	13	19	25		
2	2	8	14	20	26		
3	3	9	15	21	27		
4	4	10	16	22	28		
5	5	11	17	23	29		
6	6	12	18	24	30		

Рис. 72

Рис. 73

Рис. 74

$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} $	
<u>0/4 9/4 2/4 9/4</u>	<u>a/2</u> <u>a/4</u> <u>a/4</u>
P Q M Q KH KH/M KH·M M 0,1 6,0 0,3 0,6	P Q M Q xH xH/m xH.M M 0,2 5,0 0,2 Q5
$\begin{array}{c c} @ & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & &$	22 Mar State P Amar B Amar B B B B B B B B B B B B B B B B B B B
P Q M Q KH KH/M KH·M M Q3 4,0 0,1 0,4	P Q M Q KH KH/M KH-M M 0,4 3,0 Q6 0,3
$\begin{array}{c} 23 \\ \hline & & P \\ \hline & & \\ A \\ \hline & & M \\ \hline & & B \\ \hline & & \\ & & $	et q P M A ALLING B
	a/4 a/4 a/2
P Q M a KH KH/M KH·M M 0,5 2,0 0,5 0,7	P Q M Q KH KH/M KH.M M Q.5 1.0 Q.4 Q.8

Рис. 75

$\begin{array}{c} 25 \\ \hline 25 \\ \hline 4 \\ \hline \\ A \\ \hline \\ A$	$\begin{array}{c c} \hline & & & & P \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & &$
$\begin{array}{c} \hline e \\ \hline \hline e \\ \hline \hline e \\ \hline \hline e \\ \hline e \\ \hline \hline e \\ \hline e \\ \hline \hline e \hline \hline e \\ \hline \hline e \\ \hline e \\ \hline \hline e$	$\begin{array}{c c} \hline 28 \\ M \\ \hline \\ M \\ \hline \\ \hline \\ A \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ A \\ \hline \\ \hline$
P Q M Q x.H x.H/m x.H.m M 0,3 4,0 0,1 0,4	P Q M Q KH KH/M KH/M M 0,4 3,0 0,6 0,30
$\begin{array}{c} \textcircled{B} \\ \textcircled{B} \\ A \\ & & & & & \\ A \\ & & & & \\ A \\ & & & &$	$ \begin{array}{c c} \hline 30 \\ M \\ \hline \\ M \\ \hline \\ A \\ \hline \hline \hline A \\ \hline \hline \hline A$
Р 2 М а КН хН/м хН-м м 0,5 2,0 0,5 0,7	P 9 M a KH KH/M KH M M Q6 1,0 0,4 0,8

Рис. 76


Рис. 77

Пример выполнения задания 11

Схема нагружения балки показана на рис. 78, а исходные данные приведены в табл. 20.



Рис. 78

Таблица 20

Р	q	М	а
кН	к <i>Н/</i> м	к <i>Н</i> ·м	М
0,4	3,0	0,8	0,6

Решение

1. Определение поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z .

Перед определением внутренних поперечных сил Q_y и внутренних изгибающих моментов M_z необходимо предварительно рассчитать реакции R_A и R_B опор: шарнира A и катка B.

Для расчета опорных реакций R_A и R_B запишем уравнения равновесия (1) балки:

$$\sum Y = R_A - P - qa/2 + R_B = 0;$$

$$\sum M_A = -Pa/4 - qa^2/4 + 3R_Ba/4 + M = 0.$$

Тогда последовательно из последнего и первого уравнений находим:

$$R_B = \frac{Pa + qa^2 - 4M}{3a} = -0,32$$
 кH;
 $R_A = P + qa/2 - R_B = 1,52$ кH.

Отрицательное значение R_B указывает на то, что эта реакция направлена в обратную сторону.

Для определения поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z воспользуемся методом сечений. Для этого мысленно рассечем балку сечениями 1-1, 2-2 и 3-3, как показано на рис. 78.

Сечение 1-1.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 1-1 и в нем введем неизвестные поперечную силу Q_{y1} изгибающий момент M_{z1} , как показано на рис. 79.



Рис. 79

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 1-1:

$$\sum Y = R_A - Q_{y1} = 0;$$

$$\sum M_{1-1} = -R_A x_1 + M_{z1} = 0,$$

где $0 \le x_1 \le a / 4$. Из этой системы определим:

$$Q_{y1} = R_A = 1,52$$
 кH;
 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(0) = 0;$
 $M_{z1}(x_1) = M_{z1}(a/4) = R_A a/4 = 0,27$ кH·м.

Так как согласно рис. 79 истинное направление внутреннего уравновешивающего изгибающего момента $M_{z1}(x_1) = 0 \div 0,27$ кH·м на участке $0 \le x_1 \le a/4$ направлено против хода часовой стрелки и момент находится справа от сечения 1-1, то на этом участке верхние волокна бруса сжаты, а нижние растянуты.

Сечение 2-2.

Мысленно отбросим правую часть балки по сечению 2-2 и в этом сечении введем неизвестные поперечную силу Q_{y2} , изгибающий момент M_{z2} , как показано на рис. 80.



Рис. 80

Запишем систему уравнений равновесия (17) балки в сечении 2-2:

$$\Sigma Y = R_A - P - qx_2 - Q_{y2} = 0;$$

$$\Sigma M_{2-2} = -R_A (a/4 + x_2) + Px_2 + qx_2^2/2 + M_{z2} = 0,$$

где $0 \le x_2 \le a / 2$. Из этой системы определим:

$$Q_{y2}(x_2) = Q_{y2}(0) = R_A - P = 1,02$$
 кH;
 $Q_{y2}(x_2) = Q_{y2}(a/2) = R_A - P - qa/2 = 0,32$ кH;
 $M_{z2}(x_2) = M_{z2}(0) = R_A a/4 = 0,27$ кH·м;

$$M_{z2}(x_2) = M_{z2}(a/2) = 3R_A a/4 - Pa/2 - qa^2/8 = 0,5$$
 кH·м

Так как согласно рис. 80 истинное направление внутреннего уравновешивающего изгибающего момента $M_{z2}(x_2) = 0,27 \div 0,5 \ \kappa H \cdot M$ на участке $0 \le x_2 \le a/2$ направлено против хода часовой стрелки и момент находится справа от сечения 2-2, то на этом участке верхние волокна бруса сжаты, а нижние растянуты.

Сечение 3-3.

Мысленно отбросим левую часть балки по сечению 3-3 и в этом сечении введем неизвестные поперечную силу Q_{y3} и изгибающий момент M_{z3} , как показано на рис. 81.



Рис. 81

Запишем систему уравнений равновесия (1) балки в сечении 3-3:

$$\sum Y = Q_{y3} = 0;$$

$$\sum M_{3-3} = -M + M_{z3} = 0$$

где $0 \le x_3 \le a / 4$. Из этой системы определим:

$$Q_{y3} = 0; M_{z3} = M = 0,5$$
 к H ·м.
113

На участке $0 \le x_3 \le a/4$ поперечная сила Q_{y3} и изгибающий момент M_{z3} не зависят от координаты x_3 и всегда сохраняют свое постоянное значение. Так как согласно рис. 81 истинное направление внутреннего уравновешивающего изгибающего момента $M_{z3}(x_3) = 0,5$ кH·м на участке $0 \le x_3 \le a/2$ направлено по ходу часовой стрелки и момент находится слева от сечения 3-3, то на этом участке верхние волокна бруса сжаты, а нижние растянуты.

Эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z , построенные с учетом правил их построения, рассмотренных в примере задачи 6, показаны на рис. 78.

2. Составление универсального уравнения упругой линии.

В общем виде универсальные уравнения для определения углов $\theta(x)$ поворота и прогибов y(x) балки при изгибе можно записать в виде

$$\theta(x) = \frac{1}{EJ_z} \left[\sum M_i \frac{(x - a_{M_i})^1}{1} + \sum F_i \frac{(x - a_{F_i})^2}{2} + \sum \left(q_i \frac{(x - a_{q_{hi}})^3}{6} - q_i \frac{(x - a_{q_{ki}})^3}{6} \right) \right] + C_1;$$

$$y(x) = \frac{1}{EJ_z} \left[\sum M_i \frac{(x - a_{M_i})^2}{2} + \sum F_i \frac{(x - a_{F_i})^3}{6} + \sum \left(q_i \frac{(x - a_{q_{hi}})^4}{24} - q_i \frac{(x - a_{q_{ki}})^4}{24} \right) \right] + C_1 x + D_1,$$

где a_{M_i} и a_{F_i} – расстояние от начала координат, например от опоры A, до точки приложения *i*-го момента M_i , а последнее – до *i*-й реакции R_i , включая и расстояние до точки приложения *i*-й внешней силы P_i ; $a_{q_{hi}}$ и $a_{q_{\kappa i}}$ – расстояния от начала координат до начальной и конечно точек приложения *i*-й распределенной нагрузки q_i .

В вышеприведенных уравнениях M_i , F_i и q_i положительны, если первый направлен по ходу часовой стрелки, а последние – в сторону увеличения положительных значений координаты y, и отрицательны, если они направлены наоборот.

Используя приведенные выше уравнения, определим:

- угол поворота

$$\theta = \frac{1}{EJ_z} \left[-M(x-a) + R_A \frac{x^2}{2} - P \frac{\left(x - \frac{3a}{4}\right)^2}{2} - q \frac{\left(x - \frac{a}{4}\right)^3}{6} + q \frac{\left(x - \frac{3a}{4}\right)^3}{6} \right] + \theta_0; \quad (20)$$

– прогиб

$$y = \frac{1}{EJ_z} \left[-M\frac{(x-a)^2}{2} + R_A \frac{x^3}{6} - P\frac{\left(x-\frac{a}{4}\right)^3}{6} + R_B \frac{\left(x-\frac{3a}{4}\right)^3}{6} - q\frac{\left(x-\frac{a}{4}\right)^4}{24} + q\frac{\left(x-\frac{3a}{4}\right)^4}{24} \right] + \theta_0 x + y_0.$$
(21)

Константы θ_0 и y_0 можно найти из последнего уравнения (21), приняв во внимание, что прогиб *y* балки на опоре *A* при x = 0 и на опоре *B* при x = 3a/4 равен y = 0. Воспользовавшись дважды уравнением (21) и отбрасывая члены, отрицательные в скобках, получим:

- на опоре A при x = 0

$$y_A = y_0 = 0;$$

– на опоре *B* при x = 3a/4

$$\theta_0 = -\frac{4}{3aEJ_z} \left[\frac{R_A}{6} \left(\frac{3a}{4} \right)^3 - \frac{P}{6} \left(\frac{a}{2} \right)^3 - \frac{q}{24} \left(\frac{a}{2} \right)^4 \right] = -\frac{0,0606 \cdot 10^3 [H \cdot M^2]}{EJ_z [H \cdot M^2]}, \text{ рад. (22)}$$

Величина $EJ_z\theta_0$ составляет $EJ_z\theta_0 = -0,0606 MH \cdot MM^2$.

3. Определение координаты центра тяжести поперечного сечения балки.

Координату $y = y(\delta)$ центра тяжести *C* поперечного сечения балки, показанного на рис. 82, можно определить по формуле

$$y_c = \frac{F_1 y_{1c} + F_2 y_{2c} + F_3 y_{3c}}{F_1 + F_2 + F_3} = 4,08\delta,$$

где y_{1c}, y_{2c} и y_{3c} – координаты центров C_1, C_2 и C_3 тяжести частей 1, 2 и 3 поперечного сечения с площадями F_1, F_2 и F_3 .



Рис. 82

4. Определение момента инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси.

Координаты y_{1c} , y_{2c} и y_{3c} определяются исходя из того, что центры C_1, C_2 и C_3 тяжести частей 1, 2 и 3 лежат на осях их симметрии, проходящих через половину высоты этих частей.

Момент инерции $J_z = J_z(\delta)$ поперечного сечения балки, показанного на рис. 82, относительно нейтральной оси, проходящей горизонтально в плоскости чертежа через его центр масс *C*, можно определить как сумму моментов инерции J_{z_1} , J_{z_2} и J_{z_3} его частей 1, 2 и 3 с площадями F_1, F_2 и F_3 , относительно этой же оси (18)

$$J_{z} = J_{z_{1}} + J_{z_{2}} + J_{z_{3}} =$$

= $[J_{z_{c1}} + F_{1} \cdot (y_{c_{1}} - y_{c})^{2}] + [J_{z_{c2}} + F_{2}(y_{c_{2}} - y_{c})^{2}] + [J_{z_{c3}} + F_{3}(y_{c_{3}} - y_{c})^{2}]$

Моменты инерции $J_{z_{ci}}$ прямоугольных частей i = 1, 2, 3 определяются формулой (19).

С учетом вышеприведенной формулы момент инерции J_z поперечного сечения балки относительно нейтральной оси можно определить в виде

$$J_{z} = \frac{6\delta(3\delta)^{2}}{12} + 6\delta \cdot 3\delta(y_{c} - y_{1c})^{2} + \frac{\delta(5\delta)^{2}}{12} + \delta \cdot 5\delta(y_{2c} - y_{c})^{2} + \frac{4\delta(2\delta)^{2}}{12} + 4\delta \cdot 2\delta(y_{3c} - y_{c})^{2} = 350\delta^{4}.$$
(23)

5. Определение толщины *б* стенки поперечного сечения балки. При расчете полагаем, что:

– модуль продольной упругости $E = 0.8 \cdot 10^5$ МПа;

– допускаемый относительный прогиб балки $\left[\frac{y_{\text{max}}}{a}\right] = \frac{1}{800}$,

откуда

$$[y_{\rm max}] = a / 800$$
.

Толщину δ стенки поперечного сечения балки определим исходя из условия жесткости в сечении x = a/2

$$y_{x=a/2} \le [y_{\max}].$$
 (24)

Универсальное уравнение для прогибов в сечении x = a / 2 дает

$$y_{x=a/2} = \frac{1}{EJ_z} \left[\frac{R_A}{6} \left(\frac{a}{2} \right)^3 - \frac{P}{6} \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{4} \right)^3 - \frac{q}{24} \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{4} \right)^4 \right] + \theta_0 \frac{a}{2}$$

Подставив в это уравнение J_z (23) и θ_0 (22), а затем полученное (24) с учетом жесткости балки

$$EJ_{z} = E \cdot 350\delta^{4} = (0,8 \cdot 10^{5} \cdot 10^{6}) \cdot 350 \cdot (4,6 \cdot 10^{-3})^{4} = 12537 \ H \cdot \text{m}^{2},$$

Определим

$$|y_{x=a/2}| = \left| \frac{1}{EJ_z} \left[\frac{R_A}{6} \left(\frac{a}{2} \right)^3 - \frac{P}{6} \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{4} \right)^3 - \frac{q}{24} \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{4} \right)^4 \right] + \theta_0 \frac{a}{2} \right| = \\ = \left| \frac{10,8768[H \cdot m^3]}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 350\delta^4[H \cdot m^2]} \right| \le \frac{a[m]}{800},$$

откуда

$$\delta \ge 4, 6 \cdot 10^{-3}$$
м или $\delta \ge 4, 6$ мм.

6. Определение углов θ_A и θ_B поворота балки на опорах A и B.

Универсальное уравнение (20) угла поворота θ балки на опоре *A* при x = 0 и опоре *B* x = 3a/4 дает:

$$\begin{split} \theta_A &= \theta_0 = -\frac{0,0606 \cdot 10^3}{EJ_z} = \frac{0,0606 \cdot 10^3}{12537} = -4,83 \cdot 10^{-3} \text{ рад;} \\ \theta_B &= \frac{1}{EJ_z} \Biggl[\frac{R_A}{2} \Biggl(\frac{3a}{4} \Biggr)^2 - \frac{P}{6} \Biggl(\frac{a}{2} \Biggr)^2 - \frac{q}{6} \Biggl(\frac{a}{2} \Biggr)^3 \Biggr] + \theta_0 = \\ &= \frac{0,10384 \cdot 10^3}{EJ_z} = \frac{0,10384 \cdot 10^3}{12537} = 8,28 \cdot 10^{-3} \text{ рад.} \end{split}$$

7. Определение прогиба δ_P балки

Универсальное уравнение для прогиба δ балки в сечении x = a/4 в точке приложении сосредоточенной силы *P* дает

$$y_p = y_{x=a/4} = \frac{1}{EJ_z} \left[\frac{R_A}{6} \left(\frac{a}{4} \right)^3 \right] + \theta \frac{a}{4} =$$
$$= -\frac{0,009243 \cdot 10^3}{EJ_z} = -\frac{0,009243 \cdot 10^3}{12537} = -0,00074 \text{ M} = -0,74 \text{ MM}.$$

Результаты расчета представлены в табл. 21.

Таблица 21

R_A	R _B	$y_C(\delta)$	$J_Z(\delta)$	$EJ_Z\theta_0$	$EJ_Z y_0$	δ	y_P	θ_A	θ_B
$H \cdot$	М	-	_	$MH \cdot mm^2$	$MH \cdot MM^3$	Ν	ÍM	рад,	10^{-3}
1,52	0,32	$\begin{array}{c c} 4,08\\ \delta\end{array}$	$350\delta^4$	-0,0606	0	4,6	0,74	-4,83	8,28

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5 РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ И РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Задание 12. Рассчитать вал при сложном нагружении.

Косозубая передача, различные варианты расчетной схемы которой показаны на рис. 83, опирается на два подшипника и при равномерном вращении передает заданную мощность. При работе в месте зацепления зубчатых колес возникает усилие, составляющие которого показаны на расчетной схеме.

Требуется:

- построить эпюры внутренних силовых факторов;

 – определить диаметр промежуточного стального вала сплошного сечения из условия статической прочности при условии пренебрежения продольной и поперечными силами.

Исходные данные приведены в табл. 22.

Таблица 22

№ варианта	Схема, рис. 83	[σ], МПа	<i>N</i> , кВт	<i>D</i> ₁ , мм	<i>D</i> ₂ , мм	<i>п</i> , об/мин	F _a	F_r	<i>а,</i> ММ	<i>b</i> , мм	<i>С</i> , ММ
1	1	60	30	200	400	200	0,1 F_t	0,3 F_t	200	400	300
2	2	70	40	500	300	240	0,2 <i>F</i> _t	0,4 F_t	300	300	200

Окончание табл. 22

№ варианта	Схема, рис. 83	[σ], МПа	<i>N</i> , кВт	<i>D</i> ₁ , мм	<i>D</i> ₂ , мм	<i>п</i> , об/мин	F_a	F_r	<i>а,</i> мм	<i>b</i> , мм	С, ММ
3	3	80	50	400	500	300	0,1 F_t	0,3 F_t	200	300	200
4	4	90	40	500	200	350	0,2 <i>F</i> _t	0,4 F_t	300	400	200
5	5	60	50	300	400	400	0,1 F_t	0,3 F_t	300	400	300
6	6	70	30	500	200	200	0,2 <i>F</i> _t	0,4 F_t	200	400	300
7	7	80	50	300	400	240	0,1 F_t	0,3 F_t	300	300	200
8	8	90	30	400	200	300	0,2 <i>F</i> _t	0,4 F_t	200	300	200
9	9	80	40	200	300	350	0,1 F_t	0,3 F_t	300	400	200
0	10	90	50	500	400	400	0,2 <i>F</i> _t	0,4 F_t	300	400	300

В табл. 22 приняты обозначения:

- [σ] – допускаемое напряжение для материала вала;

– *N*–мощность;

- *D*₁,*D*₂ - расчетные диаметры зубчатых колес;

 $-F_a, F_r, F_t$ – аксиальное, радиальное и тангенциальное усилия соответственно.



Рис. 83

Пример выполнения задания 12

Расчетная схема косозубой передачи показана на рис. 84. Также даны: [σ] = 60 МПа; N = 47 кВт; n = 258 об/мин; F_a = 0,1 F_t ; F_r = 0,4 F_t ; D_1 = 0,5 м; D_2 = 0,4 м; a = 0,2 м; b = 0,3 м; c = 0,2 м.



Рис. 84

Решение

1. Определение внешней нагрузки. Момент, передаваемый валом

$$M_e = \alpha \frac{N}{n} = 9554 \frac{47}{258} = 1740 \ H \cdot \mathrm{m},$$

где $\alpha = 9554 - коэффициент приведения к размерности.$

2. Определение усилий, действующих на зубчатые колеса. Окружные (тангенциальные) усилия:

$$F_{t1} = \frac{M_e}{D_1/2} = \frac{1740}{0.5/2} = 6960 H; \ F_{t2} = \frac{M_e}{D_2/2} = \frac{1740}{0.4/2} = 8700 H.$$

Осевые (аксиальные) и радиальные усилия:

$$F_{a1} = 0, 1F_{t1} = 696 H; \ F_{a2} = 0, 1F_{t2} = 870 H;$$

$$F_{r1} = 0, 4F_{t1} = 2784 H; \ F_{r2} = 0, 4F_{t2} = 3480 H$$

На расчетной схеме, показанной на рис. 84, все определенные выше внешние нагрузки приведены к оси вала. При приведении нагрузок от осевых сил возникают дополнительные изгибающие моменты:

$$M_1 = M_1 = F_{a1}D_1 / 2 = F_{a2}D_2 / = 174 H \cdot M.$$

3. Определение реакции опор.

Для определения реакций R_{y1} , R_{z1} левой опоры и R_{y2} , R_{z2} – правой запишем уравнения равновесия (17) вала в вертикальной и горизонтальной плоскостях *ху* и *хz*:

$$\begin{split} \sum Y &= R_{y1} - F_{r1} - F_{r2} + R_{y2} = 0; \\ \sum M_{z1} &= -F_{r1} \cdot 0, 2 - F_{r2} \cdot 0, 5 + R_{y2} \cdot 0, 7 = 0; \\ \sum Z &= -R_{z1} + F_{t1} - F_{t2} + R_{z2} = 0; \end{split}$$

$$\sum M_{v1} = F_{t1} \cdot 0, 2 - F_{t2} \cdot 0, 5 + R_{z2} \cdot 0, 7 = 0,$$

откуда:

$$\begin{split} R_{y2} &= (F_{r1} \cdot 0, 2 + F_{r2} \cdot 0, 5) / 0, 7 = 3281 \ H; \\ R_{y1} &= F_{r1} + F_{r2} - R_{y2} = 2983 \ H; \\ R_{z2} &= (-F_{t1} \cdot 0, 2 + F_{t2} \cdot 0, 5) / 0, 7 = 4226 \ H; \\ R_{z1} &= F_{t1} - F_{t2} + R_{z2} = 2486 \ H. \end{split}$$

4. Определение опасного сечения и диаметра вала.

Рассматриваем раздельно:

кручение от моментов *M_e* (внутренний силовой фактор – крутящий момент *M_x*);

– изгиб в двух взаимно перпендикулярных плоскостях:

1) вертикальной плоскости xy от сил F_r и моментов M_1, M_2 (внутренний силовой фактор – изгибающий момент M_z);

2) горизонтальной плоскости xz от сил F_t (внутренний силовой фактор – изгибающий момент M_y ; при построении эпюры M_y горизонтальная плоскость xz повернута в вертикальную).

Для построения эпюр M_x , M_z и M_y воспользуемся методом сечений. Для этого мысленно рассечем вал сечениями 1-1, 2-2 и 3-3, как показано на рис. 84.

Сечение 1-1.

Запишем систему уравнений равновесия (9) стержня в сечении 1-1:

$$M_{x1-1} = 0;$$

$$M_{y1-1} + R_{z1}x_1 = 0;$$

$$M_{z1-1} - R_{y1}x_1 = 0,$$

где $0 \le x_1 \le 0, 2$ м.

Из нее получим

$$\begin{split} M_{x1-1}(0 \leq x_1 \leq 0,2) &= 0\,; \\ M_{y1-1}(x_1) = M_{y1-1}(0) = -R_{z1} \cdot 0 = 0\,; \\ M_{y1-1}(x_1) = M_{y1-1}(0,2) = -R_{z1} \cdot 0,2 = -497 \ H \cdot \mathrm{M}\,; \\ M_{z1-1}(x_1) = M_{z1-1}(0) = -R_{y1} \cdot 0 = 0\,; \\ M_{z1-1}(x_1) = M_{z1-1}(0,2) = R_{y1} \cdot 0,2 = 597 \ H \cdot \mathrm{M}\,. \end{split}$$

Сечение 2-2.

Запишем систему уравнений равновесия (9) стержня в сечении 2-2:

$$\begin{split} M_{x2-2} - M_e &= 0;\\ M_{y2-2} + R_{z1}(0, 2 + x_2) - F_{t1}x_2 &= 0;\\ M_{z2-2} - R_{y1}(0, 2 + x_2) + F_{r1}x_2 - M_1 &= 0, \end{split}$$

где $0 \le x_2 \le 0,3$ м.

Из нее получим

$$\begin{split} M_{x2-2}(0 \leq x_2 \leq 0,3) &= M_e = 1740 \ H \cdot \mathrm{m}\,; \\ M_{y2-2}(x_2) &= M_{y2-2}(0) = -R_{z1} \cdot 0,2 = -497 \ H \cdot \mathrm{m}\,; \\ M_{y2-2}(x_2) &= M_{y2-2}(0,3) = -R_{z1} \cdot 0,5 + F_{t1} \cdot 0,3 = 845 \ H \cdot \mathrm{m}\,; \\ M_{z2-2}(x_2) &= M_{z2-2}(0) = R_{y1} \cdot 0,2 + M_1 = 771 \ H \cdot \mathrm{m}\,; \\ M_{z2-2}(x_2) &= M_{z2-2}(0,3) = R_{y1} \cdot 0,5 - F_{r1} \cdot 0,3 + M_1 = 830 \ H \cdot \mathrm{m}\,. \end{split}$$

Сечение 3-3.

Запишем систему уравнений равновесия (9) стержня в сечении 3-3:

$$M_{x3-3} = 0;$$

$$M_{y3-3} - R_{z2}x_3 = 0;$$

$$M_{z3-3} - R_{y2}x_3 = 0,$$

где $0 \le x_3 \le 0, 2$ м.

Из нее получим

$$\begin{split} M_{x3-3}(0 \leq x_3 \leq 0,2) &= 0\,; \\ M_{y3-3}(x_3) &= M_{y3-3}(0) = R_{z2} \cdot 0 = 0\,; \\ M_{y3-3}(x_3) &= M_{y3-3}(0,2) = R_{z2} \cdot 0,2 = 845 \ H \cdot \mathrm{M}\,; \\ M_{z3-3}(x_3) &= M_{z3-3}(0) = R_{y2} \cdot 0 = 0\,; \\ M_{z3-3}(x_3) &= M_{z3-3}(0,2) = R_{y2} \cdot 0,2 = 656 \ H \cdot \mathrm{M}\,. \end{split}$$

На основе проведенных расчетов строим эпюр
ы $M_x,\,M_z$ и $M_y,\, которые показаны на рис. 84.$

Для определения опасного сечения строим эпюру эквивалентного момента $M_{\rm экв}$ по формуле

$$M_{_{\rm 3KB}} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + M_x^2} ,$$

которая показана на рис. 84. По этой эпюре определяем: $M_{3KB,max} = 2\ 105\ H^{\cdot}M$.

Из условия прочности

$$\sigma_{_{3KB.max}} = \frac{M_{_{3KB.max}}}{W_z} \leq [\sigma]$$

с учетом

$$W_z = \pi d^3 / 32 \approx 0.1 d^3$$

определяем диаметр вала:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{M_{
m 3KB.max}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{2105 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 80}} = 0,064 \,\mathrm{m} = 64 \,\mathrm{mm}.$$

Задание 13. Рассчитать стержневую конструкцию на устойчивость.

Различные варианты закрепления стержня и варианты его поперечных сечений показаны на рис. 85. Стержень сжат центральной продольной силой *P*. Для заданного закрепления стержня и его поперечного сечения требуется определить:

- размеры поперечного сечения;

- коэффициент запаса устойчивости.

Исходные данные приведены в табл. 23 и 24.

При решении задания необходимо построить график зависимости $\sigma_{\kappa p} = f(\lambda)$. Выбрать поперечное сечение стержня, изобразить это сечение в масштабе, указать его размеры, показать главные центральные оси.



Рис. 85

Таблица 23

Материал	Предел текучести σ_{T} , МПа	Предел пропорц. <i>σ</i> _{пц} , МПа	Модуль упругости <i>E</i> , МПа	<i>а</i> , МПа	<i>b</i> , МПа
Ст. 3	240	200	$1,9 \cdot 10^5$	310	1,14
Сталь 20	260	220	$2 \cdot 10^{5}$	330	1,11
Сталь 45	360	300	$2,1 \cdot 10^5$	450	1,67

Таблица 24

№ варианта	Материал	№ схемы	№ сечения	Нагрузка Р, кН	Длина стержня, <i>l,</i> м	Коэффициент запаса по устойчивости, [n _y]
1	Ст. 3	1	1, 2, 3	50	2	2,4
2	Сталь 20	2	2, 3, 4	100	2,5	2,5
3	Сталь 45	3	3, 1, 2	150	3	2,6
4	Ст. 3	4	4, 2, 3	200	4	2,7
5	Сталь 20	1	1, 2, 3	250	5	2,8
6	Сталь 45	2	2, 3, 4	50	6	2,4
7	Ст. 3	3	3, 1, 2	100	2	2,5
8	Сталь 20	4	4, 2, 3	150	2,5	2,6
9	Сталь 45	1	1, 2, 3	200	3	2,7
10	Ст. 3	3	2, 3, 4	250	4	2,8

Для всех материалов коэффициент запаса прочности принять $[n_{\rm T}] = 1, 5$.

В табл. 24 первый десяток номера варианта выбирается при первом столбце номера сечения, второй десяток – при втором столбце номера сечения и третий десяток – при третьем столбце номера сечения.

Пример решении задания 13

Способ закрепления стержня задан расчетной схемой 3 (см. рис. 85) с поперечным сечением 3 (см. табл. 24) в виде двух двутавров. Также даны: P = 200 кH; l = 4 м; $[n_y] = 3$; материал Ст. 3: $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$; $\sigma_{\Pi II} = 200 \text{ МПа}$; $E = 2.10^5 \text{ МПа}$; a = 310 МПа; b = 1,14 МПа; $[n_T] = 1,5$.

Требуется определить размеры двутавров и коэффициент запаса устойчивости при выбранных размерах.

Решение

1. Построение графика $\sigma_{\rm kp} = f(\lambda)$.

При построении графика $\sigma_{\rm kp} = f(\lambda)$ воспользуемся формулами:

– для прямой Ясинского

$$\sigma_{\rm kp} = a + b\lambda;$$

– для гиперболы Эйлера

$$\sigma_{\rm kp} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

где коэффициенты *а* и *b* заданы в табл. 23; λ – гибкость стержня.

Подставляя в первую формулу $\sigma_{\rm kp} = \sigma_{\rm T}$, а во вторую $\sigma_{\rm kp} = \sigma_{\rm nu}$, получим:

$$\lambda_0 = \frac{a - \sigma_T}{b} = \frac{310 - 240}{1,14} = 61,4; \ \lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} = 99,3.$$

График $\sigma_{\rm kp} = f(\lambda)$ показан на рис. 86.

При гибкостях $0 \le \lambda \le \lambda_0$ стержень настолько короткий, что разрушается при потере прочности, поэтому в этом случае можно принять $\sigma_{\rm kp} = \sigma_{\rm T}$. При гибкостях $\lambda_0 \le \lambda \le \lambda_{\rm npeq}$ стержень теряет устойчивость, де-

формируясь в упруго-пластичной области, где график очерчен прямой Ясинского. При λ > λ_{пред} стержень также теряет устойчивость, но в этом случае график очерчен гиперболой Эйлера.



Рис. 86

2. Подбор двутавров.

Первое приближение

Минимальный размер сечения определяем из условия прочности на сжатие по закону Гука:

$$\sigma = \frac{P}{F} \le [\sigma] = \frac{\sigma_{\rm T}}{[n_{\rm T}]};$$

$$F \ge \frac{P[n_{\rm T}]}{\sigma_{\rm T}} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1.5}{240 \cdot 10^6} = 1,25 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{m}^2 = 12,5 \,\mathrm{cm}^2.$$

Так как сечение состоит из двух двутавров, то площадь сечения одного двутавра $F_1 \ge 6,25$ см². По ГОСТ 8239–56 приложения выбираем двутавр № 10 с $F_1 = 12$ см². Двутавр, поперечное сечение которого показано на рис. 87, *a*, имеет следующие размеры: h = 100 мм, b = 55 мм, $I_{z1} = 198$ см⁴, $I_{z2} = 17,9$ см⁴.



Рис. 87

Для заданного сложного поперечного сечения, состоящего из двух двутавров, как показано на рис. 87, δ , моменты инерции относительно главных центральных осей *у* и *z*:

$$I_y = 2[I_{y1} + (b/2)^2 A_1] = 2[17,9 + (5,5/2)^2 12] = 217,3 \text{ cm}^4;$$

$$I_z = 2I_{z1} = 2 \cdot 198 = 396 \text{ cm}^4.$$

Минимальный момент инерции

$$I_{\min} = I_y = 217,3 \text{ cm}^4.$$

Минимальный радиус инерции сечения

$$i_{\min} = \sqrt{I_{\min} / A} = \sqrt{217, 3 / (2 \cdot 12)} = 3$$
 см.

Гибкость стержня

$$\lambda = \mu l / i_{\min} = 0, 7 \cdot 400 / 3 = 93, 3,$$

где $\mu = 0,7 - коэффициент приведения длины$ *l*стержня, зависящий от способа его закрепления.

По графику $\sigma_{\rm kp} = f(\lambda)$, показанному на рис. 86, для полученной гибкости λ находим $\sigma_{\rm kp} = 204$ МПа.

Действительное напряжение

$$\sigma_{\rm g} = P / F = \frac{200 \cdot 10^3}{2 \cdot 12 \cdot 10^{-4}} = 83,3 \text{ MIIa.}$$

Действительный коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = \frac{\sigma_{\rm kp}}{\sigma_{\rm d}} = \frac{204}{83,3} = 2,45 < [n_y] = 3.$$

Условие устойчивости не выполняется.

Второе приближение

Выбираем больший номер двутавра, например, № 12, с характеристиками:

$$F_1 = 14,7 \text{ cm}^2$$
; $I_{z1} = 350 \text{ cm}^4$; $I_{z2} = 27,9 \text{ cm}^4$; $b = 64 \text{ mm}$.

Далее повторяем расчет при этих данных:

$$I_z = 2 \cdot 350 = 700 \text{ cm}^4; I_y = 2[(27,9 + (6,4/2)^2 \cdot 14,7] = 356,9 \text{ cm}^4;$$

$$I_{\min} = 356,9 \text{ cm}^4; i_{\min} = \sqrt{356,9/(2 \cdot 14,7)} = 3,48 \text{ cm}; \lambda = 0,7 \cdot 400/3,48 = 80,5.$$

По графику $\sigma_{\rm kp} = f(\lambda)$, показанному на рис. 86, для полученной гибкости λ находим $\sigma_{\rm kp} = 218$ МПа.

Тогда:

$$\sigma_{\mathcal{A}} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 14, 7 \cdot 10^{-4}} = 68 \text{ MIIa} ; n_{\mathcal{Y}} = \frac{\sigma_{\kappa p}}{\sigma_{\mathcal{A}}} = \frac{218}{68} = 3, 2 > [n_{\mathcal{Y}}] = 3.$$

Превышение составило $[(3,2 - 3)/3] \cdot 100 \% = 6,7 \%$ и, следовательно, окончательно принимаем сечение стержня, составленное из двух двутавров № 12.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основой материала, изложенного в практикуме, является многолетний практический опыт, накопленный при преподавании дисциплин «Сопротивление материалов». Современные требования по преподаванию дисциплины «Сопротивление материалов» направлены на ее качественное усвоение, что требует не только глубокого изучения теоретических основ этой дисциплины, но и приобретения твердых навыков в решении практических задач.

Вариантное представление заданий по этой дисциплине с примерами их решения существенно повышает качество обучения в высших учебных заведениях по техническим специальностям, а примеры решения заданий позволяют обучающимся всех форм обучения самостоятельно выполнять их практическое решение, что в особенности важно для обучающихся заочной формы обучения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев В. И. Сопротивление материалов. – М. : Наука, 1979. – 560 с.

2. Савелькаев С. В. Механика. Сопротивление материалов : практикум / С. В. Савелькаев, М. Б. Устюгов, А. И. Совертков ; под общ. ред. Савелькаева С. В. – Новосибирск : СГГА, 2011. – 72 с. ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Варианты заданий

FOCT 8509—57

Сталь прокатная угловая равнобокая

Сортамент

|ਸ

p

29

ų

H

Y

q

ਸ਼ ਸ਼

x°

Ч⁰

-	_		_					
		Z ₀	СМ	0 ,6 0 0,64	0,73 0,76	0,80	$0,89 \\ 0,94$	0,99 1,04
	$x_1 - x_1$	¹ x,	CM ⁴	$0,81 \\ 1,09$	$1,57 \\ 2,11$	2,20	3,26 4,39	$\begin{array}{c} 4,64\\ 6,24 \end{array}$
	y ₀	i ye	CM	$0,39 \\ 0,38$	$0,49 \\ 0,48$	0,55	$0,63 \\ 0,62$	$^{0,71}_{0,70}$
и для осей	₩° –	۹ <i>۵</i> ۹	CM4	$^{0,17}_{0,22}$	$0,34 \\ 0,44$	0,48	$0,74 \\ 0,94$	1,06 1,36
ые величин	- x ₀	⁰ x ₁	СМ	0,75 0,73	0,95 0,93	1,07	$1,23\\1,21$	$1,39 \\ 1,38$
Справочн	x0 -	l xo	CM ⁴	0,63 0,78.	$1,29\\1,62$	1,84	2,80 3,58	$^{4}_{5,21}$
	x –	r,	СЖ	0,59 0,58	$^{0,75}_{0,74}$	0,85	96,0 0,96	$1,10 \\ 1,09$
	×	<i>x</i> 1	C.M ⁴	0,40 0,50	$0,81 \\ 1,03$	1,16	$1,77 \\ 2,26$	2,56 3,29
	Bec I noz. M		ке	$0,89 \\ 1,15$	$1,12 \\ 1,46$	1,27	$\substack{1,46\\1,91}$	$1,65 \\ 2,16$
	Площадь профиля		CM2	1,13 1,46	1,43 1,86	1,62	$1,86\\2,43$	$2,10 \\ 2,75$
		L.		1,2	1,2	1,3	1,5	1,5
меры		R	чн	3,5	3,5	4	4,5	4,5
Paa		Ø	*	3 4	3 4	3	3 4	3 4
		Ģ		20	25	28	32	36
	หล	n podan	₹N	5	2,5	2,8	3,2	3,6

4	40	3	2	1,7	2,35 3,08	$1,85\\2,42$	3,55 4,58	1,231,22	5,63 7,26	1,55 1,53	1,47 1,90	$0,79 \\ 0,78$	6,35 8,53	$1,09 \\ 1,13$
4,5	45	3 5	5	1,7	2,65 3,48 4,29	2,08 2,73 3,37	5,13 6,63 8,03	1,39 1,38 1,37	8,13 10,5 12,7	1,75 1,74 1,72	2,12 2,74 3,33	0,89 0,89 0,88	9,04 12,1 15,3	$1,21 \\ 1,26 \\ 1,30$
5	50	3 5 4	5 ,5	1,8	2,96 3,89 4,80	2,32 3,05 3,77	7,11 9,21 11,2	1,55 1,54 1,53	11,3 14,6 17,8	1,95 1,94 1,92	2,95 3,80 4,63	1,00 0,99 0,98	12,4 16,6 20,9	$\begin{array}{c} 1,33\\ 1,38\\ 1,38\\ 1,42 \end{array}$
5,6	56	3,5 4 5	9	2	3,86 4,38 5,41	3,03 3,44 4,25	11,6 13,1 16,0	1,73 1,73 1,72	18,4 20,8 25,4	2,18 2,18 2,16	4,80 5,41 6,59	$1,12 \\ 1,11 \\ 1,10 \\ 1,10$	20,3 23,3 29,2	$1,50 \\ 1,52 \\ 1,57 \\ 1,57 \\$
6,3	63	4 5 6	2	2,3	4,96 6,13 7,28	3,90 4,81 5,72	18,9 23,1 27,1	1,95 1,94 1,93	29,9 36,6 42,9	2,45 2,44 2,43	7,81 9,52 11,2	1,25 1,25 1,24	33,1 41,5 50,0	$1,69\\1,74\\1,78$
7	70	4,5 5 6 8	œ	2,7	6,20 6,86 8,15 9,42 10,7	4,87 5,38 6,39 7,39 8,37	29,0 31,9 37,6 43,0 48,2	2,16 2,16 2,15 2,14 2,13	46,0 50,7 59,6 68,2 76,4	2,72 2,72 2,71 2,69 2,68	12,0 13,2 15,5 17,8 20,0	$\begin{array}{c} 1,39\\ 1,39\\ 1,39\\ 1,38\\ 1,37\\ 1,37\\ 1,37\end{array}$	51,0 56,7 68,4 80,1 91,9	$\begin{array}{c} 1,88\\ 1,90\\ 1,94\\ 1,99\\ 2,02 \end{array}$
7,5	75	5 6 8 9 9	6	ę	7,39 8,78 10,1 11,5 12,8	5,80 6,89 7,96 9,02 10,1	39,5 46,6 53,3 59,8 66,1	2,31 2,30 2,29 2,28	62,6 73,9 84,6 94,9 105	2,91 2,90 2,89 2,87 2,86	16,4 19,3 22,1 24,8 27,5	$1,49 \\ 1,48 \\ 1,48 \\ 1,48 \\ 1,47 \\ 1,46 \\ $	69,6 83,9 98,3 113 127	2,02 2,06 2,10 2,15 2,15 2,18

b d R r Innountants Inno. $x = -x$ x x x x $x = -x$ $x = -x$ x x x x x $x = -x$ x y 6 8 3 $6,78$ $5,7,0$ $2,47$ 9 7 8 $12,3$ $10,66$ $8,33$ $82,11$ $2,47$ 9 7 8 $12,3$ $9,65$ $73,4$ $2,44$ 1 9 6 $12,3$ $9,65$ $73,4$ $2,77$ 1 9 $12,3$			Pash	Kepы						Справочнь	е величины	для осей			
a r Incolumn $1 acc. a$ $'x$ $'x$ add r cad re^{a} cat^{a} re^{a} cd^{a} r_{x} $'x$ add add r cad re^{a} cd^{a} re^{a} cd^{a} cd^{a} de^{-1} de^{-1} de^{-1} cd^{a} cd^{a} cd^{a} cd^{a} cd^{a} de^{-1} $de^{$						Площадь	Bec	- 7	- X	- ⁰ X	- x ⁰	IJ₀ —	y.	<i>x</i> ₁ - <i>x</i> ₁	
All Call c_{2} $c_{$			ø	2	K	suadodu	1 noe. M	r,	x,	1 x0	ⁱ x ₀	1 yo	í go	I xi	Z.º
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-			ž		CM ²	кг	C.M ⁴	CM	CM ⁴	сж	CM ⁴	КЭ	C.M.4	К
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	1	80	5,5	6	3	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			6			9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			7			10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		-	œ	~		12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30.3	1,57	137	2,27
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	I	8	9	10	3,3	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			7		1	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			8			13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		<u> </u>	6			15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1		6.5			12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		-	1			13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		8	8	12	Ŧ	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		<i></i>	10			19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		<u>.</u>	12			22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			14			26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			16			29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
8 17,2 13,5 198 3,39 3 8 19,7 15,5 294 3,87 4 9 22,0 17,3 327 3,86 5	I	10	2	12	4	15.2	11.9	176	3,40	279	4, 29	72,7	2,19	308	2,96
8 19,7 15,5 294 3,87 4 9 22,0 17.3 327 3,86 5	,	- 	8			17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
<u> </u>	1		8			19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		<u> </u>	6			22,0	17.3	327	3,86	520	4,80	135	2, 1 8	7.90	3,40

3,45 3,53 3,61 3,68	3,78 3,82 3,90 4,30	4, 35 4, 47 4, 63 4, 63 4, 70	4,85 4,89 5,37 6,07 85,89 6,07 85,89 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85	5,93 6,75 6,91 7,23 7,23 7,23
649 782 916 1051	818 911 1097 1356	1494 1633 1911 2191 2472 2472 2756	2128 2324 3182 3452 3452 3722 5355 6733 8130	4941 5661 5661 9342 9342 10401 11464 13064 13064 13064 14674 14674
2,47 2,46 2,45 2,45 2,44	2,79 2,78 2,76 3,19	3,18 3,17 3,16 3,14 3,13 3,12	3,59 3,58 3,98 3,98 3,98 3,99 3,99 3,99 3,99	4,38 4,36 4,98 4,94 4,93 4,93 4,93 4,89
149 174 200 224	192 211 248 319	348 376 431 537 537 589	500 540 749 861 970 1182 1438 1688	1159 1306 1942 2158 2370 2579 2579 3190 3389
4,84 4,82 4,78 4,75	5,47 5,46 5,43 6,25	6,24 6,23 6,17 6,13 6,11	7,06 7,04 7,84 7,83 7,78 7,78 7,78 7,78 7,55	8,60 9,75 9,56 9,56 9,56 9,56 9,56 9,56 9,56 9,5
571 670 853 853	739 814 957 1229	1341 1450 1662 2061 2061 2248	1933 2093 3116 3333 3755 5494 6351 6351	4470 5045 7492 8337 9160 9961 11125 11125 112244 12265
3,85 3,82 3,78 3,78	4,34 4,33 4,96	4 4 4 4 4 4 8 2 8 8 8 8 8 2 8 8 8 8 8 8	5,50 6,22 6,22 6,17 6,22 6,17 6,22 6,20 6,17	6,83 6,84 6,84 7,76 7,73 7,73 7,65 7,65 7,65 7,56
360 422 539	466 512 602 774	844 913 1175 11299 1419	1216 1317 1317 1961 2097 2363 2871 2366 4020	2814 3175 4717 5765 5247 5765 6270 6270 7006 7717 8177
19,1 22,7 26,2 29,6	19,4 21,5 25,5 24,7	27,0 29,4 38,0 43,5 43,5 43,5 43,5 43,5 43,5 43,5 43,5	33,5 33,1 37,0 39,9 48,7 48,7 60,1 74,0 87,6	47,4 53,8 61,5 68,9 68,9 94,0 104,5 111,4
24,3 28,9 33,4 37,8	24,7 27,3 32,5 31,4	34,4 37,4 60,4 43,3 49,3 4 60,4 4 7 4 4 7 4 4 7 4 4 7 4 7 4 7 4 7 4 7	111 194 104 105 105 105 105 105 105 105 105	60,4 68,6 68,6 87,7 97,0 106,1 119,7 133,1 142,0
4,6	4 1	ຕ	ວ ບີ	8
7 -1	4	9	9 <u>6</u>	24 23
10 14 16	10 10 0	20 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	12 2223888	<u>7</u> 9222228 2
125	140	100	200	520 520 520
12,5	14	Q	8 8	R 2

FOCT 8510-57



អ៊

5

คื

ກົ

^oĥ

ម

8

8

<u>у</u>, Д,



ļ		Угол накло- на оси tg α		0,392	$0,382 \\ 0,374$	$0,385 \\ 0,381$
	n — n	и и	CJK	0,34	$ \begin{array}{c} 0,43\\ 0,43\\ 0,43 \end{array} $	$0,54 \\ 0,54$
		нан И п	CM ⁴	0,13	$0,28 \\ 0,35$	$0,56 \\ 0,71$
и осей	- <i>y</i> 1	Расстояние чентратяже- иентра ляже	C#	0,42	$0,49 \\ 0,53$	0,59 0,63
ины для	IJ1-	гл гл	C.M.4	0,43	$0,82 \\ 1,12$	$\begin{array}{c} 1,58\\ 2,15\\ \end{array}$
е велич	1 ¹ x	Расстояние иентратяже- сти у ₀	СМ	0,86	1,08 1,12	$1,32 \\ 1,37$
вочны	x1	1x1	CM4	1,56	3,26 4,38	6,37 8,53
Crip	- y	źy	СМ	0,44	$0,55 \\ 0,54$	0,70
	- fi	ly	C.M.4	0,22	$0,46 \\ 0,57$	0,93
	x -	 	CM	0,78	$1,01 \\ 1,00$	$1,27 \\ 1,26$
	*	*	C.M.4	0.70	$1,52 \\ 1,93$	3,06 3,93
	<u> </u>	Bec I nos. #	ĸe	0,91	$1,17\\1,52$	1,48 1,94
	RRAC	родп адвшокП	C.M ²	1,16	1,49 1,94	$1,89 \\ 2,47$
		•		1,2	1,2	1,3
Ы		8		3,5	3,5	4,0
Размер		er.	жж	3	4	4
		٩		16	20	25
		ß		25	32	40
		№ профилей		2,5/1,6	3,2/2	4/2,5



	_				<u> </u>	
0,382	0,403 0,401	0,407 0,406 0,404	0,397 0,396 0,398 0,386	0,407 0,406	0,436 0,435 0,430	0,387 0,386
0,61 0,60	0,70 0,69	0,79 0,78 0,78	0,87 0,86 0,86 0,85	0,98 0,98	$\frac{1,09}{1,08}$	1,09
0,79 1,02	$1,18 \\ 1,52$	1,95 2,19 2,66	3,07 3,73 4,36 5,58	4,88 5,34	$7,24 \\ 8,48 \\ 10,9 \\ 10,9 \\ 10,10 \\ $	7,58
0,64 0,68	$\begin{array}{c} 0,72\\ 0,76 \end{array}$	0,82 0,84 0,88	0,91 0,95 0,99 1,07	1,03 1,05	$\frac{1,17}{1,21}$	1,13 1,17
$2,20 \\ 2,98$	3,26 4,42	5,43 6,25 7,91	8,51 10,8 13,1 17,9	13,6 15,2	20,8 25,2 34,2	20,8
1,47 1,51	1,60 1,65	1,80 1,82 1,86	2,03 2,12 2,20	2,25 2,28	2,39 2,44 2,52	2,65
$9,02 \\ 12,1$	12,4 16,6	20,3 23,2 29,2	33,0 41,4 49,9 66,9	51. 56,7	69, 7 83, 9 112	84,6 102
0,79	0,91 0,90	1,02 1,02 1,01	1,13 1,12 1,09	1,28 1,27	1,43 1,42	1,41
1,32	1,99 2,56	3,30 3,70 4,48	5,16 6,26 9,15	8,25 9,05	$\frac{12,5}{14,6}$	12,7
1,43	1,60 1,59	1,79 1,78 1,77	2,01 2,00 1,99 1,96	2,23 2,23	2,39 2,38 2,35	2,56 2,55
4,41 5,68	6,17 7,98	10,1 11,4 13,8	16,3 19,9 23,3 29,6	25,3 27,8	34,8 40,9 52,4	41,6 49,0
1,68 2,20	1,90 2,49	2,48 2,81 3,46	3,17 3,91 4,63 6,03	3,98 4,39	$\frac{4,79}{5,69}$	4,99
2,14 2,80	2,42 3,17	3,16 3,58 4,41	4,04 4,98 5,90 7,68	5,07 5,59	$\frac{6,11}{7,25}$	6, 36 7, 55
1,7	1,8	2,0	2,3	2,5	2,7	2,7
ស	5,5	6,0	7,0	7,5	8	×
4 3	w 4	3,5 5 4	0 0 م	4,5	စ ပ ာ	0
	32	98	. 40	45	20	20
45	20	20	63	20	75	80
4,5/2,8	5/3,2	5,6/3,6	6,3/4,0	7/4,5	7,5/5	8/5

			Размер	19	ě,						Ğ	равочн	ые вели	д ынир	ля осей			
						-ođu	ж	*	×	y -	- y	x1-	- x1	- 1 <i>/</i> J	- 1/1		n — n	
N§ ពpo លំអ រាខំវិ	8	9	a	2		адвшопП вгиф	.son I ၁9B	* *	*	ly.	y,	/ x ¹	Расстоя- ние цент- ра тяже- сти у ₀	<i>1 у</i> 1 жин	- ROTЭЭбЧ - ТНЭД ЭМН - ЭЖRТ бӨ 0X ИТЭ	HIM BI	нпж ²¹ 1	Угол Накло- на осн tg с
			WW			CM ²	кг	C.M ⁴	СЖ	C.M ⁴	CM	C.M.4	сж	C.M.4	СМ	C.M.4	CK	0
9/5,6	06	56	5,5	6	ი 	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			∞ ∞			8, 24 11, 18	8,77	0,0,0 90,9	2,88 2,85	$\frac{21,2}{27,1}$	1,58 1,56	145 194	2,95 3,04	35,2 47,8	$\frac{1,28}{1,36}$	$\frac{12,7}{16,3}$	1,22 1,21	0,384 0,380
10/6,3	100	63	9	10	3,3	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			2			11,1	8,70	113	3,19	35,0	1.78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392
			∞			12,6	9,87	127	3,18	39, 2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23, 4	1,36	0,391
			01			15,5	12,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
						_ -												
11/7	110	20	6,5	10.	3,3	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
						12,5	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
			×		s	13,5	, 10, 9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5/8	125	80	~	==	3,7	14,1	Ξ	227	4,0	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1.76	0.407
			∞			16	12,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1.75	0,406
			0			19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			2			23,4		365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	69,5	1,72	0,400
																		1.

$0,411 \\ 0,409$	0, 391 0, 390 0, 388 0, 385	0,375 0,374	0,392 0,392 0,388	0,410 0,408 0,407 0,405
1,98	2,2 2,19 2,18 2,16	2,42 2,40	2,75 2,74 2,73 2,72	3,54 3,50 3,49 3,48
70,3 85,5	110 121 142 162	165 194	264 285 327 367	604 781 866 949
$\frac{2,03}{2,12}$	$\begin{array}{c} 2,23\\ 2,28\\ 2,36\\ 2,43\\ 2,43\end{array}$	2,44 2,52	$\begin{array}{c} 2,79\\ 2,83\\ 2,91\\ 2,99\\ 2,99\end{array}$	3,53 3,69 3,77 3,85
<u>194</u> 245	300 335 477 477	444 537	718 786 922 1061	1634 2200 2487 2776
4,49	5,19 5,23 5,40	5,88 5,97	6,5 6,54 6,62 6,71	7,97 8,14 8,23 8,31
727 911	1221 1359 1634 1910	1933 2324	2920 3189 3726 4264	6212 8308 9358 10410
2,58	2,85 2,84 2,82 2,82	3,12	3,58 3,57 3,57 3,52 3,52	4,62 4,58 4,56 4,53
120	186 204 239 272	276 324	446 482 551 617	1032 1333 1475 1613
<u>4,49</u> 4,47	5,15 5,15 5,08	5,8 5,77	6,45 6,43 6,41 6,38	8,07 8,02 7,99 7,97
364 444	606 667 784 897	952 1123	1449 1568 1801 2026	3147 4091 4545 4987
14,1	18 19,8 23,6 27,3	22,2	27,4 29,7 34,4 39,1	37,9 49,9 55,8 61,7
<u>18</u> 22,2	22,9 25,3 30 34,7	28,3 33,7	34,9 37,9 43,9 49,8	48,3 63,6 71,1 78,5
4	4,3	4,7	4,7	9
12	13	14	14	18
8	9 10 14	10	11 12 14 16	12 16 18 20
06	100	110	125	160
140	160	180	200	250
14/9	16/10	18/11	20/12,5	25/16

FOCT 8239-56

СТАЛЬ ПРОКАТНАЯ БАЛКИ ДВУТАВРОВЫЕ

Сортамент

				ý	C.M.	1 22		1.55	1.70	1 88	2,12 2,12	2.07	2.32	2,27
		n1	A	Y	C.M. ³	6.49	8.72	11.5	14.5	18.4	22.8	23.1	28.2	28,6
	ы для осей	ĥ		Y	CMA	17.9	27.9	41.9	58.6	82.6	114	115	155	157
	величин		S	×	СМ	23.0	33,7	46,8	62,3	81.4	89.8	104	114	131
	вочные	5	,	*	CM3	4,06	4,88	5,73	6,57	7.42	7,51	8,28	8,37	9,13
	Спра	r — x	° л	ł	CAC ⁴	39,7	58,4	81,7	109	143	159	184	203	232
			1 ~		C.M ²	198	350	572	873	1290	1430	1840	2030	2550
		11лощадь сечения			CM2	12,0	14,7	17,4	20,2	23,4	25,4	26,8	28,9	30,6
ſ		ţ	•			2,5	ო	ო	3,5	3,5	3,5	4	4	4
		q	4			7	7,5	8	8,5	6	6	9,5	9,5	10
VADLI		40			н.н	7,2	7,3	7,5	7,8	8,1	& ,3	8,4	8,6	8,7
Daa	1011	<i>a</i>				4,5	4,8	4,9	5,0	5,1	5,1	5,2	5,2	5,4
		q				55	64	73	81	6	100	100	110	110
		4				100	120	140	160	180	180	200	200	220
	Bec	1 noe. M			Q	9,46	11,5	13,7	15,9	18,4	19,9	21,0	22,7	24,0
		№ профилей				10	12	14	16	18	18a	20	20a	22
_				1	43									



				Разме	зры		a.			Cnpa	вочные	величин	ы для осеі	1	
	Bec							Площадь		ч - х	د			y-y	
ле профилей	1 noe. M	¢ .	4	ø	**	8	L	сечения	1 x	W _x	i x	S _x	Iy	Wy	í'y
	2			R.J				C.M ³	СЖ	CM ⁴	CM ³	CM	CMA	CM ³	CM
22a	25.8	220	120	5.4	8,9	10	4	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3460	289	9,97	·163	198	34,5	2,37
24a	29.4	240	125	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	=	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10.2	=	4.5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36.5	300	135	6,5	10,2	12	ഹ	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39.2	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13	ഹ	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48.6	360	145	7,5	12,3	14	9	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	56.1	400	155	°0.8	13,0	15	9	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05
45	65.2	450	160	8 6	14,2	16	2	83,0	27450	1220	18,2	669	807	101	3,12
50	76.8	500	170	9,5	15,2	17	7	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26
£	8, 89	550	180	10,3	16,5	18	2	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44
09	104	600	190	11,1	17,8	20	∞ `	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60
65	120	650	200	12,0	19,2	22	6	153	-101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77
70	138	200	210	13,0	20,8	24	10	176	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94
70a	158	200	210	15,0	24,0	24	10	202	.152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
706	184	200	210	17.5	28.2	24	10	234	175370	5010	27.4	2940	3910	373	4,05
FOCT 8240-56

сталь прокатная

щвеллеры

Сортамент

	N					1.16	1 24	31	1 44		1 67	1.87	1.80	2,00
			ر ا		CW	0.954	1 08		1 27	1 53	1 70	1.84	1.87	2,01
	ceň	1 - h	۳¢ ۱		C.#*	2.75	3,68	4 75	6.46	0.F.0	0.11	13.3	13.8	16,4
	ы для с		۱ پ		- W.J	5.61	8 70	12, 8	2, 2	31.9	45.4	57.5	63.3	78,8
	величин		S _x	6 a a 3	×	5,59	00 6	13.3	2 V 4	50 6 9	40.8	45,1	54.1	59,4
	вочные	x -	i x		μ,	1.92	2.54	3,16	60	4 78	5,60	5,66	6.42	6,49
C	Спра	н Х	x M	641 /	Ş	9,10	15.0	22.4	34 8	50.6	70.2	77,8	93,4	103
			Ix.	144	W 2	22,8	48.6	89.4	174	304	491	545	747	823
	Площадь сечення			C.162		6,16	7.51	8,98 98	10.9	13,3	15,6	17,0	18,1	19,5
		r R				2,5	2,5	2,5	ന	т	<i>ლ</i>	n	3,5	3,5
						9	9	6,5	7	7,5	ø	ø	8,5	8,5
Vênsi		2		r.		7,0	7,2	7,4	7,6	7,8	8,1	8,7	8,4	9,0
Paal		ø		*		4,4	4,4	4,5	4,5	4,8	4,9	4,9	5,0	5,0
		0				32	36	40	46	52	58	62	64	68
		Ł				50	65	8	100	120	140	140	160	160
	Bec 1 noe. #					4,84	5,90	7,05	8,59	10,4	12,3	13,3	14,2	15,3
	лей профилей					ى	6,5	œ	10	12	14	14a	16	16a



	- y 20	y iy	Strain CM CM	7,0 2,04 1,94	0,0 2,18 2,13	0,5 2,20 2,07	4,2 2,35 2,28	5,1 2,37 2,21	0,0 2,55 2,46	1,6 2,60 2,42	7,2 2,78 2,67	7,3 2,73 2,47	3,6 2,84 2,52	1,8 2,97 2,59	1,7 3,10 2,68
дая осей	8	Iy W	CM ⁴	86,0 17	05. 20	13 20	39 24	51 2	87 3(08	5 4 3	6 2 3	327 4	110 5	513 6
SCARTHAN		S	C.M.	69,8	76.1	87,8 1	95,9 1	110	121	139	151 2	178	224	281	350
BOUHNE I	* -	x 7	CM	7,24	7,32	8,07	8,15	8,89	8,99	9,73	9,84	10,9	12,0	13,1	14,2
Спра	 *	r Al	CM ³	121	132	152	167	192	212	242	265	308	387	484	601
		I _x	CMA	1090	1190	1520	1670	2110	2330	2900	3180	4160	5810	7980	10820
- 1 - 2	Площадь сечения		CMB	20,7	22,2	23,4	25,2	26,7	28,8	30,6	32,9	35,2	40,5	46,5	53,4
	1			ີ່ຄ	с. С.	-94	- C	41	4		4	4,5	ഹ	ស្	9
		æ		6	6	9,5	9,5	10	10	10 ,5	10,5		12	13	14
еры		ta .	3	8,7	9,3	0'6	9,7	9,5	10,2	10,0	10,7	10,5	11,0	11,7	12,6
Pasw		ø	Ĩ	5,1.	5,1	5,2	5,2	5,4	5.4	5.6	5,6	6,0	6,5	7,0	7,5
		0		02	74	76	8	82	87	8	95		100	105	110
		2		180	180	200	500	220	220	240	240	270	300	330	360
- -	Bec		53	16,3	17,4	18,4	19,8	21,0	22,6	24,0	25,8	27,7	31,8	36,5	41,9
	Ň	профилей		18	18a	8	20a	53	22a	24	24a	27	8	33	œ

146

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Образец оформления титульного листа практической работы

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет геосистем и технологий» (СГУГиТ)

Кафедра специальных устройств, инноватики и метрологии

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Задание 1

Определение реакций опор и связи плоской составной конструкции

Вариант № 27

Выполнил: обучающийся группы БЖ-21 Иванов И. И. Проверил: д. т. н., профессор Савелькаев С. В.

Новосибирск СГУГиТ 2023

147

Учебное издание

Савелькаев Сергей Викторович

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Редактор О. В. Георгиевская Компьютерная верстка Ю. С. Мерзликиной

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997. Подписано в печать 16.10.2023. Формат 60 × 84 1/16. Усл. печ. л. 8,60. Тираж 120 экз. Заказ 130. Гигиеническое заключение № 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГУГиТ 630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ 630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.