

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный университет геосистем и технологий»  
(СГУГиТ)

В. С. Корнеев, С. Л. Шергин

# **ФИЗИКА ГОРНЫХ ПОРОД**

Утверждено редакционно-издательским советом университета  
в качестве практикума для обучающихся по специальности  
21.05.04 Горное дело (уровень специалитета)

Новосибирск  
СГУГиТ  
2024

УДК 532.5+624.12

К672

Рецензенты: доктор технических наук, профессор кафедры ФТИТО НГПУ  
*М. Ф. Носков*

кандидат технических наук, доцент, СГУГиТ *В. С. Писарев*

**Корнеев, В. С.**

К672 Физика горных пород : практикум / В. С. Корнеев, С. Л. Шергин. – Новосибирск : СГУГиТ, 2024. – 38 с. – Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-907711-92-1

Практикум подготовлен кандидатами технических наук, доцентами В. С. Корнеевым и С. Л. Шергиным на кафедре физики СГУГиТ и содержит описание шести лабораторных работ.

В текст каждой лабораторной работы включены: краткое теоретическое введение, порядок выполнения работы, контрольные вопросы. При выполнении всех лабораторных работ используются приборы и приспособления, способствующие проведению физических экспериментов по исследованию некоторых свойств и параметров горных пород и жидкостей.

Практикум по дисциплине «Физика горных пород» предназначен для обучающихся по специальности 21.05.04 Горное дело (уровень специалитета) всех форм обучения.

Печатается по решению редакционно-издательского совета СГУГиТ

УДК 532.5+624.12

ISBN 978-5-907711-92-1

© СГУГиТ, 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
Обработка результатов измерений и вычислений.....	5
Лабораторная работа № 1. Определение средней плотности опытных образцов .....	8
Лабораторная работа № 2. Определение естественной влажности опытных образцов .....	11
Лабораторная работа № 3. Исследование фильтрации песчано-глинистых грунтов .....	15
Лабораторная работа № 4. Определение средней плотности плавающих тел .....	20
Лабораторная работа № 5. Изучение параметров течения вязкой жидкости .....	24
Лабораторная работа № 6. Определение коэффициента динамической вязкости прозрачной жидкости методом Стокса .....	29
Заключение .....	36
Библиографический список.....	37

## **ВВЕДЕНИЕ**

Настоящий практикум подготовлен на кафедре физики СГУГиТ и содержит описание лабораторных работ в рамках изучения дисциплины «Физика горных пород» для обучающихся по специальности 21.05.04 Горное дело (уровень специалитета) всех форм обучения.

В описание каждой работы включены: краткое теоретическое введение, вопросы для допуска к работе, порядок выполнения работы, контрольные вопросы. При выполнении лабораторных работ обучающиеся должны руководствоваться общими правилами оформления отчетов, принятыми на кафедре физики СГУГиТ.

Выполнение каждой работы, включенной в данный практикум, содержит следующие этапы:

- 1) изучение теоретических материалов по теме;
- 2) допуск к выполнению работы;
- 3) подготовку к проведению эксперимента;
- 4) проведение наблюдений и измерений;
- 5) обработку результатов измерений;
- 6) защиту лабораторной работы.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И ВЫЧИСЛЕНИЙ

При выполнении лабораторных работ обучающиеся экспериментально определяют физические величины с последующим вычислением и обработкой результатов измерений. Измерениями называется операция сравнения данной величины с величиной, условно принятой за эталон. Измерения могут быть прямыми, когда искомое значение величины получают непосредственно прибором с измерительной шкалой (линейка, транспортир, секундомер и т. д.) и косвенными, когда искомое значение определяют на основании прямых измерений других величин, связанных функционально с искомой величиной.

Любые измерения не могут быть абсолютно точными, поэтому погрешности, возникающие в результате измерений, делятся на случайные и систематические.

*Случайные погрешности* являются следствием следующих причин:

- а) неточностью отсчетов по шкале измерительных приборов;
- б) не идентичностью условий проведения экспериментов;
- в) беспорядочными изменениями внешних условий (давления, температуры, электромагнитного поля), которые заранее невозможно учесть.

Для обработки результатов измерений, число которых невелико, используется метод Стьюдента. Если в результате  $n$  измерений величины  $x$  получен ряд значений этой величины  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то наиболее близким к действительному значению измеряемой величины будет среднее арифметическое  $\langle x \rangle$  значение  $n$  измерений, определяемое как

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Оценить степень приближения среднего арифметического  $\langle x \rangle$  к действительному значению измеряемой величины можно по абсолютной погрешности измерений –  $\Delta x$ . Зная среднее арифметическое и абсолютную погрешность, можно ввести доверительный интервал –  $[\langle x \rangle \pm \Delta x]$ , в котором находится истинное значение величины  $x$ .

Погрешность среднего арифметического  $n$  измерений, или средняя квадратичная погрешность  $\sigma_x$  измерений физической величины  $x$ , определяется из формулы

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

Величина случайной погрешности  $\Delta x$  при заданной заранее степени надежности измерений –  $\alpha$  может быть найдена как

$$\Delta x = \pm \tau_S(\alpha, n) \cdot \sigma_x,$$

где  $\tau_S(\alpha, n)$  – коэффициент Стьюдента, величина которого определяется по заданным значениям  $(\alpha, n)$  (таблица).

*Систематические погрешности* возникают вследствие неточности самих измерительных приборов несовершенной методики эксперимента. Величина систематической погрешности не зависит от числа проведенных экспериментов и принимается одинаковой для всех измерений, проведенных на данных приборах тем же методом.

Систематическую (приборную) погрешность  $\Delta S$  прямых измерений можно найти по формуле

$$\Delta S_n = \frac{K \cdot \Pi}{100},$$

где  $K$  – класс точности прибора;  $\Pi$  – предел измерений.

Для электромагнитных приборов класс точности указан на шкале цифрой (0,1; 0,5; 1,0; 2,0). Если класс точности прибора не определен, тогда за величину  $\Delta S$  принимают половину величины цены деления прибора.

При косвенных измерениях, когда определяемая величина  $S$  находится по некоторой формуле, в которую входят величины  $(x; y)$ , измеряемые прямым способом, абсолютная погрешность определяется выражением

$$\Delta S(x; y) = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \Delta y\right)^2},$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  – погрешности прямых измерений величин  $x$  и  $y$ .

### Коэффициенты Стьюдента

$n$	$\tau_s$		
	$\alpha = 0,9$	$\alpha = 0,95$	$\alpha = 0,99$
2	6,3	12,7	63,7
3	2,9	4,3	9,9
4	2,4	3,2	5,8
5	2,1	2,8	4,6
6	2,0	2,6	4,0
7	1,9	2,4	3,7
8	1,9	2,4	3,5
9	1,9	2,3	3,4
10	1,8	2,3	3,3
11	1,7	2,0	2,6
$\infty$	1,65	1,96	2,59

# Лабораторная работа № 1

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ПЛОТНОСТИ ОПЫТНЫХ ОБРАЗЦОВ

### Цель работы

Практическое ознакомление с методиками определения средней плотности образцов горных пород и материалов.

### Приборы и принадлежности:

- 1) электронные весы;
- 2) штангенциркуль;
- 3) набор образцов горных пород и материалов.

### Подготовка к работе

По лекциям изучите следующие вопросы.

1. Классификация горных пород в зависимости от значений их плотностей.
2. Дайте определение объемной плотности породы.
3. Какова связь между объемной плотностью и пористостью?

### Теоретическое введение

Масса единицы объема твердой фазы горной породы называется *плотностью породы* –  $\rho_0$ .

Плотность минералов зависит от их химического состава и структуры, они делятся на тяжелые ( $\rho_0 > 4 \text{ г/см}^3$ ), средние ( $\rho_0 = 4\text{--}2,5 \text{ г/см}^3$ ) и легкие ( $\rho_0 < 2,5 \text{ г/см}^3$ ); 13 % всех минералов относятся к легким, 33,8 % – к тяжелым, 53,2 % – к средним.

Плотность минералов зависит от их химического состава и структуры [1]. Плотность горных пород определяется плотностью слагающих минералов  $\rho_n$ , и может быть рассчитана по формуле

$$\rho_n = \sum_{i=1}^n \rho_i V_i, \quad (1.1)$$

где  $n$  – число минералов, слагающих породу;  $V_i$  – объемная доля каждого минерала.

В горном деле наряду с плотностью широко пользуются понятием *объемной плотности*. Плотность пород всегда больше их объемной плотности.

*Средняя плотность*  $\rho$  – это масса единицы объема горной породы в ее естественном состоянии (с трещинами, порами и т. д.).

Связь между объемной плотностью и пористостью выражается формулой

$$\rho = \rho_0(1 - P); \rho_0 = \rho(1 + K_n), \quad (1.2)$$

где  $P$  – пористость в долях единицы.

Средняя плотность образцов горных пород в воздухе вычисляется по формуле

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ (г/см}^3\text{)}, \quad (1.3)$$

где  $m$  – масса образца, г;  $V$  – объем образца, см<sup>3</sup>.

Для цилиндрических образцов вычисление средней плотности проводят по формуле

$$\rho = 1,273 \frac{m}{hd^2}, \quad (1.4)$$

где  $h$  – высота цилиндра, см;  $d$  – диаметр цилиндра, см.

### **Порядок выполнения работы**

1. Измерьте на электронных весах массу образца (г) и запишите ее значение в таблицу.

2. Измерьте с помощью штангенциркуля размеры образца (см) и запишите эти значения в таблицу.

3. Рассчитайте значение средней плотности по формулам:

– для прямоугольного образца – (1.3);

– для цилиндрического образца – (1.4).

4. Измерения и расчеты произведите для всех образцов, результаты измерений и вычислений запишите в таблицу.
5. Определите погрешности измерений.
6. Определите, к какой группе материалов относятся опытные образцы в зависимости от расчетных значений их средней плотности.
7. Сформулируйте и запишите вывод о проделанной работе.

*Таблица 1.1*

Размеры образца, см			Объем образца, см <sup>3</sup>	Масса образца, г	Средняя плотность, г/см <sup>3</sup>
Длина (диаметр)	Ширина	Высота			

### Контрольные вопросы

1. Что называется средней плотностью горных пород? Какие единицы измерения средней плотности?
2. Как оценить среднюю плотность минерала, состоящего из нескольких простых фракций?
3. Как оценить погрешность измерений средней плотности?
4. Зависит ли средняя плотность от температуры образца?

## Лабораторная работа № 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ ВЛАЖНОСТИ ОПЫТНЫХ ОБРАЗЦОВ

### Цель работы

Практическое ознакомление с методикой определения естественной влажности образцов горных пород и материалов.

### Приборы и принадлежности:

- 1) электронные весы;
- 2) сушильный шкаф;
- 3) штангенциркуль.

### Подготовка к работе

По лекциям изучите следующие вопросы.

1. Химически связанная вода.
2. Кристаллизационная вода.
3. Физически связанная вода.
4. Смачиваемость, гигроскопичность, молекулярная влагоемкость.
5. Свободная вода, весовая и объемная влагоемкость, естественная влажность.

### Теоретическое введение

В пористых и трещиноватых породах различают химически связанную, физически связанную и свободную воду.

*Химически связанная вода*, наряду с другими молекулами и ионами, входит в состав кристаллической решетки минералов; удаление такой воды приводит к разрушению минерала, превращению его в другое, безводное соединение.

Вода, находящаяся в кристаллической решетке в виде молекул, называется *кристаллизационной*. Она характерна, например, для гипса, опала, карналлита и других минералов, с температурой выделения (200–600) °С.

Воду, образующуюся при нагреве из входящих в кристаллическую решетку гидроксильных ионов (ОН<sup>-</sup> и Н<sup>+</sup>), называют *конституционной*, температура ее выделения – до 1300 °С. Она характерна для таких минералов, как тальк, малахит, каолинит и др.

*Физически связанная вода* тесно связана молекулярными силами притяжения с твердыми частицами породы, поэтому наличие такой воды значительно изменяет физические свойства пород и удаляется нагреванием образца до температуры 110° С.

Количество физически связанной воды зависит от смачиваемости пород. *Смачиваемость* – способность горной породы покрываться пленкой жидкости. Большинство горных пород относится к хорошо смачиваемым водой (*гидрофильным*). Частично или полностью несмачиваемы (*гидрофобные*) – сера, угли, битуминозные песчаники и некоторые другие породы.

*Максимальная гигроскопичность*  $w_{\Gamma}$  – наибольшее количество влаги, которое способна адсорбировать на своей поверхности горная порода из воздуха с относительной влажностью 94 %.

*Молекулярная (или пленочная) влагоемкость*  $w_{\text{М}}$  – количество воды, удерживаемой силами молекулярного притяжения на поверхности частиц породы

$$w_{\text{М}} = \frac{G_{\text{М}} - G_{\text{С}}}{G_{\text{С}}}, \quad (2.1)$$

где  $G_{\text{М}}$  – вес влажного образца породы;  $G_{\text{С}}$  – вес образца породы, высушенного при температуре (105–110) °С.

*Свободная вода* в породах может находиться в виде капиллярной воды, удерживаемой в мелких порах силами капиллярного поднятия, и в виде гравитационной воды, заполняющей крупные поры, которая перемещается в породах под действием сил тяжести или напора.

Максимальное количество связанной, капиллярной и гравитационной воды, которое способна вместить порода, характеризуется ее *полной влагоемкостью*

– весовой: 
$$w_{\text{П}} = \frac{G_{\text{П}} - G_{\text{С}}}{G_{\text{С}}}, \quad (2.2)$$

– объемной:

$$w'_{\Pi} = \frac{V_{\text{ж}}}{V_{\Pi}}, \quad (2.3)$$

где  $G_{\Pi}$  – вес породы, максимально насыщенной жидкостью;  $G_c$  – вес образца породы, высушенного при температуре 105–110°C;  $V_{\text{ж}}$  – объем жидкости, заполняющей породу ( $V_{\text{ж}} \approx G_{\Pi} - G_c$ );  $V_{\Pi}$  – объем породы.

Для характеристики породы в естественном состоянии пользуются параметром *естественной влажности*  $w_e$ , равном относительному количеству воды, содержащейся в породах в природных условиях, и *коэффициентом водонасыщения*  $k_{\text{вн}}$ , указывающим на степень насыщения породы водой

$$k_{\text{вн}} = \frac{w_e}{w_{\Pi}}. \quad (2.4)$$

Если  $w_e$  заменить  $w'_{\Pi}$ , а  $w_{\Pi}$  – пористостью  $P$ , то коэффициент водонасыщения будет характеризовать степень максимального заполнения порового пространства водой.

Для определения естественной влажности применяется термостатный метод, естественная влажность вычисляется по формулам

$$\text{массовая} - w_e = \frac{m_{\Pi} - m_c}{m_c} \cdot 100 \%; \quad (2.5)$$

$$\text{объемная} - w'_e = \frac{V_{\text{ж}}}{V_{\Pi}} \cdot 100 \%, \quad (2.6)$$

где  $m_{\Pi}$  – масса породы в естественном состоянии;  $m_c$  – масса породы после сушки;  $V_{\Pi}$  – объем образца породы;  $V_{\text{ж}}$  – объем жидкости, испарившейся после сушки.

### Порядок выполнения работы

1. Измерьте на электронных весах массы кювет с образцами влажных пород (материалов) и запишите значения в таблицу.

2. Поместите кюветы с образцами в сушильный шкаф, включите нагрев и выдержите образцы пород (материалов) в течение одного часа при температуре  $(100 \div 110)$  °С.

3. После остывания образцов пород (материалов) повторно измерьте их массу и запишите значения в таблицу.

4. Произведите расчет массовой влажности материалов по формуле 2.5 и объемной влажности (2.6), приняв среднее значение плотности воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

5. Сформулируйте и запишите вывод о проделанной работе.

*Таблица 2.1*

№	Масса влажной породы, г	Масса породы после сушки, г	Объем образца породы, см <sup>3</sup>	Массовая влажность, %	Объемная влажность, %
1					
2					
3					
4					

### **Контрольные вопросы**

1. Каким показателем оценивается содержание воды в горной породе?
2. До какой температуры нагревают образец для испарения воды?
3. Сущность термостатного метода для определения влаги в породе.
4. Как определить коэффициент водонасыщения для данной породы?

# Лабораторная работа № 3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПЕСЧАНО-ГЛИНИСТЫХ ГРУНТОВ

### Цель работы

Определить коэффициент фильтрации песчаного и глинистого грунта.

### Приборы и принадлежности:

- 1) трубка Каменского;
- 2) линейка;
- 3) образцы грунтов;
- 4) секундомер.

### Подготовка к работе

По лекциям изучите следующие вопросы.

1. Водопроницаемость грунтов, фильтрация.
2. Коэффициент фильтрации и его лабораторное определение.
3. Смачиваемость, гигроскопичность, молекулярная влагоемкость.

### Теоретическое введение

Движение свободной воды в дисперсном грунте, осуществляемое по поровым каналам, называется фильтрацией. *Скорость фильтрации* определяется формулой Дарси

$$u = -k_{\phi} \cdot \frac{\Delta H}{\Delta S} = k_{\phi} \cdot I \quad (3.1)$$

где  $k_{\phi}$  – коэффициент фильтрации;  $\Delta H$  – разность напоров;  $\Delta S$  – длина пути фильтрации;  $I$  – градиент напора.

Скорость фильтрации представляет собой расход воды через единицу площади геометрического сечения грунта, т. е.

$$u = \frac{Q}{F} \quad (3.2)$$

где  $Q$  – расход воды через сечение площадью  $F$ , включающей в себя площадь пор и твердых частиц в данном сечении.

Существуют способы определения  $k_{\phi}$  несвязных грунтов, например с помощью прибора Дарси или трубки Каменского, где отсутствует внешнее давление на грунт.

Прибор Дарси (рис. 3.1, а) представляет собой цилиндр площадью поперечного сечения  $F$ , в котором на сетку укладывается образец грунта высотой  $l$ . Через грунт при соответствующей разности напоров  $\Delta H$  фильтруется вода, см. рис. 3.1, а. На выходе потока измеряют объем воды, прошедшей за определенное время, и находят расход  $Q$  за единицу времени. Затем по формулам 3.1, 3.2, принимая  $\Delta S = l$ , определяют коэффициент фильтрации

$$k_{\phi} = \frac{Q}{F \cdot l} = \frac{Q}{F} \cdot \frac{l}{\Delta H} \quad (3.3)$$

Также к цилиндру подключают пьезометры (рис. 3.1, а). Замеряя разности уровней  $\Delta H_1, \Delta H_2$  и расстояния  $\Delta l_1, \Delta l_2$  между пьезометрами, по формуле 3.3 для определенного участка образца ( $\Delta H = \Delta H_i, l = \Delta l_i, i = 1, 2, \dots$  т. д.) рассчитывают  $k_{\phi}$ .

В приборе, называемом «трубка Каменского» (рис. 3.1, б), испытание на фильтрацию выполняется при изменяющихся в течение опыта значениях  $\Delta H$  и  $l$  в формуле 3.1.

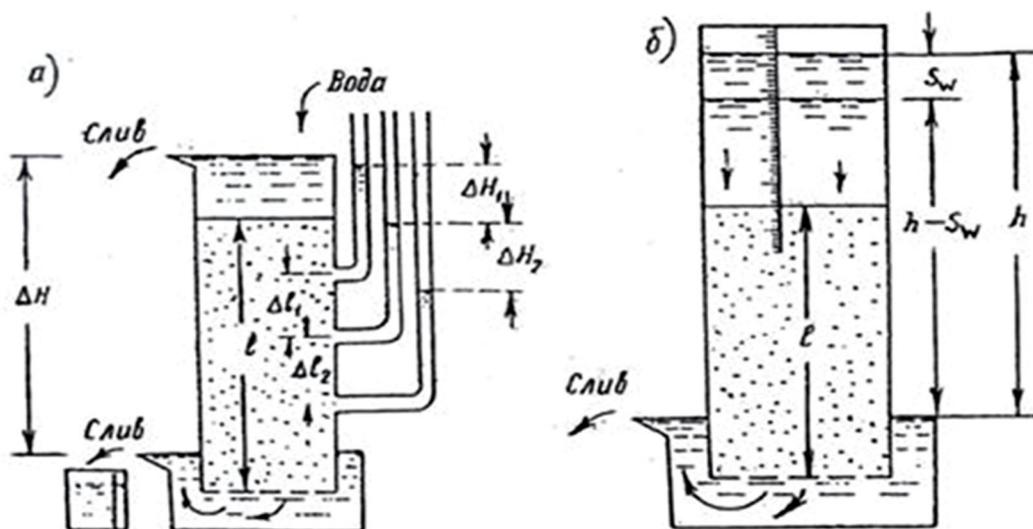


Рис. 3.1. Определение коэффициента фильтрации с использованием:

а) – прибора Дарси; б) – трубки Каменского

В этом приборе вода фильтруется сверху вниз, и для цилиндра (трубки) постоянного сечения скорость фильтрации  $u$  в каждый момент времени  $t$  будет равна скорости снижения уровня воды в цилиндре  $S_w$ , т. е.

$$u = \frac{dS_w}{dt}. \quad (3.4)$$

По закону Дарси (3.1).

$$u = k_\phi \cdot I = k_\phi \cdot \frac{h - S_w}{l}.$$

С учетом (3.4) получаем

$$\frac{dS_w}{dt} = k_\phi \cdot \frac{h - S_w}{l}, \text{ или } \frac{dS_w}{h - S_w} = \frac{k_\phi}{l} \cdot dt.$$

Интегрируя дифференциальное уравнение, получаем зависимость для определения коэффициента фильтрации

$$k_\phi = \frac{l}{t} \cdot \ln\left(1 - \frac{S_w}{h}\right), \quad (3.5)$$

где  $t$  – время снижения уровня воды в цилиндре на величину  $S_w$ , т. е. время изменения разности напоров от начального значения  $h$  до  $h - S_w$ .

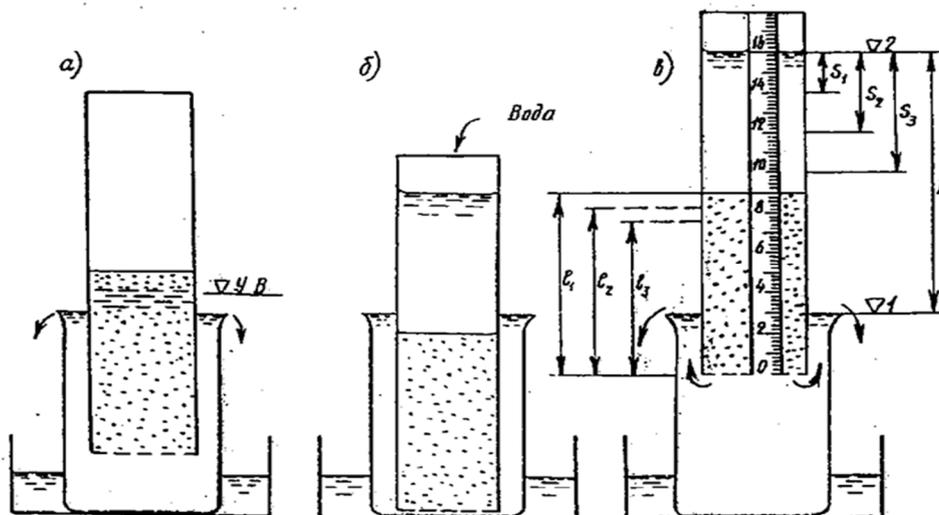


Рис. 3.2. Определение коэффициента фильтрации:

а) – насыщение грунта водой; б) – заполнение трубки водой; в) – режим фильтрации

## Порядок выполнения работы

1. Трубка Каменского, в виде стеклянного цилиндрического сосуда, закрепленная на рейтере, помещается в пустой стеклянный стакан большего диаметра. Основание трубки Каменского должно располагаться на высоте от 1 до 3 см над дном стеклянного стакана.

2. Исследуемый грунт (например, песок) увлажняется в следствие постепенного заполнения водой стеклянного стакана. В результате, за счет капиллярного поднятия уровень увлажненного грунта будет выше уровня воды в стеклянном стакане (рис. 3.2, а).

3. Далее, в трубку Каменского с увлажненным грунтом наливают воду до верха (рис. 3.2, б) и поднимают на высоту, где торец трубки фиксируется на расстоянии от 1 до 2 см ниже поверхности воды в стеклянном стакане (рис. 3.2, в). Уровень воды в стеклянном стакане определяется по шкале на трубке Каменского (отметка 1) и начальный уровень при проведении опыта (отметка 2). Чтобы поднять уровень воды в трубке выше отметки 2, в нее доливают воду.

4. В момент снижения уровня до отметки 2 включают секундомер, фиксируя начало процесса контролируемой фильтрации, а далее – и время падения уровня воды в трубке от отметки 2 на величину  $S_w = S_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ), при этом последовательно берут не менее четырех отсчетов при падении уровня  $S_i$  на 1, 2, 3 см и т. д. (рис. 3.2, в).

5. Измерив высоту слоя исследуемого грунта  $l$ , начальную разность напоров  $h$ , снижение уровня воды  $S_{w,i}$  за время  $t_i$ , по формуле (3.5) рассчитывают частные значения коэффициента фильтрации  $k_{\phi i}$ .

6. Заполните таблицу.

7. Сформулируйте и запишите выводы по проделанной работе.

Таблица 3.1

Опыт №	$t$ , с	$S_w$ , см	$h$ , см	$l$ , см	$k_{\phi}$ , см/с	$\langle k_{\phi} \rangle$ , см/с
1						
2						
3						
4						

## Контрольные вопросы

1. Что называется фильтрацией?
2. Связь скорости и коэффициента фильтрации в формуле Дарси.
2. Как определяется гранулометрический состав грунта?
3. В чем заключается закон ламинарной фильтрации Дарси.
4. От чего зависит коэффициент фильтрации  $k_f$ ?

## Лабораторная работа № 4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАВАЮЩИХ ТЕЛ

### Цель работы

Определить среднюю плотность тела, используя закон Архимеда и условие плавания тел.

### Приборы и принадлежности:

- 1) сосуд с водой;
- 2) деревянный брусок с прямоугольным сечением (ель, береза, сосна, дуб, лиственница);
- 3) линейка.

### Подготовка к работе

По лекциям изучите следующие вопросы.

1. Основные законы статики жидкости.
2. Гидростатическое давление и его свойства.
3. Гидростатический парадокс.
4. Закон Архимеда.
5. Условие плавания тел.

### Теоретическое введение

Найдем силу давления, действующую на криволинейную поверхность  $bc$  в выделенном объеме жидкости  $abcd$  (рис. 4.1). Весовое давление равно:  
 $p(z) = \rho \cdot g \cdot h$ .

Сила давления

$$F_z = \int p(z) dw_z, \quad (4.1)$$

где  $dw_z$  – проекция элементарной площадки  $dw$  на плоскость OYX.

Тогда сила

$$F_z = \rho \cdot g \int z dw_z = \rho \cdot g \cdot V_d, \quad (4.2)$$

где  $V_d$  – объем тела давления.

*Тело давления* – это объем в жидкости, оказывающий давление на криволинейную поверхность. Если тело давления заполнено жидкостью, то сила давления направлена вниз, если тело давления свободно от жидкости, то сила давления направлена вверх.

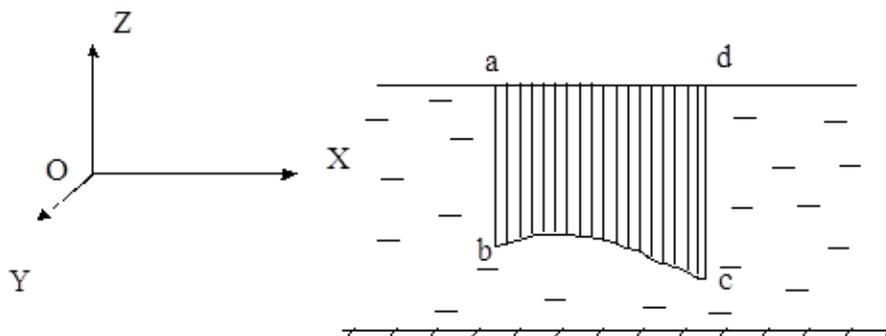


Рис. 4.1. Выделенный в жидкости объем тела

Выделим два тела давления – ABCFE и ADCFE для рассмотрения сил, действующих на погруженное в жидкость тело ABCD объемом  $V_T$  (рис. 4.2). Первое тело заполнено жидкостью и имеет объем  $V_1$ . Следовательно, на криволинейную поверхность ABC действует сила  $F_1 = \rho_{ж} \cdot g \cdot V_1$ , направленная вниз. Второе тело свободно от жидкости и имеет объем  $V_2 = V_1 + V_T$ , поэтому сила  $F_2$ , действующая на поверхность ADC, направлена вверх и равна  $F_2 = \rho_{ж} \cdot g \cdot V_2 = \rho_{ж} \cdot g \cdot (V_1 + V_T)$ .

Равнодействующая сила

$$F_z = F_{арх} = F_2 - F_1 = \rho_{ж} \cdot g \cdot V_2 - \rho_{ж} \cdot g \cdot V_1 = \rho_{ж} \cdot g \cdot (V_1 + V_T) - \rho_{ж} \cdot g \cdot V_1 = \rho_{ж} \cdot g \cdot V_T \quad (4.3)$$

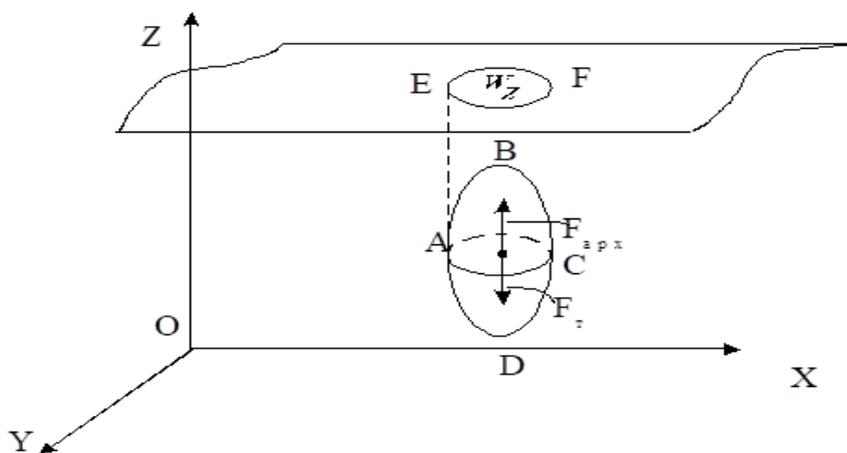


Рис. 4.2. Силы, действующие на погруженное в жидкость тело

Получается закон Архимеда:  $F_{\text{арх}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V_{\text{T}}$  (при полном погружении тела в жидкость). В общем случае  $F_{\text{арх}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V$ , где  $V$  – объем вытесненной телом жидкости.

При полном погружении тела объем  $V$  равен всему объему тела  $V_{\text{T}}$ , при неполном погружении  $V < V_{\text{T}}$ .

Из условия плавания тел, объект остается на плаву, если вес тела  $F_{\text{T}}$  равен архимедовой силе

$$F_{\text{T}} = F_{\text{арх}} \quad (4.4)$$

или

$$mg = \rho_{\text{T}} \cdot g \cdot V_{\text{T}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V, \quad (4.5)$$

где  $V$  – объем вытесненной телом жидкости.

$$V = a \cdot b \cdot h, \quad (4.6)$$

где  $a$  – длина бруска;  $b$  – ширина бруска;  $h$  – высота столба жидкости, омывающей брусок при его погружении. При этом объем бруска равен

$$V = a \cdot b \cdot l, \quad (4.7)$$

где  $l$  – высота бруска.

Используя формулу  $\rho_{\text{T}} \cdot g \cdot V_{\text{T}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V$ , определим плотность бруска

$$\rho_{\text{T}} = \frac{\rho_{\text{ж}} g V}{g V_{\text{T}}} = \frac{\rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot a \cdot b \cdot h}{g \cdot a \cdot b \cdot c} = \frac{\rho_{\text{ж}} \cdot h}{l}. \quad (4.8)$$

### Порядок выполнения работы

1. Измерьте при помощи линейки длину, ширину и высоту бруска. Рассчитайте объем бруска по формуле 4.7.

2. Поместите брусок в сосуд с водой и измерьте высоту столба жидкости, омывающей брусок.

3. Рассчитайте по формуле 4.8 плотность бруска, приняв плотность воды  $\rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

4. Повторите порядок действий (1–3) еще с двумя брусками различных объемов и занесите измеренные и рассчитанные значения в таблицу.

5. Сравните полученные значения плотности деревянных брусков с известными табличными значениями плотностей древесины.

6. Сформулируйте и запишите вывод о проделанной работе.

Таблица 4.1

№ образца	Объем бруска, $V$ , м <sup>3</sup>	Высота бруска, $l$ , м	Высота столба жидкости, $h$ , м	Плотность бруска $\rho_T$ , г/м <sup>3</sup>
1				
2				
3				

### Контрольные вопросы

1. Запишите закон Архимеда.
2. Сформулируйте условие плавания тел.
3. Дайте определение гидростатическому давлению.
4. Перечислите виды давлений.
5. В чем заключается гидростатический парадокс?
6. Запишите основное уравнение гидростатики.

## Лабораторная работа № 5 ИЗУЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

### Цель работы

Определить основные параметры течения вязкой жидкости.

### Приборы и принадлежности:

- 1) сосуд с водой;
- 2) капилляр;
- 3) мерный стакан;
- 4) линейка;
- 5) секундомер.

### Подготовка к работе

По лекциям изучите следующие вопросы.

1. Формула Пуазейля.
2. Свободная поверхность жидкости, высота столба жидкости, расход жидкости, средняя скорость течения жидкости.
3. Уравнение неразрывности.
4. Турбулентное и ламинарное течение.
5. Кинематическая и динамическая вязкость.
6. Число Рейнольдса.

### Теоретическое введение

В данной лабораторной работе предлагается экспериментально исследовать основные параметры течения вязкой жидкости.

Расход жидкости определяется по формуле

$$Q = \frac{V}{t}, \quad (5.1)$$

где  $V$  – объем жидкости, проходящий по капилляру за время  $t$ .

Также существует связь между расходом и средней скоростью течения жидкости в капилляре

$$v_{\text{ср}} = \frac{Q}{S}, \quad (5.2)$$

$$S = \pi R^2, \text{ или } S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad (5.3)$$

где  $S$  – площадь сечения капилляра;  $d$  – внутренний диаметр капилляра.

Используя уравнение неразрывности:  $v \cdot S_{\text{своб}} = v_{\text{ср}} \cdot S$ , можно определить скорость, с которой опускается уровень свободной поверхности жидкости в сосуде  $v$

$$v = \frac{v_{\text{ср}} \cdot S}{S_{\text{своб}}}, \quad (5.4)$$

где  $S_{\text{своб}}$  – площадь свободной поверхности жидкости в сосуде.

Разность давлений  $\Delta p$ , создаваемая столбом жидкости на оси капилляра, а в месте крепления к стенке сосуда равна

$$\Delta p = (p_1 - p_2) = \frac{\rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2)}{2}, \quad (5.5)$$

где  $h_1$  – высота столба жидкости от свободной поверхности до оси капилляра;  $h_2$  – высота столба жидкости от свободной поверхности до оси капилляра после истечения некоторого объема  $V$ ;  $\rho$  – плотность жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения  $9,81 \text{ м/с}^2$ .

Динамическая вязкость  $\mu$  определяет величину сопротивления текучести жидкости. С точки зрения физики, динамическая вязкость обозначает потерю давления за единицу времени. У жидкостей вязкость прямо пропорциональна давлению и обратно пропорциональна температуре.

Коэффициент динамической вязкости  $\mu$  можно определить, преобразовав формулу Пуазейля

$$Q = \frac{(p_1 - p_2)}{8\mu \cdot l} \cdot \pi \cdot R^4. \quad (5.6)$$

Кинематической вязкостью  $\nu$  называют отношение динамической вязкости к плотности жидкости, коэффициент кинематической вязкости  $\nu$  характеризует ее текучесть

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (5.7)$$

Числом Рейнольдса  $Re$  называют величину, характеризующую отношение сил инерции к силам трения (вязкости) и равную

$$Re = \frac{v_{\text{ср}} \cdot d}{\nu} = \frac{\rho \cdot v_{\text{ср}} \cdot d}{\mu}, \quad (5.8)$$

где  $v_{\text{ср}}$  – средняя скорость течения жидкости по сечению капилляра.

Для данного сечения капилляра если  $Re < 2320$ , то режим течения жидкости – ламинарный, если  $Re > 10000$  – турбулентный.

Для ламинарного течения коэффициент линейных потерь  $\lambda$  на длине капилляра определяется по формуле

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (5.9)$$

Потери напора  $h_{\text{тр}}$  на длине вычисляются по формуле

$$h = \frac{\lambda \cdot l \cdot v_{\text{ср}}^2}{2g \cdot d}, \quad (5.10)$$

где  $l$  – длина капилляра.

Лабораторный стенд представляет собой сосуд, наполненный водой (рис. 5.1). В отверстие, расположенное в нижней части боковой стенки сосуда, устанавливается капилляр (трубка небольшого диаметра). Внутренний диаметр капилляра равен 2 мм (возможно применение капилляров разных диаметров). Капилляр закреплен в отверстии сосуда с помощью герметика.

До начала проведения эксперимента незакрепленный конец капилляра поднят выше уровня свободной поверхности жидкости в сосуде во избежание вытекания из него воды. В процессе выполнения лабораторного эксперимента, капилляр располагается горизонтально, чтобы не учитывать влияние силы тяжести на течение жидкости в капилляре.



Рис. 5.1. Фотография лабораторного стенда

### Порядок выполнения работы

1. Наполните сосуд водой и измерьте линейкой высоту столба жидкости  $h_1$  (от свободной поверхности до оси капилляра).
2. Измерьте длину капилляра  $l$ , внутренний диаметр отверстия капилляра и по формулам 5.3 определите площадь сечения капилляра.
3. Определите по секундомеру время  $t$ , за которое в мерный стакан вытекает объем жидкости  $V$ . Измерьте высоту столба жидкости  $h_2$ .
4. Эксперимент повторите три раза, а результаты измерений:  $V_i$ ,  $t_i$ ,  $h_i$  запишите в табл. 5.1. Объем на мерных стаканах указан в мл, его необходимо перевести в  $\text{м}^3$ .
5. Определите расход жидкости по формуле 5.1.
6. Вычислите среднюю скорость течения жидкости в капилляре по формуле 5.2. Используя уравнение неразрывности, определите скорость  $u$ , с которой опускается уровень свободной поверхности жидкости в сосуде по формуле 5.4.
7. Определите разность давлений  $\Delta p$  на капилляре по формуле 5.5, приняв значение плотности жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .
8. Выразите коэффициент динамической вязкости  $\mu$  из формулы Пуазейля (5.6). Вычислите  $\mu$  по преобразованной формуле и коэффициент кинематической вязкости  $\nu$  по формуле 5.7.

9. Вычислите число Рейнольдса  $Re$  и коэффициент линейных потерь  $\lambda$  по формулам 5.8 и 5.9. Убедитесь, что режим течения жидкости соответствует ламинарному.

10. Найдите потери напора на капилляре  $h_{тр}$  по формуле 5.10.

11. Все расчеты параметров течения произведите для трех опытов.

12. Заполните таблицу данных и запишите вывод о проделанной работе.

Таблица 5.1

№	$h_1,$ м	$h_2,$ м	$V,$ м <sup>3</sup>	$t,$ м	$Q,$ м <sup>3</sup> /с	$v_{ср},$ м/с	$v,$ м/с	$\Delta p,$ Па	$\mu,$ Па·с	$\nu,$ м <sup>2</sup> /с	$Re$	$\lambda$	$h_{тр},$ м
1													
2													
3													

### Контрольные вопросы

1. Запишите уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости.
2. Дайте определение свободной поверхности жидкости.
3. Запишите уравнение неразрывности.
4. Дайте определение средней скорости течения жидкости.
5. Запишите формулу расхода жидкости.

## Лабораторная работа № 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ПРОЗРАЧНОЙ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

### Цель работы

На практике ознакомиться с одним из методов определения вязкости прозрачных жидкостей, определить число Рейнольдса  $Re$  и силу сопротивления  $F_{\text{сопр}}$  при ламинарном обтекании симметричного тела потоком реальной жидкости.

### Приборы и принадлежности:

- 1) стеклянные сосуды цилиндрической формы;
- 2) прозрачные жидкости;
- 3) шарики различной плотности;
- 4) электронные весы;
- 5) секундомер;
- 6) штангенциркуль.

### Подготовка к работе

По лекционному материалу изучите следующие вопросы:

1. Дайте определение динамической и кинематической вязкости.
2. Дайте определение числу Рейнольдса и запишите формулу.
3. Запишите формулу Стокса.

### Теоретическое введение

Эмпирически установлено, что суммарная сила вязкости при небольших скоростях движения пропорциональна скорости потока

$$F_C = C_X \cdot v, \quad (6.1)$$

где  $C_X$  – коэффициент, зависящий от размеров и формы тела, его ориентации в потоке и от вязкости жидкости.

Характер течения жидкости в пограничном слое в зависимости от величины числа Рейнольдса может быть как ламинарным, так и турбулентным.

$$Re = \frac{\rho_2 \cdot v_0 \cdot d}{\eta}. \quad (6.2)$$

При исследовании движения шариков со значениями числа Рейнольдса  $Re$ , меньше единицы, Джорж Стокс получил аналитическое выражение для вычисления коэффициента сопротивления  $C_x$

$$C_x = 6\pi \cdot \eta \cdot r, \quad (6.3)$$

где  $r$  – радиус шара.

С учетом этого, результирующая сил вязкости (трения), действующая на шар

$$F_x = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v, \quad (6.4)$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости жидкости;  $v$  – скорость потока жидкости.

Данное соотношение является *формулой Стокса*, связывающей скорость падения в жидкости твердой сферической частицы ( $v$ ) с ее размерами (радиус  $r$ ), ее плотностью тела ( $D_t$ ), а также плотностью жидкости ( $D_{ж}$ ) и вязкостью ( $\eta$ ) жидкости

$$v = \frac{2}{9} \cdot g \cdot r^2 \frac{D_t - D_{ж}}{\eta}. \quad (6.5)$$

Несмотря на ряд несоответствий с условиями проведения гранулометрического анализа (основным из которых является несферичность почвенных частиц), широко используется для определения размеров почвенных частиц по скорости их падения в неподвижной воде.

При числе Рейнольдса, равном  $Re = 10^4$ , образуются вихри частиц жидкости (рис. 6.1).

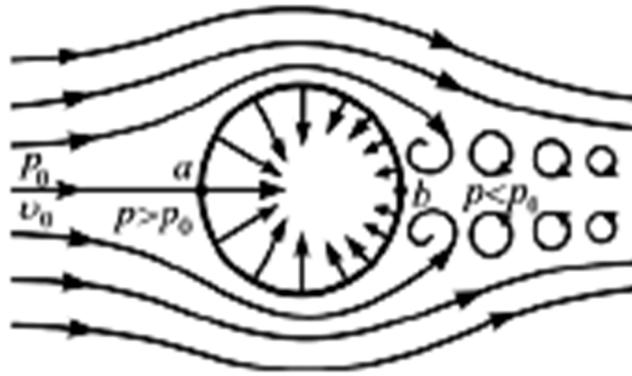


Рис. 6.1. Образование вихрей при обтекании тела потоком реальной жидкости

На рис. 6.1 давление и скорость в невозмущенном потоке обозначены как  $p_0$  и  $v_0$ . При больших скоростях потока давление в пространстве за телом становится пониженным, а энергия вихрей расходуется на нагревание потока жидкости. Используя уравнение Бернулли, получим давление в точке  $a$   $p_a$

$$p_a = p_0 + \frac{\rho v^2}{2}. \quad (6.6)$$

Давление в точке  $a$  больше давления в невозмущенном потоке на величину динамического давления  $\frac{\rho v^2}{2}$ , а давление в точке  $b$  меньше давления в невозмущенном потоке:  $p_b < p_0$ . Следовательно, результирующая сил давления, действующая на шар, отлична от нуля и направлена вдоль потока жидкости. Данная сила также называется силой лобового сопротивления (сопротивления давления)

$$F_{\text{л}} = C_x S \frac{\rho v_0^2}{2}, \quad (6.7)$$

где  $S$  – миделевое сечение, которое представляет собой наибольшую площадь сечения плоскостью, перпендикулярной потоку.

Метод Стокса основан на измерении скорости падения шарика в жидкости с целью последующего определения коэффициента динамической вязкости жидкости. При малых значениях числа Рейнольдса  $Re$  сила лобового сопротивления в соответствии с формулой Стокса равна

$$F_{\text{сопр}} = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v. \quad (6.8)$$

Формула 6.8 получена в предположении, что расстояние от тела до границ жидкости в данном опыте до стенок сосуда значительно больше размеров тела  $r \ll R$ .

На падающий в жидкости шарик действуют три силы (рис. 6.2):

– сила сопротивления среды  $F_{\text{сопр}}$ , определяемая по формуле 6.8;

– сила тяжести: 
$$P = mg = \frac{4}{3} \cdot \rho_1 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g; \quad (6.9)$$

– выталкивающая сила Архимеда: 
$$F_A = \frac{4}{3} \cdot \rho_2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g, \quad (6.10)$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности материала шарика и жидкости соответственно.

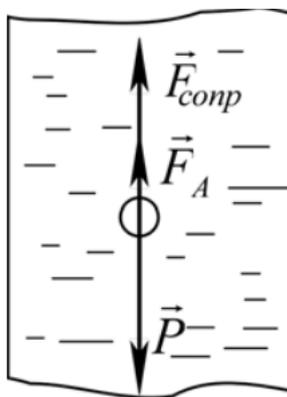


Рис. 6.2. Силы, действующие на тело, движущееся в жидкости

Второй закон Ньютона для падающего шарика запишется в виде

$$P - F_A - F_{\text{сопр}} = m \cdot \left( \frac{dv}{dt} \right). \quad (6.11)$$

Вначале пути движение шарика будет ускоренным  $\left(\frac{dv}{dt}\right) > 0$ , но так как сила сопротивления согласно формуле Стокса увеличивается с увеличением скорости падения, то при некоторой скорости  $v_0$  левая и правая части уравнения движения (6.11) обратятся в нуль, и движение шарика станет равномерным

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) = 0. \quad (6.12)$$

Параметры установки подобраны таким образом, чтобы движение шарика установилось, когда он при своем падении достигнет верхней метки. Тогда скорость равномерного движения определяется из соотношения

$$v_0 = \left(\frac{h}{t}\right), \quad (6.13)$$

где  $h$  и  $t$  – расстояние между верхней и нижней метками и время, за которое это расстояние пройдено.

Подставляем выражения для сил (6.8) – (6.10) в уравнение 6.11 и при условии (6.12) получим

$$\frac{4}{3}\rho_1 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g - \frac{4}{3}\rho_2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g - 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_0 = 0. \quad (6.14)$$

Откуда с учетом (6.12) находим коэффициент динамической вязкости

$$\eta = \frac{2 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot r^2 \cdot t}{9h} \quad (6.15)$$

или

$$\eta = \frac{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot d^2 \cdot t}{18h}. \quad (6.16)$$

При подготовке эксперимента стеклянный цилиндрический сосуд, в верхней и нижней части которого нанесены метки, заполняют водой,

глицерином или другой прозрачной жидкостью выше уровня верхней метки на 2–3 см.

### Порядок выполнения работы

1. Проведите измерение массы шариков с помощью электронных весов.

2. Измерьте штангенциркулем диаметр каждого шарика в трех различных проекциях. Определите его среднее арифметическое значение радиуса (для образцов не идеально шарообразной формы).

3. Зная объем и массу, определите плотность материала шариков  $\rho_1$ , а также запишите плотность жидкости (для воды  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ).

4. Измерьте расстояние  $h$  между верхней и нижней метками на цилиндрическом сосуде.

5. Измерьте температуру жидкости, при которой будет проводиться определение коэффициента вязкости.

6. Опустите шарик на поверхность жидкости. Определите время перемещения шарика между верхней и нижней метками стеклянного цилиндрического сосуда.

7. Запишите значения  $\rho_1 = \dots$  и  $\rho_2 = \dots \text{ кг/м}^3$ ,  $t = \dots \text{ }^\circ\text{C}$  и  $h = \dots \text{ м}$  согласно пунктам 3, 4, 5 порядка выполнения работы.

8. Выполните работы для пяти различных шариков, описанные в пункте 6 порядка выполнения работы. Результаты опытов занесите в табл. 6.1.

9. Далее, по формуле 6.15 вычислите коэффициент динамической вязкости  $\eta$ , а также определите его среднее арифметическое значение  $\langle \eta \rangle$  по пяти шарикам.

10. Определите скорости шариков  $v_0$  по формуле 6.13, а также определите среднее арифметическое значение скорости  $\langle v_0 \rangle$  по пяти шарикам.

11. Определите число Рейнольдса по формуле 6.2, убедитесь, что обтекание шарика жидкостью носит ламинарный характер. Критическое значение этого числа в данном случае равно единице. Если  $Re$  превышает критическое значение, движение жидкости турбулентно, закон Стокса не применим.

12. Определите по формуле 6.3 коэффициент сопротивления  $C_x$  и силу вязкости  $F_{\text{сопр}}$  по формуле 6.8.

13. Занесите все результаты расчетов в табл. 6.1, сформулируйте и запишите вывод о проделанной работе.

Таблица 6.1

№	$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	$h$ , м	$d$ , м	$r$ , м	$t$ , с	$\eta$ , Па·с	$\langle \eta \rangle$ , Па·с	$v_0$ , м/с	$\langle v_0 \rangle$ , м/с	$Re$	$C_x$	$F_{\text{сопр}}$ , Н

### Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте ламинарное и турбулентное течение.
2. Опишите силы, действующие на обтекаемое жидкостью тело.
3. Представьте модель взаимодействия тел с потоком жидкости.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Настоящий практикум содержит описание шести лабораторных работ по дисциплине «Физика горных пород» и предназначен для обучающихся по специальности 21.05.04 Горное дело (уровень специалитета) всех форм обучения.

Практикум позволяет обучающимся ознакомиться с краткой теорией изучаемой дисциплины и приобрести навыки постановки физических экспериментов при изучении свойств и физических параметров горных пород и жидкостей. Для получения наиболее глубоких теоретических знаний по данной дисциплине обучающиеся могут подробно изучить источники литературы, представленные в библиографическом списке [2–7].

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рац М. В., Чернышев С. Н. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород. – М. : Недра, 1970 . – 159 с.
2. Букин В. С., Калганов А. С. Физика горных пород : учеб. пособие. – Чита :ЗабГУ, 2019. – 115 с.
3. Уфатова З. Г. Физика горных пород : учеб. пособие. – Норильск : НГИИ, 2014. – 135 с.
4. Боровков Ю. А., Дробаденко В. П., Ребриков Д. Н. Основы горного дела : учеб. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб : Лань, 2017. – 468 с.
5. Шведов И. М. Физика горных пород : механические свойства горных пород : курс лекций. – М. : Изд. Дом НИТУ «МИСиС», 2019. – 122 с. –
6. Кудинов А. А. Гидрогазодинамика: учеб. пособие. – М. : ИНФРА-М, 2015. – 334 с.
7. Павловский В. А., Никущенко Д. В. Вычислительная гидродинамика. Теоретические основы : учеб. пособие. – СПб : Лань, 2018. – 368 с.

*Учебное издание*

**Корнеев Владимир Станиславович**

**Шергин Сергей Леонидович**

# **ФИЗИКА ГОРНЫХ ПОРОД**

Редактирование и компьютерная верстка

*Ю. С. Мерзликиной*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.

Подписано в печать 12.12.2024. Формат 60 × 84 1/16.

Усл. печ. л. 2,21. Тираж 112 экз. Заказ 181.

Гигиеническое заключение

№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГУГиТ  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.