

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1. Назначение MathCAD</b> .....	5
<b>2. Интерфейс пользователя MathCAD</b> .....	7
2.1. Главное меню .....	8
2.2. Панели инструментов.....	11
2.3. Наборные математические панели инструментов .....	14
<b>3. Базовые понятия входного языка системы MathCAD</b> .....	16
3.1. Алфавит MathCAD .....	16
3.2. Математические выражения.....	20
3.3. Функции пользователя .....	25
3.4. Условия в MathCAD .....	26
3.5. Ввод текста .....	27
3.6. Ранжированные переменные .....	27
3.7. Массивы (векторы, матрицы).....	28
3.7.1. Создание векторов и матриц .....	28
3.7.2. Основные операции над матрицами и векторами.....	30
3.8. Настройка параметров вычислений.....	34
3.9. Форматирование результатов вычислений .....	36
<b>4. Символические вычисления в MathCAD</b> .....	39
4.1. Команды меню Symbolics .....	39
4.2. Операции с выделенными выражениями.....	40
4.3. Операции с выделенными переменными .....	42
4.4. Операции преобразования .....	44
4.5. Стилль эволюции .....	45
4.6. Палитра символьных преобразований SmartMath .....	46
4.7. Решение уравнений .....	47
4.8. Решение системы линейных уравнений.....	49
4.9. Решение дифференциальных уравнений .....	51

<b>5. Графика в системе MathCAD</b> .....	54
5.1. Создание графиков .....	54
5.2. Форматирование графиков .....	57
5.3. Построение трехмерных графиков .....	60
5.4. Дополнительные возможности работы с графиком.....	62
<b>6. Программирование в MathCAD</b> .....	63
<b>7. Примеры расчетов в MathCAD</b> .....	68
7.1. Модели объектов прикладной геоинформатики и исследо- вание их свойств с помощью геометрических объектов.....	68
7.2. Построение плоскости.....	71
7.3. Решение уравнения.....	74
7.4. Вычисление площади фигуры.....	75
<b>8. Контрольные вопросы</b> .....	77
<b>Библиографический список</b> .....	78

## 1. НАЗНАЧЕНИЕ MATHCAD

MathCAD является математическим редактором, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов. Благодаря простоте применения, наглядности математических действий, обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а также превосходному аппарату представления результатов (графики самых разных типов, мощных средств подготовки печатных документов и Web-страниц), MathCAD стал наиболее популярным математическим приложением. Создатели MathCAD сделали все возможное, чтобы пользователь, не обладающий специальными знаниями в программировании (а таких большинство среди ученых и инженеров), мог в полной мере приобщиться к достижениям современной вычислительной науки и компьютерных технологий. Для эффективной работы с редактором MathCAD достаточно базовых навыков пользователя. С другой стороны, профессиональные программисты могут извлечь из MathCAD намного больше, создавая различные программные решения, существенно расширяющие возможности, непосредственно заложенные в MathCAD [10]. В соответствии с проблемами реальной жизни, часто приходится решать одну или несколько из следующих задач:

- 1) ввод на компьютере разнообразных математических выражений (для дальнейших расчетов или создания документов, презентаций, Web-страниц);
- 2) проведение математических расчетов;
- 3) подготовка графиков с результатами расчетов;
- 4) ввод исходных данных и вывод результатов в текстовые файлы или файлы с базами данных в других форматах;
- 5) подготовка отчетов работы в виде печатных документов;
- 6) подготовка Web-страниц и публикация результатов в Интернете;
- 7) получение различной справочной информации из области математики.

Со всеми этими (а также некоторыми другими) задачами с успехом справляется MathCAD:

- математические выражения и текст вводятся с помощью формульного редактора MathCAD, который по возможностям и простоте использования не уступает редактору формул, встроенному в Microsoft Word;

- математические расчеты производятся в соответствии с введенными формулами;

- графики различных типов (по выбору пользователя) с богатыми возможностями форматирования вставляются непосредственно в документы;

- возможен ввод и вывод данных в файлы различных форматов;

- документы могут быть распечатаны непосредственно в MathCAD в том виде, который пользователь видит на экране компьютера, или сохранены в формате RTF для последующего редактирования в более мощных текстовых редакторах (например Microsoft Word);

- возможно полноценное сохранение документов в формате Web-страниц (генерация вспомогательных графических файлов происходит автоматически);

- имеется опция объединения разрабатываемых Вами документов в электронные книги, которые, с одной стороны, позволяют в удобном виде хранить математическую информацию, а с другой – являются полноценными MathCAD-программами, способными осуществлять расчеты;

- символьные вычисления позволяют осуществлять аналитические преобразования, а также мгновенно получать разнообразную справочную математическую информацию.

В состав MathCAD входят несколько интегрированных между собой компонентов – это мощный текстовый редактор для ввода и редактирования как текста, так и формул, вычислительный процессор – для проведения расчетов согласно введенным формулам, и символьный процессор, являющийся, по сути, системой искусственного интеллекта. Сочетание этих компонентов создает удобную вычислительную среду для разнообразных математических расчетов и, одновременно, документирования результатов работы.

## 2. ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ MATHCAD

Интерфейс пользователя включает совокупность средств графической оболочки MathCAD, обеспечивающей управление системой как с клавиатуры, так и с помощью мыши. Под управлением подразумевается набор необходимых символов, формул, текстовых комментариев и т. д., и возможность полной подготовки в среде MathCAD документов (Work Sheets) и электронных книг с последующим их запуском в реальном времени [4]. Интерфейс MathCAD по своей структуре аналогичен интерфейсу других Windows-приложений. При открытии файла MathCAD.exe на экране появляется рабочее окно MathCAD с главным меню и 5 панелями: 1) Standard (Стандартная), 2) Formatting (Форматирование) и 3) Math (Математическая), 4) Controls (Контроль), 5) Resources (Документация) (рис. 1). Автоматически загружается файл Untitled(Безымянный1), представляющий собой шаблон Normal (обычный) рабочего документа MathCAD, называемого Worksheet (Рабочий лист).

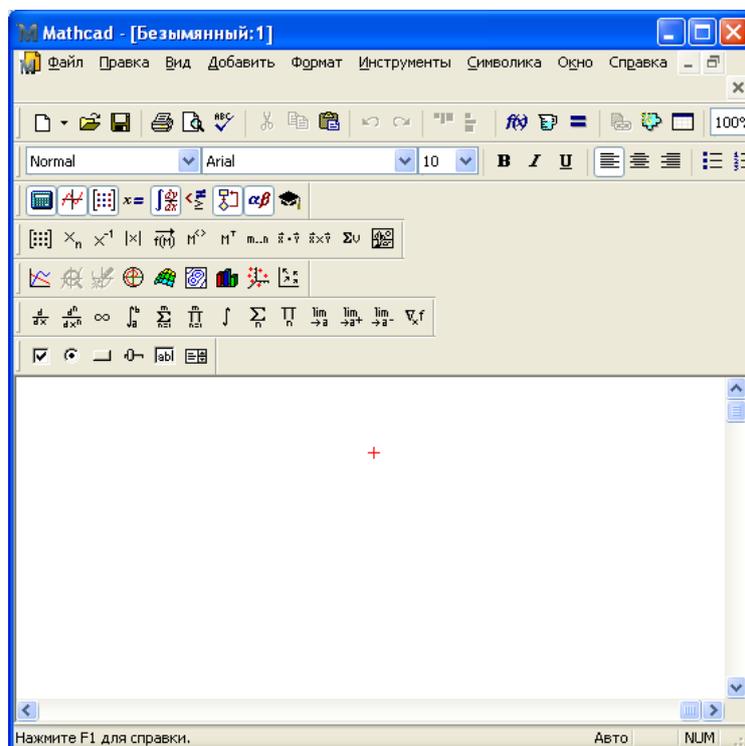


Рис. 1. Вид рабочего окна после загрузки MathCAD

## 2.1. Главное меню

Главное меню MathCAD занимает верхнюю строку рабочего окна. Все необходимые действия можно выполнить, следуя пунктам этого меню и последовательно открывающихся окон. Вид главного меню показан на рис. 2. Щелчок мышью на любом пункте меню открывает подменю с перечнем команд.

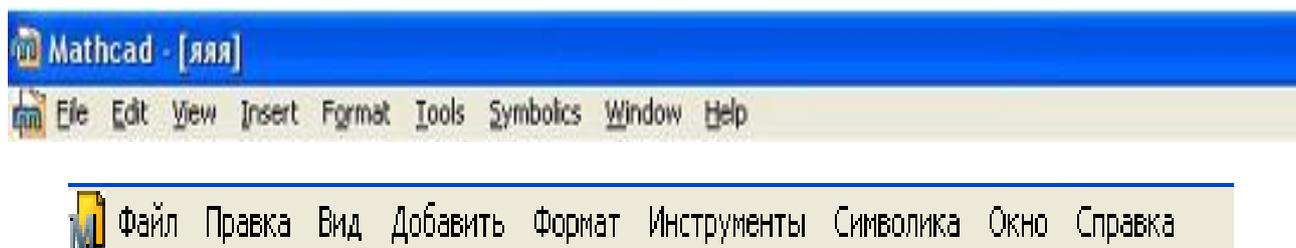


Рис. 2. Главное меню

**File** (Файл) – команды, связанные с созданием, открытием, сохранением, пересылкой по электронной почте и печатью на принтере файлов с документами.

**Edit** (Правка) – команды, относящиеся к правке текста (копирование, вставка, удаление фрагментов и т. д.).

**View** (Вид) – команды, управляющие внешним видом документа в рабочем окне MathCAD, а также команды создания файлов анимации:

- **Toolbars** (Панели) – позволяет отображать или скрывать панели инструментов **Standart** (Стандартная), **Formatting** (Форматирования), **Math** (Математика);

- **Status bar** (Строка состояния) – включение или отключение отображения строки состояния системы;

- **Ruler** (Линейка) – включение отключение линейки;

- **Trace Window**;

- **Headers/Footers** (Колонтитулы) – создание и редактирование колонтитулов;

- **Regions** (Границы) – делает видимыми границы областей (текстовых, графических, формул);

- **Annotations;**
- **Zoom** (Изменение масштаба);
- **Refresh** (Обновить) [Ctrl+R] – обновление содержимого экрана;
- **Animate** (Анимация) – команда позволяет создать анимацию;
- **Playback** (Проигрыватель) – воспроизведение анимации, хранящейся в файле с расширением AVI;

• **Preference** позволяет задать некоторые параметры работы программы, не влияющие на вычисления, другая вкладка (**Internet**) служит для ввода информации при совместной работе с MathCAD-документами через Internet.

**Insert** (Вставка) – команды вставки различных объектов в документ.

**Format** (Формат) – команды форматирования текста, формул и графиков включает:

- **Equation** (Уравнение) – форматирование формул и создание собственных стилей для представления данных;

- **Result** (Результат) – позволяет задать формат представления результатов вычислений;

- **Text** (Текст) – форматирование текстового фрагмента (шрифт, размер, начертание);

- **Paragraf** (Абзац) – изменение формата текущего абзаца (отступы, выравнивание);

- **Tabs** (Табуляция) – задание позиций маркеров табуляции;

- **Style** (Стиль) – оформление текстовых абзацев;

- **Properties** (Свойства) – вкладка **Display** (Отображение) позволяет задать цвет фона для наиболее важных текстовых и графических областей; вставленный в документ рисунок (Insert -> Picture) позволяет заключить в рамку, вернуть ему первоначальный размер;

- Вкладка **Calculation** (Вычисление) – позволяет для выделенной формулы включить и отключить вычисление; в последнем случае в правом верхнем углу области формулы появляется маленький черный прямоугольник, и формула превращается в комментарий;

- **Graf** (График) – позволяет менять параметры отображения графиков;

- **Separate regions** (Разделить области) – позволяет раздвигать перекрывающиеся области;

- **Align regions** (Выровнять области) – выравнивает выделенные области по горизонтали или по вертикали;

- **Repaganite Now** (Перенумерация страниц) – производит разбивку текущего документа на страницы.

**Tools** (Инструменты) – команды управления вычислительным процессом:

- **Math** (Математика) – управление процессом вычислений; в MathCAD существует два режима вычислений: автоматический и ручной. В автоматическом режиме результаты вычислений полностью обновляются при каком-либо изменении в формуле;

- **Automatic Calculation** (Автоматическое вычисление) – позволяет переключать режимы вычислений;

- **Calculate** (Вычислить) – при ручном режиме вычислений позволяет пересчитать видимую часть экрана;

- **Calculate Worksheet** (Просчитать документ) – пересчет всего документа целиком.

- **Optimization** (Оптимизация) – при помощи этой команды можно заставит MathCAD перед численной оценкой выражения произвести символьные вычисления и при нахождении более компактной формы выражения использовать именно ее. Если выражение удалось оптимизировать, то справа от него появляется маленькая красная звездочка. Двойной щелчок на ней открывает окно, в котором находится оптимизированный результат;

- **Options** (Параметры) – позволяет задавать параметры вычислений.

**Symbolics** (Символические вычисления) – команды символьных вычислений:

- **Evaluate** – вычислить;

- **Simplify** – упростить;

- **Expand** – разложить по степеням;

- **Factor** – разложить на множители;

- **Collect** – разложить по подвыражению;

- **Polynomial Coefficients** – полиномиальные коэффициенты;
- **Variable** – переменная;
- **Matrix** – матричные операции;
- **Transform** – транспонировать;
- **Evaluation Style** – стиль эволюции.

**Window** (Окно) – команды расположения окон с различными документами на экране.

**Help** (Помощь) – команды вызова справочной информации.

Щелчок мышью на пункте подменю вызывает появление соответствующего диалогового окна.

## 2.2. Панели инструментов

Панели инструментов служат для быстрого выполнения наиболее часто применяемых команд. При наведении указателя мыши (курсора) на любую из кнопок рядом с ним появляется всплывающая подсказка — короткий текст, поясняющий назначение кнопки.

Стандартная панель инструментов **Standard** (Стандартная) (рис. 3) служит для выполнения действий с файлами, редактирования документов, вставки объектов и т. д.

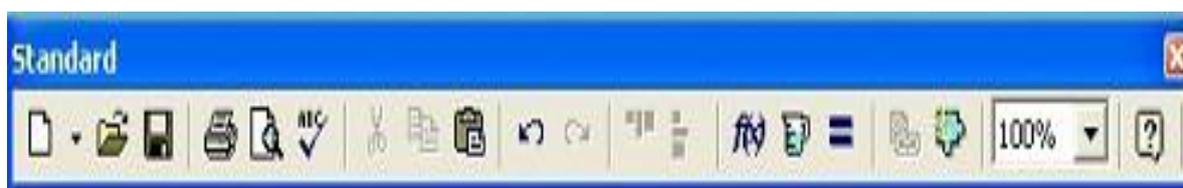


Рис. 3. Стандартная панель инструментов

Стандартная панель MathCAD содержит следующие кнопки.

**New Worksheet** – создание документа на основе шаблона Normal (Обычный);

*Перечень предлагаемых шаблонов документов:*

**Open Worksheet** – открытие файла;

**Save Worksheet** – сохранение файла;

**Print Worksheet** – печать файла;

**Print Preview** – просмотр печати (вид готового документа);

**Check Speling** – проверка орфографии (только англоязычного текста);

*Кнопки операций редактирования:*

**Cut** – вырезание объекта;

**Copy** – копирование объекта;

**Insert** – вставка объекта;

**Undo** – отмена предыдущего действия (только при вводе текста или формул);

**Redo** – повтор отмененного действия.

Пиктограммы этих кнопок имеют общий вид во всех приложениях Windows [3].

 **Align Across** – выравнивание выделенной группы объектов по горизонтали;

 **Align Down** – выравнивание выделенной группы объектов по вертикали;

*Специфические кнопки для системы MathCAD:*



 – список встроенных функций и их вставка;

 – список размерностей и их вставка;

 – **Calculate** – пересчет документа;

 – **Insert Giperlink** – вставка гиперссылки;

 – **Component Wizard** – (Вставка компонентов) – вставка в рабочий документ окна другого приложения;

 – **Run MathConnex** (Запуск системы MathConnex) – запуск системы для стимулирования блочно-заданных устройств;

*Масштаб и его изменение:*

 – **Resource Center** (Центр ресурсов) – дает доступ к центру ресурсов;

**Help** (Справка) – дает доступ к ресурсам справочной базы данных системы (Справочная система MathCAD).

Панель форматирования MathCAD (рис. 4) содержит следующие кнопки:

**Style** – стиль набора текста и формул.

**Font** – шрифт, применяемый для набора текста и формул.

**Point Size** – размер шрифта.

**Bold** – полужирный шрифт.

**Italik** – курсив.

**Underline** – подчеркнутый шрифт.

**Left Align** – выравнивание текста по левому краю.

**Center Align** – выравнивание текста по центру.

**Right Align** – выравнивание текста по правому краю.

Маркированный список.

Нумерованный список.

Верхний индекс

Нижний индекс.



Рис. 4. Панель форматирования

До тех пор, пока не начат набор элементов документа, часть описанных кнопок и иных объектов пользовательского интерфейса находится в пассивном состоянии. Пиктограммы и переключатели становятся активными, как только появляется необходимость в их использовании.

Внизу экрана, кроме полосы горизонтальной прокрутки, расположена еще одна строка – строка состояния. В нее выводится служебная информация, краткие комментарии, номер страницы и др. Эта информация полезна для оперативной оценки состояния системы в ходе работы с ней.



Щелчок мышью на любом из значков математической панели (рис. 6) вызывает вставку соответствующего этому значку символа или шаблона выполнения математической операции на место курсора в рабочем документе.

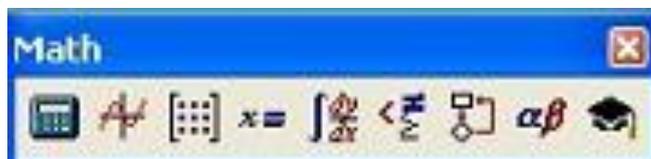


Рис. 6. Математическая панель

**Calculator** (Калькулятор) — вставка шаблонов основных математических операций, цифр, знаков арифметических операций.

**Graph** (График) — вставка шаблонов графиков.

**Matrix** (Матрица) — вставка шаблонов матриц и матричных операций.

**Evaluation** (Оценка) — операторы присвоения значений и вывода результатов расчета.

**Calculus** (Вычисления) — вставка шаблонов дифференцирования, интегрирования, суммирования.

**Boolean** (Булевы операторы) — вставка логических (булевых) операторов.

**Programming** (Программирование) — операторы, необходимые для создания программных модулей.

**Greek** (Греческие буквы).

**Symbolics** (Символика) — вставка операторов символьных вычислений.

Панель Debug, появившаяся в MathCAD 13, содержит кнопки появления на экране окна отладки программ и включения (остановки) процесса трассировки (вывода промежуточных результатов расчета на экран).

### 3. БАЗОВЫЕ ПОНЯТИЯ ВХОДНОГО ЯЗЫКА СИСТЕМЫ MATHCAD

MathCAD обладает специализированным входным языком программирования очень высокого уровня, ориентированным на математические расчеты. Поэтому, рассматривая входной язык системы как язык программирования, мы можем выделить в нем типичные понятия и объекты. К ним относятся идентификаторы, константы, переменные, массивы и другие типы данных, операторы и функции, управляющие структуры и т. д. [1].

#### 3.1. Алфавит MathCAD

Алфавит MathCAD включает:

- строчные и прописные латинские буквы;
- строчные и прописные греческие буквы;
- арабские цифры от 0 до 9;
- системные переменные;
- операторы;
- имена встроенных функций;
- спецзнаки;
- строчные и прописные греческие буквы.

Для ввода греческих букв можно использовать панель наборных знаков **Greek**, включаемую кнопкой  на панели **Math**. Кроме того, в MathCAD предусмотрена возможность набора греческих букв с помощью клавиш. Для этого достаточно набрать соответствующую латинскую букву и нажать комбинацию клавиш [Ctrl + G]. Ниже указаны соответствия латинских и греческих букв:

$\alpha(a)$ ,  $\beta(b)$ ,  $\chi(c)$ ,  $\delta(d)$ ,  $\varepsilon(e)$ ,  $\eta(h)$ ,  $\gamma(g)$ ,  $\lambda(l)$ ,  $\mu(m)$ ,  $\nu(n)$ ,  $\omega(w)$ ,  $\phi(f)$ ,  $\pi(p)$ ,  $\psi(y)$ ,  $\rho(r)$ ,  $\sigma(s)$ ,  $\tau(t)$ ,  $\theta(q)$ ,  $\xi(x)$ ,  $\zeta(z)$ .

#### **Числовые константы.**

*Константы* – поименованные объекты, хранящие некоторые значения, которые не могут быть изменены. В качестве имени числовых кон-

стант используются их числовые значения. В системе MathCAD используются и числовые константы, значениями которых являются числа с разной системой исчисления: десятичные, восьмеричные или шестнадцатеричные.

Числовые константы задаются с помощью арабских цифр, десятичной точки и знака «-» (минус).

Примеры констант:

123 – целочисленная десятичная константа;

12.3 – десятичная константа с дробной частью;

$12.3 \cdot 10^{-5}$  – десятичная константа с мантиссой (12.3) и порядком –5.

Порядок числа вводится умножением мантиссы на 10 в степени, определяющей порядок. Знак умножения «\*» при выводе числа на экран меняется на привычную математическую точку, а операция возведения в степень (с применением спецзнака  $\wedge$ ) отображается путем представления порядка в виде надстрочного элемента. Десятичные числа имеют основание 10. Диапазон их возможных значений лежит в пределах от  $10^{307}$  до  $10^{-307}$ . Восьмеричные числа имеют основание 8, могут иметь значения от 0 до 7 и отмечаются латинской буквой «O». Шестнадцатеричные числа имеют в конце отличительный признак в виде буквы h или H (шестнадцатеричное). Под сокращенным названием этих чисел **HEX** приведены их десятичные значения **DEC** (decimal – десятичное). Если шестнадцатеричное число начинается с буквы (например, ABC0), то система будет путать его с возможным именем переменной. Для устранения потенциальных ошибок такие числа надо начинать с цифры 0 (ноль).

Большинство вычислений система выполняет как с действительными, так и с *комплексными числами*, которые обычно представляются в алгебраическом виде:  $Z = ReZ + i \cdot ImZ$  или  $Z = ReZ + j \cdot ImZ$ . Здесь  $ReZ$  – действительная часть комплексного числа  $Z$ ,  $ImZ$  – его мнимая часть, а символы «i» или «j» обозначают мнимую единицу, т. е. корень квадратный из –1. Такое представление характерно для системы MathCAD. Однако система не всегда знает, какой символ применить для обозначения мнимой единицы. Поэтому перед использованием любых операций с комплексными числами полезно вначале определить «i» или «j» как мнимую единицу (т. е. присвоить им значение квадратного корня из –1).

В MathCAD включены данные строкового типа. *Строковая константа* – это строка, заключенная в кавычки, например: «My friend». В строковую константу могут входить один или несколько символов либо слов.

*Переменные* являются поименованными объектами, имеющими некоторое значение, которое может изменяться по ходу выполнения программы. Имена констант, переменных и иных объектов называют идентификаторами. Тип переменной определяется ее значением; переменные могут быть числовыми, строковыми, символьными и т. д. Идентификаторы в системе MathCAD могут состоять из латинских, русских, греческих и других букв и цифр, знаков подчеркивания ( ), штриха (ˆ), символа процента (%), знака бесконечности ( $\infty$ ), вводимых с клавиатуры. Идентификаторы не могут начинаться с цифры, знака подчеркивания, штриха, символа процента (%), не могут включать в себя пробелы. Символ бесконечности может быть только первым символом в имени.

MathCAD воспринимает заглавные и строчные буквы как различные идентификаторы, то же касается и букв, изображенных различными шрифтами, – это разные имена. Некоторые имена уже используются MathCAD для встроенных констант, единиц измерения, функций. Имена можно переопределить, но это уничтожит их встроенные значения и этими константами, функциями пользоваться будет нельзя. Переменные могут использоваться в математических выражениях, быть аргументами функций или операндами операторов. Переменные могут быть размерными, т. е. характеризоваться не только своим значением, но и указанием физической величины.

*Операторы* представляют собой элементы языка, с помощью которого можно создавать математические выражения. К ним относятся символы арифметических операций, знаки вычисления сумм, произведений, производной и интеграла и т. д. После указания операндов, операторы становятся исполняемыми по программе блоками.

#### *Системные переменные.*

В MathCAD содержится небольшая группа особых объектов, называемая *системными переменными*, имеющими predeterminedенные системой начальные значения (табл. 1).

Таблица 1

Объект	Клавиши	Назначение
$\pi$	Alt+Ctrl+P	Число «пи» (3.14...)
e	E	Основание натурального логарифма (2.71...)
	Ctrl+Z	Системная бесконечность ( $10^{307}$ )
%	%	Процент (0.01)
TOL		Погрешность численных методов (0.001)
ORIGIN		Нижняя граница индексации массивов (0)
PRNCOLWIDTH		Ширина столбцов (в символах) для оператора <b>WRITEPRN</b> (8)
PRNPRECISION		Число десятичных знаков, используемых оператором <b>WRITEPRN</b> (4)
FRAME		Переменная счетчика кадров при работе с анимационными рисунками (0)

Встроенные функции и функции пользователя.

MathCAD содержит свыше 200 встроенных функций, которые возвращают некоторое значение – символьное, числовое, вектор или матрицу.

Кнопка  $f(x)$  на стандартной панели позволяет увидеть список всех встроенных функций. Вставить функцию можно, выделив название функции и нажав клавишу Insert (Вставить). В систему встроены:

- элементарные математические функции (тригонометрические, гиперболические, обратные тригонометрические и гиперболические, показательные и логарифмические, функции комплексного аргумента).
- встроенные специальные математические функции (функции Бесселя, являющимися решениями дифференциального уравнения второго порядка);
- функции с условиями сравнения (выбор наименьшего и наибольшего, определения остатка от деления).

Благодаря встроенным функциям обеспечивается расширение входного языка системы и его адаптация к задачам пользователя.

### 3.2. Математические выражения

Функции могут входить в математические выражения [3].

*Пример:*

$$Y:=2*\ln(x)+1$$

:= оператор присваивания, Y – переменная,

1,2 – числовые константы, ln(x) – встроенная функция,

\*, + – операторы.

MathCAD вычисляет выражения слева направо и сверху вниз.

*Построение выражений и их вычисление.*

Перед началом работы на экране курсор имеет вид крестика. В момент ввода выражения курсор приобретает вид синего уголка, охватывающего вводимое выражение.

Оператор присваивания (:=) вначале лучше выбирать с математической панели **Calculator** (Калькулятор). При наведении стрелки указателя мыши на какую-либо кнопку панели появляется всплывающая подсказка с названием оператора, вызываемого при щелчке на этой кнопке, или указанием клавиши или сочетания клавиш, нажатие которых вызывает то же действие, что и щелчок на кнопке. В дальнейшем оператор присваивания можно набирать с клавиатуры, нажав клавишу «Двоеточие» «:».

Все операции в MathCAD продублированы. Их можно ввести:

- выбрав соответствующий пункт меню;
- нажав соответствующую клавишу (сочетание клавиш) на клавиатуре.

Набрав вычисляемое выражение, нажмите клавишу (=) — появится численный результат (рис. 7) [4].

Указатель в виде крестика может принимать и другие формы

Он становится вертикальной чертой голубого цвета при вводе формулы в области формул или при выборе уже существующей формулы. Перемещать этот голубой курсор можно только с помощью клавиш-стрелок. Если при перемещении красного курсора-крестика войти в область формулы, курсор автоматически принимает форму голубого курсора формул. Кроме курсора формул можно использовать курсор мыши. С его помощью можно только позиционировать курсор формул, как и курсор-крестик, но не перемещать его. При вводе текстовой области (клавиша ["])

курсор-крестик имеет вид вертикальной красной черты. При этом текстовая область окружена черной рамкой.

$$x := 5 \quad y := 3 \quad a := 10$$

$$\int_0^2 x^2 dx = 2.667$$

$$\frac{d}{dx} x^3 = 75$$

$$5 + 3 = 8 \quad x + y = 8$$

$$\frac{x + y}{4} = 2$$

Рис. 7. Оператор присваивания

Пример ввода формулы:

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Введем следующую последовательность символов:

$$f(x) : ((e^x) + (e^{-x})) / 2 [3]$$

Скобки здесь необходимы: они показывают, к чему относится та или иная операция. Если не вводить внутренние скобки, то следующее за  $x$  выражение будет прибавлено к показателю степени. Если же отпустить внешние скобки, то только второе слагаемое будет разделено на два.

Однако в MathCAD предусмотрены более экономичные методы редактирования и ввода. С помощью клавиши «Пробел» можно увеличить область выделения – у голубого курсора появляется горизонтальный след. Отмеченный следом курсора фрагмент формулы подразумевается в скобках.

Введенную выше формулу можно ввести по-другому:

$$f(x) : e^x [\text{Пробел}] + e^{-x} [\text{Пробел}] [\text{Пробел}] [\text{Пробел}] / 2$$

След курсора позволяет снабжать фрагменты формул «мнимыми» скобками таким образом, что последующая математическая операция относится ко всему выражению, отмеченному следом курсора, т. е. заклю-

ченному в «мнимые» скобки. Часто бывает необходимым все-таки заключение в скобки некоторой части введенного выражения. Для этого достаточно выделить (с помощью клавиши [Пробел]) заключаемую в скобки часть выражения и нажать клавишу ['] (апостроф). Обычно курсор со следом при вводе формул имеет вид уголка, направленного вправо (след направлен влево от курсора), предлагая вправо ввести необходимые значения. Если пропущена какая-то часть формулы или необходимо подправить выражение и дописать кое-что, можно воспользоваться клавишей [Ins].

Клавиша [Ins] при вводе формул играет роль переключателя между режимом вставки и ввода. В режиме вставки след курсора направлен вправо, и вводимые символы появляются слева от курсора.

$$25 + \sin(\pi) = 25.$$

$$2 \cdot (25 + \sin(\pi)) = 50.$$

Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем. В качестве оператора присваивания используется знак «:=». Если присваивается начальное значение переменной с помощью оператора :=, то такое присваивание называется локальным. С помощью знака «≡» (три горизонтальные черточки, вводится клавишей [~] (тильда)) можно выполнить глобальное присваивание.

Глобальное присваивание может быть выполнено в любом месте документа и действует на протяжении всего документа.

Для вывода результата или для контроля значений переменных используется обычный знак равенства «=» (если выводится численный результат) или знак символьного равенства “→” (стрелка), если вычисления производятся в символьном виде. Для ввода стрелки можно использовать клавиши [Ctrl+.] или соответствующую кнопку наборной панели **Symbolic**.

#### *Редактирование объектов MathCAD.*

Редактирование введенных выражений производится обычным для всех Windows-приложений способом [4]:

- уголок курсора перемещается по экрану клавишами со стрелками или щелчком левой кнопки мыши в нужном месте экрана;

- для выделения уголком курсора одного символа надо установить синий уголок курсора так, чтобы он охватывал нужный символ слева или справа;

- для расширения выделения на часть выражения или все выражение целиком следует использовать клавиши со стрелками или клавишу пробел. Для выхода из цепкого оператора (это возведение в степень, извлечение корня, знаменатель дроби) предпочтительно пользоваться клавишей пробел. Уголок курсора должен охватывать все выражение или всю его часть, над которой надо выполнить какие-либо действия;

- для выделения части выражения или всего выражения надо щелкнуть мышью в начале или в конце выделяемой части выражения и переместить курсор до другого края выделяемого выражения, не отпуская левую кнопку мыши. Можно использовать и сочетание клавиш Shift+← или Shift+→. Выделенная часть имеет черный фон. Выделение черным фоном в MathCAD используется для вырезания или копирования части выражения, изменения шрифта, а также для выполнения символьных вычислений с частями выражений;

- для выделения объекта или группы объектов (любых: математических, текстовых или графических) надо щелкнуть мышью в свободном месте рабочего документа и растянуть пунктирный прямоугольник выделения так, чтобы он охватил нужные вам объекты. Один объект при этом будет выделен синим уголком курсора, а группа объектов обведена пунктирной рамкой.

Если надо удалить, вырезать или скопировать в буфер обмена выделенную часть выражения, выделенный объект целиком или группу выделенных объектов, следует выполнить следующие действия:

- для удаления нажать кнопку Delete или Backspace (←);

- для вырезания в буфер обмена нажать кнопку Cut (Вырезать) с изображением ножниц на стандартной панели MathCAD. При нажатии кнопки Cut объект из рабочего документа переносится в буфер обмена;

- для копирования в буфер обмена используется кнопка Copy (Копировать). При нажатии кнопки Copy объект остается в рабочем документе и копируется в буфер обмена;

- для вставки объекта из буфера обмена установите крестообразный курсор в то место, куда надо вставить содержимое буфера обмена, и нажмите кнопку Paste (Вставить) на стандартной панели MathCAD.

Эти операции можно выполнить с помощью клавиатуры:

- Вырезать Cut – Ctrl+x;
- Копировать Copy – Ctrl+c;
- Вставить Paste – Ctrl+v;
- Отмена предыдущего действия Undo – Ctrl+z.

Как и во всех Windows-приложениях, выделенный объект, выделенную группу объектов можно перетащить или скопировать с помощью мыши. Для этого следует:

- 1) подвести мышь к выделенному объекту или группе объектов, чтобы появилась черная ладошка;
- 2) при нажатой левой кнопке мыши перетащить курсор в то место, куда надо переместить объекты;
- 3) при копировании перетащить курсор в нужное место при нажатой левой кнопки мыши и клавиши Ctrl.

На рис. 8 представлены примеры задания встроенных констант и функции.

числовые константы

$$e = 2.718 \quad \pi = 3.142 \quad \infty$$

$$\int_0^{\infty} 2^{-x} dx = 1.443$$

$$\frac{\pi \cdot e^2}{4} = 5.803$$

$$\ln(e^2) = 2$$

стандартные функции

$$x := 5 \quad a := 10$$

$$\ln(e^2) = 2 \quad \log(x) = 0.699$$

$$\exp\left(\frac{a}{\pi}\right) = 24.121$$

$$\sinh\left(\frac{a}{e}\right) = 19.787$$

$$\sin\left(\frac{\pi \cdot e^2}{4}\right) = -0.462$$

$$\tan(a) = 0.648 \quad \cot(a) = 1.542$$

$$\operatorname{atan}(a) = 1.471$$

Рис. 8. Примеры использования встроенных констант и функций

### 3.3. Функции пользователя

Удобство и эффективность расчетов в MathCAD прежде всего определяется возможностью и легкостью создания функций пользователя [1]. Это важно при многократном использовании одного и того же выражения.

Вид функции пользователя:

**Name\_Func** (*arg1*, *arg2*, ..., *argN*) := **Выражение** – это описание функции пользователя.

Здесь **Name\_Func** – имя функции; **arg1**, ..., **argN** – аргументы функции; **Выражение** – любое выражение, содержащее доступные системе операторы и функции с операндами и аргументами, указанными в списке параметров. Переменные величины, входящие в правую часть, должны быть записаны в параметры после имени функции. Все величины из правой части, не входящие в параметры левой части, должны быть заданы численно левее и выше функции пользователя. В противном случае MathCAD указывает на ошибку, окрашивая незаданную величину в красный цвет. При выделении функции щелчком мыши появляется текст сообщения об ошибке **This variable is not defined above** (Эта переменная не определена ранее).

Примеры задания функций пользователя представлены на рис. 9.

$$\begin{aligned}x &:= 3 \quad a := 0.4 \\ f(z) &:= \sin(xz^a) \\ f1(z) &:= \int_0^z f(z) dz \\ f2(z) &:= \frac{d}{dz} f(z) \\ f3(z) &:= \frac{d^3}{dz^3} f(z)\end{aligned}$$

Рис. 9. Функции пользователя

Для вычисления функции надо задать численные значения всех параметров в имени функции, набрать имя функции и нажать клавишу «= $\Rightarrow$ » или щелкнуть мышью по кнопке «= $\Rightarrow$ » на стандартной панели MathCAD либо в математическом меню на панели Calculator Toolbar (Калькулятор).

### 3.4. Условия в MathCAD

Используемые в расчетах функции не всегда бывают непрерывными. Часто при разных значениях аргумента функция описывается различными выражениями. Бывают функции ступенчатые или с разрывами. В этих случаях при вычислении производных или интегралов приходится их брать по частям. Условный оператор позволяет записать такие функции в виде одного выражения, что упрощает расчеты и украшает вид MathCAD-документа.

Функция условных выражений **if** [4]:

**if** (Условие, Выражение1, Выражение2)

Если в этой функции условие выполняется, то будет вычисляться выражение1, в противном случае выражение2.

В MathCAD существуют три различных способа ввода условий:

- 1) с помощью функции условия **if**;
- 2) с помощью оператора **if** с панели программирования;
- 3) с использованием булевых операторов.

Для использования функции условия **if**:

- записать имя выражения и оператор присваивания ( $:=$ );
- на стандартной панели нажать кнопку  $f(x)$  и в списке встроенных функций;
- выбрать **if**, после чего нажать кнопку Insert (Вставить). Появится шаблон функции **if** с тремя местами ввода;
- заполнить места ввода.

Обращение к функции: **if** *cond*  $x$ ,  $y$ , где – условие типа *cond*  $x$  и  $y$  – значения, возвращаемые функцией. Если условие выполняется, то выражению присваивается значение  $x$ , если не выполняется, то значение  $y$ .

### 3.5. Ввод текста

Для ввода текста в документ можно в главном меню выбрать команду Insert|Text Region (Вставить|Текстовую область), но лучше ввести с клавиатуры символ " (кавычка). При вводе текстовой области (клавиша ["]) курсор-крестик имеет вид вертикальной красной черты. При этом текстовая область окружена черной рамкой. В текстовую область можно вставить математическую область. Для этого в главном меню MathCAD следует выбрать команду Insert |Math. Region (Вставить|Математическую область). Вставленная математическая область участвует в вычислениях наравне с другими математическими выражениями. При необходимости вставленную математическую область можно отключить. Для этого щелкнуть правой кнопкой мыши на вставленном выражении и в открывшемся контекстном меню выбрать команду Disable Evaluation (Отключить вычисление). Если нажать клавишу пробел, то MathCAD преобразует формулу в текст. Преобразование в обратном направлении невозможно. Шрифты MathCAD плохо воспринимают кириллицу. Так, привычный в Word шрифт Times New Roman кириллицу не принимает. С кириллицей работают шрифты System и Ms Sans Serif. Текстовой области в MathCAD присвоен стиль Normal. Для настройки стиля выбрать команду из меню Style|Normal|Modify|Font (Стиль|Обычный|Изменить|Шрифт) [4].

### 3.6. Ранжированные переменные

Ранжированные переменные – особый класс переменных, который в системе MathCAD зачастую заменяет управляющие структуры, называемые циклами. Эти переменные имеют ряд фиксированных значений, с определенным шагом меняющихся от начального значения до конечного [3].

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение: **Name := Nbegin, (Nbegin + Step)..Nend**

**Name** – имя переменной, **Nbegin** – ее начальное значение, **Nend** – конечное значение, «..**»** – символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком точки с запятой «;»), **Step** – заданный шаг переменной. Если шаг не указан, то если **Nbegin < Nend**, то шаг изменения переменной будет +1, в противном случае - (-1). При этом

выражение для ранжированной переменной будет иметь вид:  
**Name:=Nbegin .. Nend** (рис. 10).

R1 := 1, 1.5 .. 2	R2 := 3, 2.5 .. 2	a := -1 .. 3	b := 3 .. -1	c := 1, 7 .. 5																				
R1 =	R2 =	a =	b =	c =																				
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1,5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td></tr> </table>	1	1,5	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2,5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td></tr> </table>	3	2,5	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">-1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td></tr> </table>	-1	0	1	2	3	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-1</td></tr> </table>	3	2	1	0	-1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">1,7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2,7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3,7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4,7</td></tr> </table>	1,7	2,7	3,7	4,7
1																								
1,5																								
2																								
3																								
2,5																								
2																								
-1																								
0																								
1																								
2																								
3																								
3																								
2																								
1																								
0																								
-1																								
1,7																								
2,7																								
3,7																								
4,7																								

Рис. 10. Ранжированные переменные

Ранжированные переменные широко применяются для представления числовых значений функций в виде таблиц, а также для построения их графиков. Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода. Полезно учитывать некоторые свойства таблиц вывода:

- число строк в таблице вывода не может быть больше 50;
- числа в таблицах можно задавать в требуемом формате с помощью операций задания формата чисел;
- при использовании в таблице единиц размерности все данные таблицы будут содержать единицы размерности.

В таблицу вывода можно вставлять числовые значения и корректировать их.

### 3.7. Массивы (векторы, матрицы)

#### 3.7.1. Создание векторов и матриц

Важным типом данных в системе MathCAD являются массивы [3]. Массив – имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных заданным образом и имеющих определенные адреса. В системе MathCAD используются массивы двух типов: одномерные (векторы) и двумерные (матрицы).

Чтобы определить вектор или матрицу, следует:

- 1) записать имя матрицы, ввести оператор присваивания ( $:=$ );
- 2) в математическом меню выбрать кнопку с изображением матрицы.

Для ввода векторов и матриц можно использовать кнопку  панели наборных математических элементов **Matrix**, которая, в свою очередь, включается нажатием соответствующей кнопки на панели **Math**, можно использовать сочетание клавиш **[Ctrl+M]**. Откроется диалоговое окно, в котором надо ввести число строк и число столбцов матрицы и нажать кнопку ОК. На экране появится шаблон матрицы. Каждое место ввода в шаблоне заполнить числами или буквенными выражениями. Матрица готова. С помощью шаблона можно ввести матрицу, содержащую не более 100 элементов.

#### *Индексация элементов массивов.*

Порядковый номер элемента, который является его адресом, называется индексом. Нижняя граница индексации задается значением системной переменной **ORIGIN**, которая может принимать значение 0 или 1 (рис. 11). Для смены начала индексации можно прямо в документе присвоить переменной **ORIGIN** соответствующее значение или сделать это через позицию **Math** главного меню, подменю **Options**, используя вкладку **Build-In Variables** (встроенные переменные). Для набора нижнего индекса можно открыть панель **Vector and Matrix Toolbar** нажатием соответствующей кнопки математической панели, после чего щелкнуть кнопку  $X_n$  (Subscript), но лучше использовать клавишу « $[$ » (открывающая квадратная скобка), так как при работе с матрицами ставить нижний индекс приходится очень часто.

$$\begin{array}{l} \text{ORIGIN} := 1 \\ \mathbf{i} = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} h_i := i^2 \\ \mathbf{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} \end{array}$$

Рис. 11. Индексация элементов массива

Массив можно определить вручную, поэлементно:

$$m := \begin{pmatrix} . & . \\ . & . \end{pmatrix} \quad m := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Заполнение массивов может быть организовано с помощью ранжированных переменных и функций пользователя (рис. 12).

$$\begin{aligned} & i:=1..2 \quad j:=1..4 \\ x_i & := i + 0.5 & y_j & := \frac{j}{2} \\ f(x, y) & := x \cdot y & & \\ f_{m_{i,j}} & := f(x_i, y_j) & fm & = \begin{pmatrix} 0.75 & 1.5 & 2.25 & 3 \\ 1.25 & 2.5 & 3.75 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Рис. 12. Заполнение массива с помощью ранжированных переменных

MathCAD позволяет выполнять с матрицами основные арифметические действия: сложение, вычитание, умножение, а также операции транспонирования, обращения, вычисления определителя матрицы, нахождения собственных чисел и собственных векторов и т. д. При работе с матрицами необходимо внимательно следить за размерами матриц. При появлении сообщения о несоответствии размеров матриц написать в строке имя матрицы и нажать клавишу =. Если размер матрицы отличается от того, который вводили, обнулить матрицу перед очередным оператором присваивания, написав, например,  $A:=0$ .

### 3.7.2. Основные операции над матрицами и векторами

Примеры численного и символьного выполнения этих операций приведены ниже:

$$B := \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 \\ 8 & 7 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B + D = \begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 13 & 13 & 8 \\ 13 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix} \quad B - D = \begin{pmatrix} -7 & -5 & -3 \\ -5 & -3 & -6 \\ -3 & -6 & -4 \\ -6 & -4 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot D^T = \begin{pmatrix} 106 & 94 & 82 & 70 & 58 \\ 93 & 83 & 73 & 63 & 53 \\ 75 & 67 & 59 & 51 & 43 \\ 52 & 46 & 40 & 34 & 28 \\ 79 & 70 & 61 & 52 & 43 \end{pmatrix} \quad B^T \cdot D = \begin{pmatrix} 125 & 110 & 95 \\ 125 & 110 & 95 \\ 120 & 105 & 90 \end{pmatrix}$$

Операции с выделенными матрицами (рис. 13) представлены позицией подменю **Matrix** (Матричные операции), которая имеет свое подменю со следующими операциями: **Transpose** (Транспонировать) – получить транспонированную матрицу;

**Invert** (Обратить) – создать обратную матрицу;

**Determinant** (Определитель) – вычислить детерминант (определитель) матрицы

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{msgMapleTranspose} \quad \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{msgMapleInverse} \quad \frac{1}{(a \cdot d - b \cdot c)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{msgMapleDet} \quad a \cdot d - b \cdot c$$

Рис. 13. Операции с выделенными матрицами

*Пример:*

$$M := \begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 8 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 9 & 3 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица  $M^{-1}$ , транспонированная матрица  $M^T$ , определитель  $|M|$  вычисляются с помощью соответствующих инструментов на панели **Matrix**:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0,026 & 0,071 & 0,179 & -0,173 \\ -0,026 & -0,321 & -0,179 & 0,423 \\ -0,154 & 0,327 & -0,077 & 0,288 \\ 0,218 & -0,026 & 0,026 & -0,346 \end{pmatrix};$$

$$M^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 9 & 5 \\ 6 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ 8 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

Determinant (Вычислить определитель матрицы)

$$|M| = -312$$

Ранг матрицы.  $rank(M) = 4$ .

Размер матрицы может быть вычислен следующим образом:

Число строк:  $rows(M) = 4$ .

Число столбцов:  $cols(M) = 4$ .

Слияние матриц.

$$B := \begin{pmatrix} 6 & 8 & 1 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 5 & 0 & 3 \\ 5 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Слияние матриц выполняется слева направо:

$$\text{augment}(C, B) = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 & 6 & 8 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Слияние матриц сверху вниз:

$$\text{stack}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 5 & 0 & 3 \\ 5 & 7 & 8 \\ 6 & 8 & 1 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Выделение отдельных элементов, строк, столбцов матрицы.

При выполнении операций нужно учитывать, что строки и столбцы нумеруются, начиная с нуля:

$$A_{0,1} = 4 \quad A_{1,1} = 0$$

$$A^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (A^T)^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Для выделения подматрицы используется функция  $submatrix(A, ir, jr, ic, jc)$ , которая возвращает часть матрицы  $A$ , находящуюся между строками  $ir, jr$  и столбцами  $ic, jc$  включительно.

$$submatrix(A, 0, 1, 0, 1) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

*Действия над векторами.*

Модуль вектора вычисляется с помощью инструмента  $|x|$ , расположенного на панели *Калькулятор* (не путать с аналогичным обозначением на панели *Matrix*, предназначенном для вычисления определителя матрицы).

*Пример:*

$$r := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad r1 := \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$|r| = 3.74165739$$

Размерность вектора:

$$length(r) = 3$$

Скалярное и векторное произведение:

$$r \times r1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$r \cdot r1 = 17$$

$$V := \begin{pmatrix} 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} \quad V \cdot V^T = \begin{pmatrix} 144 & 132 & 120 & 108 & 96 \\ 132 & 121 & 110 & 99 & 88 \\ 120 & 110 & 100 & 90 & 80 \\ 108 & 99 & 90 & 81 & 72 \\ 96 & 88 & 80 & 72 & 64 \end{pmatrix}$$

$$v^T \cdot v = 510 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 2 \ 3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$|v \cdot v^T| = 0$$

$$(1 \ 2 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 14$$

### 3.8. Настройка параметров вычислений

Для настройки параметров вычислений необходимо выбрать команду **Options** (Параметры) меню **Math** (Математика) [3]. При этом на экране появится диалоговое окно (Свойства), содержащее следующие вкладки (рис. 14):

- **Built-In Variables** (Встроенные переменные) – позволяет установить значения встроенных системных переменных, влияющих на точность вычислений и параметры некоторых функций системы;

- **Calculation** (Вычисление) – эта вкладка содержит две опции, задающие режим автоматических вычислений и оптимизации выражений перед вычислением;

- **Display** (Отображение) – позволяет форматировать вид символов, отображающих основные операторы системы (умножение, деление, локальное и глобальное присваивание и др.);

- **Unit System** (Система единиц) – позволяет выбрать систему единиц для размерных величин: SI, MKS, CGS, Us и None (не используется ни одна из этих систем);

- **Dimensions** (Размерность) – позволяет изменить формат размерных величин (на вкладке содержится их перечень). Для этого надо «включить» опцию **Display**;

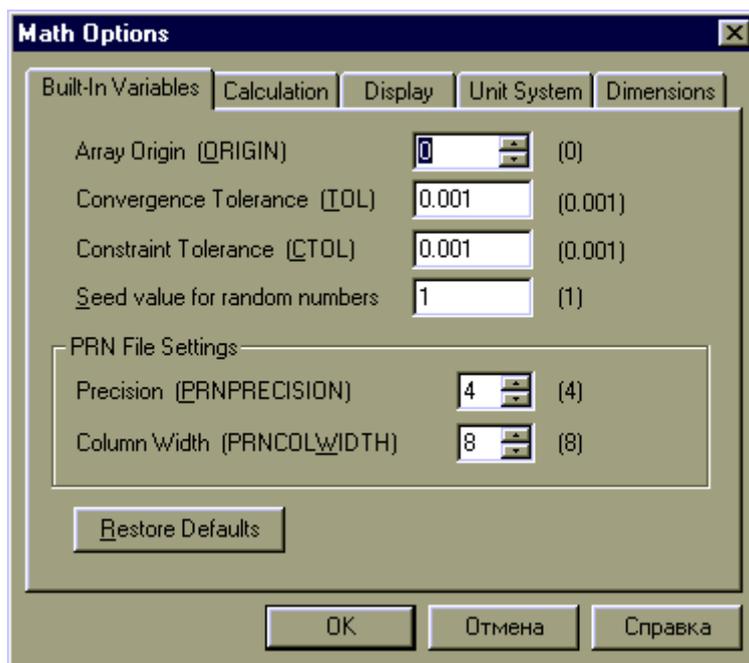


Рис. 14. Параметры Math

- **Array Origin (ORIGIN)** – начальное значение для индексов. Например, трехмерный вектор  $\mathbf{v}$  при **ORIGIN=0** (по умолчанию) имеет компоненты  $v_0, v_1, v_2$ ;

- **Convergence Tolerance (TOL)** – допустимое отклонение. MathCAD использует эту переменную при различных численных расчетах, таких, как вычисление определенных интегралов и при решении уравнений с использованием функций **root** и **polyroots**. По умолчанию **TOL=10<sup>-3</sup>**;

- **Constraint Tolerance (CTOL)** – задает точность вычислений при использовании блока решений уравнений и систем. Блок начинается со слова **Given** и заканчивается словами **Find**, **Minerr** и др. По умолчанию **CTOL=10<sup>-3</sup>** **Seed value for random numbers** – определяет интервал от **0** до указанного в поле значения, из которого функция **rnd(x)** генерирует  $x$  случайных чисел. Возможность менять этот интервал позволяет получать разные последовательности случайных чисел.

- **Precision (PRNPRECISION)** – задает точность числовых значений, которые помещаются в файл, создаваемый функцией **WRITEPRN**;

- **Column Width (PRNCOLWIDTH)** – задает ширину столбца (в символах) при создании файлов с помощью функции **WRITEPRN**;

- Кнопка **Restore Defaults** (Восстановить по умолчанию) позволяет вернуть стандартно установленные в системе MathCAD параметры вычислений (те, что установлены по умолчанию), если внесенные вами изменения в системные переменные вас не устраивают. Значения переменных по умолчанию указаны справа от полей, предназначенных для ввода.

### 3.9. Форматирование результатов вычислений

MathCAD вычисляет все выражения с точностью 20 знаков, но выводит на экран не все значащие цифры.

Установив указатель мыши на нужном численном результате расчета, сделайте двойной щелчок левой кнопкой мыши. Откроется окно форматирования чисел Result Format (Формат результата), открытый на пункте Number Format (Формат чисел). В этом окне можно выбрать следующие форматы (рис. 15):

- General (Основной) – принят по умолчанию. Числа отображаются с порядком. Число знаков перед запятой определяется Exponential threshold (Порог экспоненты);

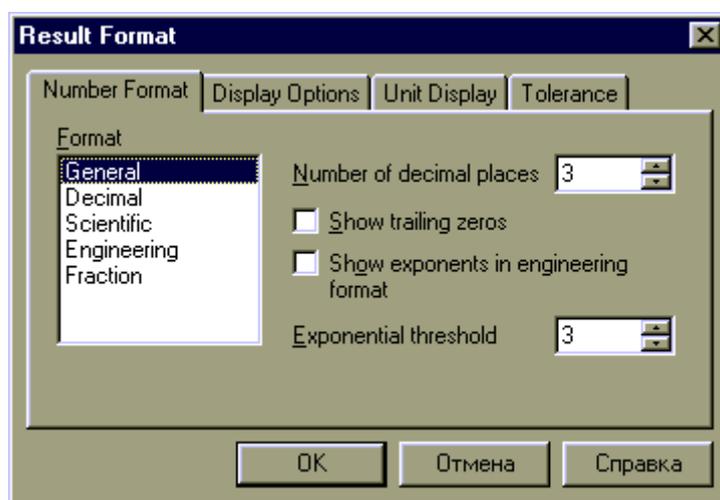


Рис. 15. Форматы вычислений

- Decimal (Десятичный) – десятичное представление чисел с плавающей запятой: 12.2564;

- Scientific (Научный) – числа отображаются только с порядком:  $1.22 \cdot 10^5$ ;

- Engineering (Инженерный) – числа отображаются только с порядком, кратным 3:  $1.22 \cdot 10^6$ ;

- Fraction (Дробный) – в виде правильной или неправильной дроби.

В дробном формате можно выбрать уровень точности (Level of accuracy) и смешанные числа (Use fixed number).

Кроме вида формата можно изменять число знаков после запятой (Number of decimal places), порядковый порог (Exponential threshold). При превышении порога число отображается с порядком. Примеры вывода чисел в различных форматах приведены на рис. 16. MathCAD автоматически округляет числа до нуля, если они меньше установленного порога [4].

Форматы чисел:

$$a := e^{10}$$

General  $a = 2.203 \times 10^4$

Decimal  $a = 22026.466$

Scientific  $a = 2.203 \times 10^4$

Engineering  $a = 22.026E+003$   $a = 22.026 \times 10^3$

Fraction  $a \frac{15705641038}{713035}$

Вывод значений функций с использованием дискретной переменной выполнен для функций пользователя, представленных на рис. 9.

Формат чисел

$z := 1 .. 5$  decimal Scientific Engineering

$z =$	$f(z) =$	$f1(z) =$	$f2(z) =$
1	0.141	$6.692 \cdot 10^{-1}$	$-1.188 \cdot 10^0$
2	-0.729	$3.201 \cdot 10^{-1}$	$-541.892 \cdot 10^{-3}$
3	-0.998	$-5.858 \cdot 10^{-1}$	$-35.271 \cdot 10^{-3}$
4	-0.872	$-1.545 \cdot 10^0$	$255.407 \cdot 10^{-3}$
5	-0.542	$-2.263 \cdot 10^0$	$384.096 \cdot 10^{-3}$

Рис. 16. Примеры форматирования результата численного расчета

Выбранные установки могут быть применены только для выделенного числа или применены по умолчанию ко всем числам данного документа (выберите пункт Set as default – применить по умолчанию).

## 4. СИМВОЛИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATHCAD

Системы компьютерной алгебры снабжаются специальным процессором для выполнения аналитических (символьных) вычислений. Ядро символьного процессора системы MathCAD – упрощенный вариант ядра известной системы символьной математики Maple V фирмы Waterloo Maple Software [3]. Символьные вычисления в MathCAD могут быть реализованы тремя способами:

- 1) с использованием команд подменю позиции **Symbolics** (Символика) главного меню;
- 2) с использованием команд панели **Symbolic**, включаемой кнопкой  на математической панели инструментов;
- 3) с использованием команды **Optimization** позиции главного меню **Math**.

### 4.1. Команды меню Symbolics

Команды меню Symbolics (рис. 17) включают:

- операции с выделенными выражениями;
- операции с выделенными переменными;
- операции с выделенными матрицами;
- операции преобразования;
- стиль эволюции.

Чтобы символьные операции выполнялись, процессору необходимо указать, над каким выражением эти операции должны выполняться, т. е. надо выделить выражение. Для ряда операций следует не только указать выражение, к которому они относятся, но и наметить переменную, относительно которой выполняется та или иная символьная операция.

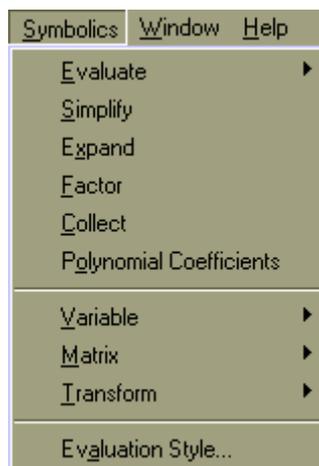


Рис. 17. Команды меню Symbolics

Символьные операции разбиты на четыре характерных раздела. Первыми идут наиболее часто используемые операции. Они могут выполняться с выражениями, содержащими комплексные числа или имеющими решения в комплексном виде.

## 4.2. Операции с выделенными выражениями

**Evaluate** (Вычислить – преобразовать выражение с выбором вида преобразований из подменю:

- **Evaluate Symbolically [Shift+F9]** (Вычислить в символах) – выполнить символьное вычисление выражения;
- **Point Evaluation..** (С плавающей точкой) – выполнить арифметические операции в выражении с результатом в форме числа с плавающей точкой;
- **Complex Evaluation** (В комплексном виде) – выполнить преобразование с представлением в комплексном виде.

Операция Evaluate Symbolically позволяет в символьном виде вычислять суммы (и произведения) рядов, производные и неопределенные интегралы, выполнять символьные и численные операции с матрицами (рис. 18) [3].

$$\sum n^2 \quad \frac{1}{3} \cdot n^3 - \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \tan(x) \quad 2 \cdot \tan(x) \cdot (1 + \tan(x)^2)$$

$$\int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt \quad \text{Si}(x)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x + 2 \cdot y & y + 2 \cdot x \\ 3 \cdot x + 4 \cdot y & 3 \cdot y + 4 \cdot x \end{pmatrix}$$

Рис. 18. Примеры действий операций Evaluate Symbolically

**Simplify** (Упростить) – упростить выделенное выражение с выполнением таких операций, как сокращение подобных слагаемых, приведение к общему знаменателю, использование основных тригонометрических тождеств и т. д. Эта операция позволяет упрощать математические выражения, содержащие алгебраические и тригонометрические функции, а также выражения со степенными многочленами (полиномами).

**Expand** (Разложить по степеням) – раскрыть выражение [например, для  $(X + Y) \cdot (X - Y)$  получаем  $X^2 - Y^2$ ]. При преобразовании выражений операция **Expand Expression** старается более простые функции представить через более сложные, свести алгебраические выражения, представленные в сжатом виде, к выражениям в развернутом виде и т. д.

**Factor** (Разложить на множители) – разложить число или выражение на множители [при  $X^2 - Y^2$  получим  $(X + Y) \cdot (X - Y)$ ].

**Collect** (Разложить по подвыражению) – собрать слагаемые, подобные выделенному выражению, которое может быть отдельной переменной или функцией со своим аргументом (результатом будет выражение, полиномиальное относительно выбранного выражения) используется для факторизации – разложения выражений или чисел на простые множители. Она способствует выявлению математической сущности выражений; обеспечивает замену указанного выражения выражением, скомплектованным по базису указанной переменной, если такое представление возможно.

**Polynomial Coefficients** (Полиномиальные коэффициенты) – найти коэффициенты полинома по заданной переменной, приближающего выражение, в котором эта переменная использована. Операция применяется, если заданное выражение – полином (степенной многочлен) или может быть представлено таковым относительно выделенной переменной. Результатом операции является вектор с коэффициентами полинома.

### 4.3. Операции с выделенными переменными

Следующая группа символьных операций выполняется с выражениями, требующими указания переменной, по отношению к которой выполняется операция. Для этого достаточно установить на переменной курсор ввода. Само выражение при этом не указывается отдельно, поскольку указание в нем на переменную является одновременно и указанием на само выражение. Если выражение содержит другие переменные, то они рассматриваются как константы.

**Solve** (Решить относительно переменной) найти значения выделенной переменной, при которых содержащее ее выражение становится равным нулю (решить уравнение или неравенство относительно выделенной переменной) (рис. 19) [3].

$$\begin{array}{l}
 a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot (-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) \\ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot (-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) \end{array} \right] \\
 \\
 x^4 + 9 \cdot x^3 + 31 \cdot x^2 + 59x + 60 \quad \left( \begin{array}{l} -4 \\ -3 \\ -1 + 2i \\ -1 - 2i \end{array} \right) \\
 \\
 \text{Solve}
 \end{array}$$

Рис. 19. Примеры решения квадратного уравнения и нахождения комплексных корней полинома четвертой степени

**Substitute** (Заменить переменную) – заменить указанную переменную содержимым буфера обмена (рис. 20).

$$\begin{array}{l}
 y-a \text{ в буфер обмена} \\
 x^3 + 2 \cdot x^2 + 1 \quad (y-a)^3 + 2 \cdot (y-a)^2 + 1 \\
 2 \text{ в буфер обмена} \\
 x^3 + 2 \cdot x^2 + 1 \quad 17
 \end{array}$$

Рис. 20. Подстановка и замена переменных с помощью буфера обмена

**Differentiate** (Дифференцировать переменную) – дифференцировать все выражение, содержащее выделенную переменную, по отношению к этой переменной (остальные переменные рассматриваются как константы) (рис. 21).

$$\sin(x)^{\cos(x)} \quad \sin(x)^{\cos(x)} \cdot \left( -\sin(x) \cdot \ln(\sin(x)) + \frac{\cos(x)^2}{\sin(x)} \right)$$

Рис. 21. Операции дифференцирования по переменной

**Integrate** (Интегрировать по переменной) – интегрировать все выражение, содержащее выделенную переменную, по этой переменной (рис. 22).

$$\sin(x)^{\cos(x)} \cdot \left( -\sin(x) \cdot \ln(\sin(x)) + \frac{\cos(x)^2}{\sin(x)} \right) \quad \sin(x)^{\cos(x)}$$

Рис. 22. Операция интегрирования по переменной

**Expand to Series...** (Разложить в ряд) – найти несколько членов разложения выражения в ряд Тейлора относительно выделенной переменной (рис. 23).

$$e^z = 1 + 1 \cdot z + \frac{1}{2} \cdot z^2 + \frac{1}{6} \cdot z^3 + \frac{1}{24} \cdot z^4 + \frac{1}{120} \cdot z^5 + O(z^6)$$

$$\frac{\sin(x)}{x} = 1 - \frac{1}{6} \cdot x^2 + \frac{1}{120} \cdot x^4 + O(x^5)$$

Рис. 23. Пример разложения функции **sin(x)/x**. Минимальная погрешность получается при малых **x**

**Convert to Partial Fraction** (Разложить на элементарные дроби) – разложить на элементарные дроби выражение, которое рассматривается как рациональная дробь относительно выделенной переменной (рис. 24).

$$\frac{x+a}{x+x^2+b \cdot x} = \frac{a}{[(1+b) \cdot x]} + \frac{(-b-1+a)}{[(1+b) \cdot (1+x+b)]}$$

$$\frac{x^2-5}{x \cdot (x-1)^4} = \frac{-5}{x} - \frac{4}{(x-1)^4} + \frac{6}{(x-1)^3} - \frac{5}{(x-1)^2} + \frac{5}{(x-1)}$$

Рис. 24. Пример разложения выражения на элементарные дроби

#### 4.4. Операции преобразования

Позиция **Symbol** – раздел операций преобразования, создающий подменю со следующими возможностями:

**Fourier Transform** (Преобразование Фурье) – выполнить прямое преобразование Фурье относительно выделенной переменной;

**Inverse Fourier Transform** (Обратное преобразование Фурье) – выполнить обратное преобразование Фурье относительно выделенной переменной;

**Laplace Transform** (Преобразование Лапласа) – выполнить прямое преобразование Лапласа относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной  $s$ );

**Inverse Laplace Transform** (Обратное преобразование Лапласа) – выполнить обратное преобразование Лапласа относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной  $t$ );

**Z Transform** (Z-преобразование) – выполнить прямое Z-преобразование выражения относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной  $z$ );

**Inverse Z Transform** (Обратное Z-преобразование) – выполнить обратное Z-преобразование относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной  $n$ ).

На рис. 25 представлены по строкам соответственно преобразования Фурье, Лапласа и Z-преобразования, а по столбцам – исходная функция, ее интегральное преобразование и обратное преобразование (выражения, стоящего во втором столбце).

$a \cdot t$	$2i \cdot \pi \cdot a \cdot \text{Dirac}(1, \omega)$	$a \cdot t$
$1 - e^{-\frac{t}{r}}$	$\frac{1}{[s \cdot (s \cdot r + 1)]}$	$1 - \exp\left(\frac{-t}{r}\right)$
$a \cdot t$	$a \cdot \frac{z}{(z-1)^2}$	$a \cdot n$

Рис. 25. Примеры преобразования Фурье, Лапласа и Z-преобразования

### 4.5. Стиль эволюции

В меню Symbolics находится команда Evaluation Style..., при выполнении которой на экран выводится диалоговое окно (рис. 26), позволяющее установить вид вывода результатов при работе с символьным процессором MathCAD.

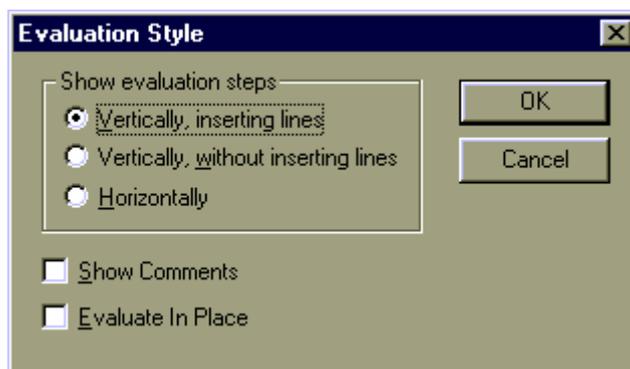


Рис. 26. Диалоговое окно установки вида результатов при работе с символьным процессором

В группе переключателей *Show evaluation steps* (Стиль эволюции) можно задать вывод результата символьной операции под основным выражением (со вставкой между исходным выражением и результатом пустой строки и без нее) или рядом с ним. Кроме того, можно установить опции *Show Comments* для вставки комментариев и задать вывод результирующего выражения вместо исходного *Evaluate in Place* [3].

#### 4.6. Палитра символьных преобразований **SmartMath**

Система **SmartMath** является средством оптимизации вычислений. При запущенной системе **SmartMath** процессор численных операций, приступая к вычислению формульного блока, запрашивает символьный процессор о том, может ли тот произвести упрощение или иное преобразование исходной формулы. Если это возможно, то вычисления производятся уже по упрощенной формуле. Кроме оптимизации вычислений второе важное назначение системы **SmartMath** заключается в визуализации символьных вычислений и преобразований. Система **SmartMath** более полно использует ядро символьных операций, чем символьные вычисления из подменю позиции **Symbolics** главного меню, и снимает некоторые ограничения на их выполнение. Например, возможно использование в преобразуемых выражениях функций пользователя. Еще важнее то, что результаты символьных преобразований, выполняемых системой **SmartMath**, автоматически меняются при изменении исходных символьных

данных. Система **SmartMath** является частью программных средств MathCAD, реализующих линейные программы символьных вычислений. Для визуализации результатов символьных преобразований был введен специальный символ — удлиненная горизонтальная стрелка « $\longrightarrow$ ». Ее можно вызвать нажатием клавиш **Ctrl+** (точка) или вызовом из палитры математических символов (для ввода отношений и символьных операций). Шаблон этого знака имеет вид:  $\blacksquare \longrightarrow$ , где на месте черного прямоугольника вводится подвергаемое символьному преобразованию исходное выражение.

Указанный символ можно рассматривать как простой оператор символьного вывода. Если задать исходное выражение и вывести курсор из формульного блока с ним, то система помещает результат его символьных преобразований после стрелки (оператора символьного вывода). Это и есть первый этап работы с системой **SmartMath**. Расширенный оператор символьного вывода задается нажатием клавиш **Ctrl+Shift+** (точка) или выбором из палитры символьных операций. Этот оператор имеет вид:  $\blacksquare \blacksquare \longrightarrow$ . В первый шаблон-прямоугольник вводится исходное выражение, а во второй — директивы символьных преобразований. Задаются эти директивы или вводом соответствующих ключевых слов, или из палитры символьных операций. Кроме того, в один такой оператор можно ввести другой для того, чтобы получить составной расширенный оператор символьного вывода и место для записи нескольких директив. Это позволяет намечать заданный путь символьных преобразований. При необходимости выполняемую операцию можно изменить с помощью ряда ключевых слов, помещенных на панели **Symbolic**, которая вызывается кнопкой  с панели инструментов **Math**.

## 4.7. Решение уравнений

MathCAD дает возможность решить любое алгебраическое, а также многие дифференциальные и интегральные уравнения.

Для *символьного решения* уравнения надо:

- набрать решаемое уравнение и синим уголком курсора выделить переменную, относительно которой нужно решить уравнение;

- в главном меню выбрать команду Symbolics|Variable|Solve (Символьные вычисления|Переменная|Решить) (рис. 27).

$$x^2 + 6 \cdot x + 8 = 0$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Решение с помощью меню

$$x^2 + 6 \cdot x + 8 = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Символьные вычисления с применением

символьного знака равенства

Рис. 27. Символьное решение уравнения с помощью solve

Символьные вычисления с применением символьного знака равенства выполняются при нажатии кнопки со словом solve в панели символьных преобразований после ввода выражения. В шаблоне, появившемся после вставки ключевого слова, необходимо указать переменную, относительно которой решается уравнение (рис. 27).

В MathCAD есть возможность символьного решения уравнений, с использованием функции root () (рис. 28).

$$g(x) := x^3 + e^x \quad x := 0$$

$$x0 := \text{root}(g(x), x) \quad x0 = -0.773$$

$$xx := \text{root}[(x^3 + e^x), x] \quad xx = -0.773$$

Рис. 28. Символьное решение уравнения с помощью функции root

Функция root решает уравнения итерационным методом секущих, и поэтому требует перед собой задания начальных значений. Кроме того, функция root, производя вычисления методом спуска, вычисляет и выводит только один корень, ближайший к начальному приближению.

Перед решением уравнения желательно построить график функции  $f(x)$ . На графике видно, пересекает ли кривая  $f(x)$  нулевую линию, т. е.

имеет ли действительные корни. Если есть точки пересечения кривой с осью, то надо выбирать начальное приближение поближе к значению корня. Если корней несколько, для нахождения каждого корня надо задавать свое начальное приближение.

#### 4.8. Решение системы линейных уравнений

1. Для численного решения линейных систем уравнений в MathCAD имеется специальная функция: **Isolve(A,B)** (рис. 29). Она решает систему линейных алгебраических уравнений вида  $\mathbf{A} \times \mathbf{X} = \mathbf{B}$ , решение – вектор  $\mathbf{X}$ .

$\mathbf{A}$  – матрица коэффициентов размерности  $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ ;

$\mathbf{B}$  – вектор свободных членов размерности  $\mathbf{n}$ ;

$\mathbf{X}$  – вектор неизвестных пока решений.

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 4 & 0.24 & -0.08 \\ 0.09 & 3 & -0.15 \\ 0.04 & -0.08 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} := \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X1} := \text{Isolve}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \quad \mathbf{X1} = \begin{pmatrix} 1.909 \\ 3.195 \\ 5.045 \end{pmatrix}$$

Рис. 29. Решение системы линейных уравнений с помощью функции **Isolve**

2. *Метод обратной матрицы (для квадратных систем с невырожденной матрицей).*

Пусть задана СЛАУ  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$

Тогда вектор решения находится по формуле:  $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$ .

3. *Метод наименьших квадратов.*

Пусть задана система уравнений:  $\mathbf{A}_{m \times n} \cdot \mathbf{X}_n = \mathbf{B}_m$ , где  $m > n$ , т. е. число уравнений больше числа неизвестных.

Умножим обе части матричного уравнения на транспонированную матрицу системы:  $A^T \cdot A \cdot X = A^T B$ .

Отсюда  $X = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot B$ .

4. *Символьный метод решения с помощью блока Given–Find* (решение системы будет найдено, если оно существует):

Given

Уравнения

Ограничительные условия

**Find(v1,v2,...vn)** – возвращает значение одной или ряда переменных для точного решения **vi** – переменные, которые надо найти.

Если после слова **Find(v1,v2,...vn)** ввести знак равенства [=], MathCAD выдаст численное решение.

При символьном решении не надо вводить начальные значения, а после ключевого слова **Find(v1,v2,...vn)** вместо знака равенства следует ввести символьный знак равенства (при помощи комбинации [Ctrl+.] или соответствующей пиктограммы панели **Evaluation**).

Given

$$2 \cdot x + 3 \cdot y + 5 \cdot z + 4 = 0$$

$$4 \cdot x + 5 \cdot y + 7 \cdot z - 5 = 0$$

$$3 \cdot x + 8 \cdot y - 4 \cdot z - 1 = 0$$

$$\text{Find}(x, y, z) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{140}{11} \\ -\frac{257}{44} \\ \frac{105}{44} \end{pmatrix}$$

Рис. 30. Решение системы уравнений методом Given–Find

При выполнении символьных операций с матрицами необходимо помнить, что если какому-либо символу ранее присвоено численное значение, то при использовании символьного знака равенства этот символ участвует в символьных расчетах как число.

### *Оператор векторизации.*

MathCAD допускает в качестве аргумента функции вводить не только числа, но и векторы. При этом вычисляется значение функции для всех элементов вектора. Если аргумент функции — матрица, то, чтобы вычислить значения функции для всех элементов матрицы, надо использовать оператор векторизации.

Для использования оператора векторизации нужно:

- ввести выражение или функцию;
- выделить синим уголком необходимую часть выражения (чаще всего выражение целиком);
- на математической панели щелкнуть по кнопке *Vec and Matrix Toolbar*, а в открывшейся панели – по кнопке *Vectorize (f(M))* (Векторизация). Над выделенной частью выражения появится стрелка — символ операции векторизации;
- нажать клавишу  $=$ .

Оператор векторизации изменяет смысл векторной или матричной операции. Векторизация означает выполнение однотипной операции, предписанной выражением, со всеми элементами массива. Если **A** и **B** – векторы, то **A\*B** дает скалярное произведение этих векторов. Но то же произведение под знаком векторизации создает новый вектор, каждый *j*-й элемент которого есть произведение *j*-х элементов векторов **A** и **B**. Векторизация позволяет использовать скалярные операторы и функции с массивами.

## **4.9. Решение дифференциальных уравнений**

Математически решение дифференциальных уравнений – очень сложная проблема. MathCAD не в состоянии решать такие уравнения без дополнительных упрощений. В контекстном меню появилась возможность выбора метода решения дифференциальных уравнений.

В MathCAD много встроенных функций для решения дифференциальных уравнений. Все они, кроме функции *Odesolve*, требуют определенной, непростой формы записи исходного уравнения. Рассмотрим использование функции *Odesolve*. В современных версиях *Odesolve* может ре-

шать как дифференциальные уравнения, так и системы дифференциальных уравнений. Функция *Odesolve* позволяет записывать уравнение в блоке решения в привычном виде.

Решение ОДУ первого порядка:  $(y'(t) = f(y(t), t); y(t_0) = y_0)$  [4].

Для нахождения решения используется служебное слово *Given* и функцию *Odesolve* ( $t, n$ ), где  $t$  – переменная, относительно которой находится решение уравнения,  $n$  – количество точек, в которых будут найдены значения функции  $y(t)$ .

*Пример:*

*Given*

$$\frac{d}{dx}y(x) = y(x) - y(x)^2$$

$$y(0) = 0.1$$

$$y := \text{Odesolve}(x, 10)$$

$$y(3) = 0.691 \quad y(1) = 0.232 \quad y(9) = 0.999$$

Пример построения графика функции представлен на рис. 31.

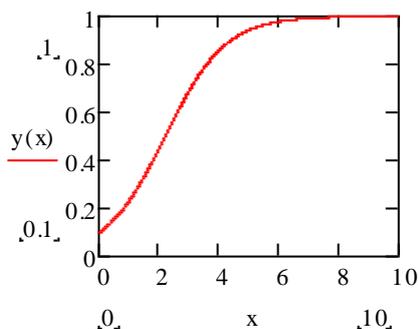


Рис. 31. Решение ОДУ с начальными условиями

Для решения ОДУ могут быть заданы начальные или граничные условия. Граничные условия следует записывать со штрихом. Для набора штриха используйте сочетание клавиш *Ctrl+F7* (рис. 32).

$$4. \frac{d^2}{dt^2} x(t) + x(t) = t \quad \text{Дано уравнение}$$

$x(C) = A \quad x(D) = B \quad \text{Граничные условия}$

$$A := 4 \quad B := 1 \quad C := -3 \quad D := 6$$

Решение уравнения

Given

$$4. \frac{d^2}{dt^2} x(t) + x(t) = t$$

$x(C) = A \quad x(D) = B$

$x := \text{Odesolve}(t, D + 2)$

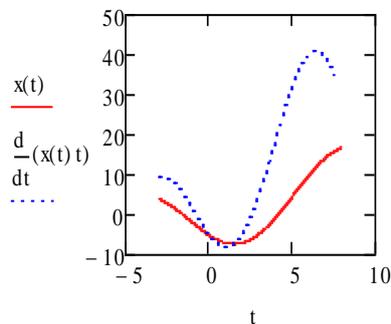


Рис. 32. Решение ОДУ с граничными условиями

## 5. ГРАФИКА В СИСТЕМЕ MATHCAD

### 5.1. Создание графиков

Для создания графиков в системе MathCAD имеется программный графический процессор, который обеспечивает простоту задания графиков и их модификации с помощью опций. Графический процессор позволяет строить самые разные графики в декартовой и полярной системах координат, трехмерные поверхности, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые. Для построения графиков в системе MathCAD:

- можно воспользоваться позицией Главного меню **Insert**, выбрав команду **Graph** и в раскрывающемся списке – тип графика;
- выбрать тип графика на наборной панели **Graph**, которая включается кнопкой на панели **Math**.

Построение графиков осуществляется с помощью шаблонов. Большинство параметров графического процессора, необходимых для построения графиков, по умолчанию задаются автоматически. Поэтому для начального построения графика достаточно задать тип графика. В подменю **Graph** содержится список основных типов графиков:

 **X-Y Plot** (X-Y Зависимость) клавиша [**@**] – создать шаблон двумерного графика построения графика функции  $y = f(x)$  в виде связанных друг с другом пар координат  $(x_i, y_i)$  при заданном промежутке изменения для  $i$ .

 **Polar Plot** (Полярные координаты) клавиши [**Ctrl+7**] – создать шаблон графика в полярной системе координат для построения графика функции  $r(q)$ , заданной в полярных координатах, где полярный радиус  $r$  зависит от полярного угла  $q$ .

 **Surface Plot** (Поверхности) клавиши [**Ctrl+2**] – создать шаблон для построения трехмерного графика представления функции  $z = f(x, y)$  в виде поверхности в трехмерном пространстве. При этом должны быть заданы

векторы значений  $x_i$  и  $y_j$ ), а также определена матрица вида  $A_{i,j} = f(x_i, y_j)$ . Имя матрицы указывается при заполнении рамки-шаблона. С помощью этой команды можно строить параметрические графики.

 **Contour Plot** (Контурный график) – создать шаблон для контурного графика, диаграмму линий уровня функции вида  $z = f(x, y)$ , т. е. отображает точки, в которых данная функция принимает фиксированное значение  $z = const$ .

 **3D Scatter Plot** (3D Точечный) – создать шаблон для графика в виде точек в трехмерном пространстве, точечное представление матрицы значений  $A_{i,j}$  или отображения значений функции  $z = f(x, y)$  в заданных точках. Эта команда может также использоваться для построения пространственных кривых.

 **3D Bar Plot** (3D-диаграммы) – создать шаблон для представления матрицы значений  $A_{i,j}$  или отображения значений функции  $z = f(x, y)$  в виде трехмерной столбчатой диаграммы.

 **Vector Field Plot** (Поле векторов) – создать шаблон для представления двумерных векторных полей  $V = (V_x, V_y)$ . При этом компоненты векторного поля  $V_x$  и  $V_y$  должны быть представлены в виде матриц. При помощи этой команды можно построить поле градиента функции  $f(x, y)$ .

**3D Plot Wizard** (Вызов мастера для быстрого построения 3-хмерного графика) – при выборе этой команды возникает ряд всплывающих окон, в которых требуется выбрать параметры построения трехмерного графика (задаются тип трехмерного графика, стиль его изображения, цветовая гамма). График по умолчанию строится на промежутке от  $-5$  до  $+5$  (по обоим переменным).

Для построения плоского графика функции следует:

- 1) установить крестообразный курсор в то место, где надо построить график;
- 2) на математической панели щелкнуть мышью на кнопке Graph Toolbar X-Y Plot (Плоский график);
- 3) в появившемся на месте курсора шаблоне плоского графика введите на оси абсцисс имя аргумента, на оси ординат – имя функции;

4) щелкните мышью вне шаблона графика. График построен для заданного диапазона изменения аргумента.

Если диапазон значений аргумента не задан, по умолчанию график будет построен в диапазоне значений аргумента от  $-10$  до  $+10$ .

Чтобы в одном шаблоне разместить несколько графиков, надо, набрав на оси ординат имя первой функции, нажать клавишу «» (уголок курсора при этом обязательно должен находиться в конце имени функции) (рис. 33). В появившемся месте ввода (черном квадратике) вписать имя второй функции и т. д.

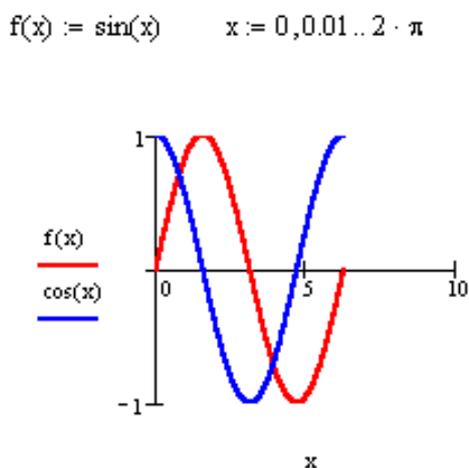


Рис. 33. Графики функций  $y = f(x)$ ,  $y = \cos(x)$

Если две функции имеют разные аргументы, например, 1)  $f_1(x)$  и 2)  $f_2(y)$ , то на оси ординат ввести (через запятую) имена обеих функций, а на оси абсцисс (также через запятую) ввести имена обоих аргументов  $x$  и  $y$ . Тогда первый график будет построен для первой функции по первому аргументу, второй график для второй функции – по второму аргументу.

Если функций введено несколько, а аргументов 2, то график первой функции строится по первому аргументу, графики остальных функций – по второму аргументу. Если ввести на осях ординат и абсцисс имена двух функций одного аргумента, то будет построен параметрический график функции (рис. 34)

$$R := 4 \quad \alpha := 0, \frac{2 \cdot \pi}{50} .. 2 \cdot \pi$$

$$f1(\alpha) := R \cdot \sin(\alpha) \quad f2(\alpha) := R \cdot \cos(\alpha) \quad f2(\alpha) := \alpha \cdot \cos(\alpha)$$

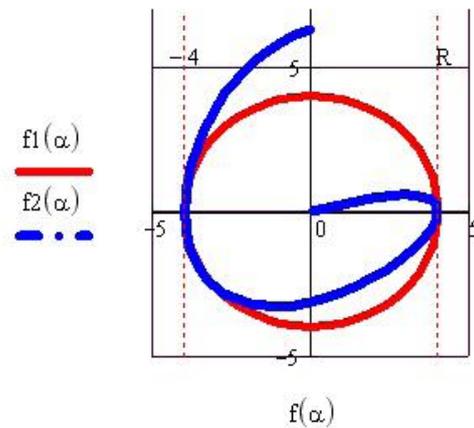


Рис. 34. Параметрический график функции

## 5.2. Форматирование графиков

Чтобы отформатировать график, необходимо выполнить двойной щелчок мышью в поле графика – откроется окно форматирования графика (рис. 35).

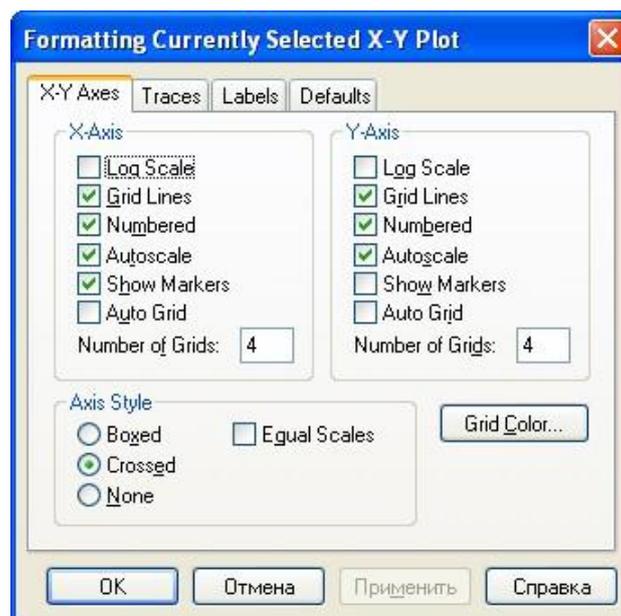


Рис. 35. Окно форматирования плоского графика

В открывшемся окне (см. рис. 35) четыре вкладки:

1. **X-Y Axes** – отформатировать оси координат: нанести сетку линий, проставить численные значения; ось абсцисс провести через ноль ординаты **Crossed** или по нижнему краю графика **Boxed**, нанести метки на графике. Для выбора щелкнуть мышью на нужных пунктах подменю (позначить их галочкой):

- **Log Scale** – представить численные значения на осях в логарифмической шкале. По умолчанию численные значения наносятся в равномерной шкале.

- **Grid Lines** – нанести сетку линий.

- **Numbered** – нанести численные значения для каждой линии сетки.

- **Auto Scale** – автоматически выбирает предельные численные значения на осях, больше, чем максимальные вычисленные значения. Если этот пункт не отмечен, предельными будут максимальные вычисленные значения.

- **Autogrid** – число линий сетки выбирается автоматически. Если пункт не отмечен, надо задать число линий **Number of Grids**.

- **Show Markers** – нанести метки на графике. На каждой оси появляются 2 места ввода, в которые можно ввести численные значения (можно не вводить ничего или ввести одно число или буквенные обозначения констант). На графике появятся горизонтальные или вертикальные пунктирные линии, соответствующие указанному значению на оси. В конце этой линии появляется само число (рис. 29).

2. **Traces** – отформатировать графики функций. Для каждого графика в отдельности можно изменить:

- 1) вид линии: **Solid** – сплошная, **Dot** – пунктир, **Dash** – длинный пунктир, **Dadot** – штрих-пунктир. Цвет линии **Color**;

- 2) тип графика **Type**: **Lines** – линия, **Points** – точки, **Bar** или **Solidbar** – столбики, **Step** – ступенчатый график и др.;

- 3) толщину линии **Weight**.

Расчетные точки отметить символом на графике **Symbol** – кружком, крестиком, прямоугольником, ромбом.

3. **Labels** – вписать в область графика заголовок В окне Title (Заголовок) записать текст заголовка. Выбрать его положение – вверху или внизу графика. Вписать, если надо, названия аргумента и функции Axis Label.

4. **Defaults** – вернуться к виду графика, принятому по умолчанию Change to default, либо сделанные вами изменения на графике использовать по умолчанию для всех графиков данного документа Use for default.

Чтобы изменить размеры графика, надо:

- 1) щелкнуть мышью в поле графика;
- 2) подвести указатель мыши к одному из черных квадратиков на краю графика;
- 3) при появлении двунаправленной стрелки нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, переместить край графика в нужное место.

Чтобы переместить график, надо:

- 1) щелкнуть мышью в поле графика;
- 2) подвести указатель мыши к краю графика,
- 3) при появлении черной ладошки нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, переместить график в нужное место.

Для перемещения больших документов:

- 1) нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, двигать мышью, закая в появляющуюся при этом пунктирную рамку объекты, которые надо переместить;

2) на стандартной панели MathCAD щелкнуть мышью на кнопке Cut (вырезать). При этом выделенная группа объектов будет удалена из документа и помещена в буфер обмена. Если нажать кнопку Copy (Копировать), выделенные объекты будут скопированы в буфер, оставаясь на своем месте;

3) подвести указатель мыши к месту, куда надо вставить вырезанные объекты, и щелкнуть левой кнопкой мыши. В этом месте появится крестообразный курсор;

4) на стандартной панели MathCAD щелкнуть мышью на кнопке Paste (Вставить).

Если объекты (выражения, графики) накрывают друг друга, в контекстном меню появляются пункты Bring to Front (Выдвинуть на передний план) и Send to Back (Убрать на задний план). Использование этих пунк-

тов позволяет экономить место в документе, специально накладывая края объектов один на другой.

Если надо раздвинуть наложившиеся друг на друга объекты, то выделите эти объекты, перечеркнув их мышью при нажатой левой кнопке. Все выделенные объекты будут обведены пунктирной рамкой. В главном меню MathCAD выберите *Format Separate Region* (Разделить Области). При этом будут раздвинуты только выделенные области. Если надо раздвинуть два объекта, подведите к объекту курсор. При появлении черной ладошки нажмите левую кнопку мыши и, двигая мышь, переместите объект в нужное место.

### 5.3. Построение трехмерных графиков

Для построения трехмерного графика (графика поверхности) выполнить следующие действия:

- 1) набрать имя функции двух переменных, знак присвоения значения  $:=$ , выражение функции;
- 2) установить курсор в место построения графика;
- 3) в математической панели щелкнуть мышью на кнопке *Graph Toolbar* (Панель графиков), изображающей график *Surface Plot* (трехмерный график). На месте курсора появится шаблон трехмерного графика;
- 4) в единственном поле ввода шаблона графика ввести имя функции (без параметров);
- 5) щелкнуть мышью вне области шаблона. График построен (рис. 36, а).

Кроме ускоренного построения графика поверхности по функции двух переменных, существует и другой способ создания графика поверхности с использованием массива численных значений функции. Пример такого построения показан на рис. 36, б. Для построения 3D-графика нужно:

- 1) с помощью дискретных переменных ввести значения обоих аргументов заданной функции;
- 2) ввести массив, элементами которого являются значения функции, вычисленные при заданных значениях аргументов;
- 3) установить курсор в место построения графика;

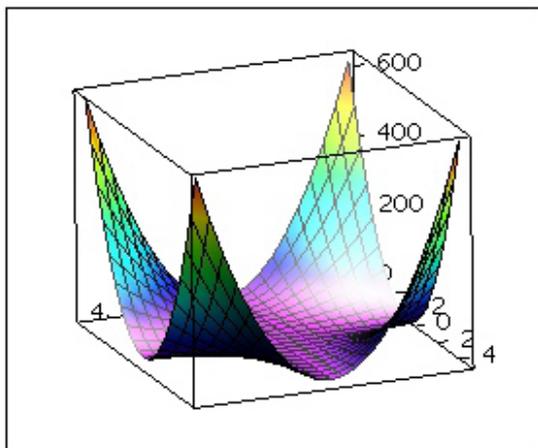
4) в математической панели щелкнуть мышью на кнопке, изображающей трехмерный график; на месте курсора появится шаблон трехмерного графика;

- 5) в единственном поле ввода шаблона графика введите имя функции;  
6) щелкнуть мышью вне области шаблона; график построен.

Для форматирования графика выполнить двойной щелчок мышью в поле графика – появится окно форматирования графика (рис. 37), выберем пункт Appearance (появление) Fill surface (Залить поверхность) Colormap (Разноцветный). Щелкнуть мышью по кнопке Применить. График стал цветным. Выбрать в окне форматирования пункт Lighting (Освещение) Enable Lighting (необходимо освещение) On (Включено). Выбрать схему освещения (Lighting schema). В выпадающем из окна меню 6 различных схем.

Построение графика поверхности ускоренным путем (заданием функции)

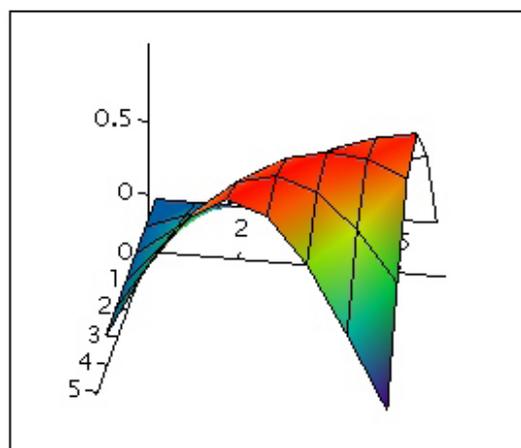
$$f(x, y) := \begin{pmatrix} x^2 & y^2 \end{pmatrix}$$



a)

Построение графика поверхности путем создания массива данных

$$n := 5 \quad m := 7 \quad i := 0..n \quad j := 0..m$$
$$x_i := 0.5 \cdot i \quad y_j := 0.2 \cdot j \quad Z_{i,j} := \sin(x_i \cdot y_j)$$



б)

Рис. 36. Построение трехмерных графиков

При щелчке правой кнопкой мыши на графике откроется контекстное меню, которое дает дополнительные возможности улучшения графика. В окне форматирования на вкладке General (Общие) рядом со строкой Display as (Показать как) перечислены 6 типов графиков (рис. 37).

- 1) Surface plot – график поверхности;
- 2) Contour plot – график линий уровня;
- 3) Data points – на графике только расчетные точки;
- 4) Vector Field plot – график векторного поля;
- 5) Bar plot – график трехмерной гистограммы;
- 6) Patch plot – площадки расчетных значений.

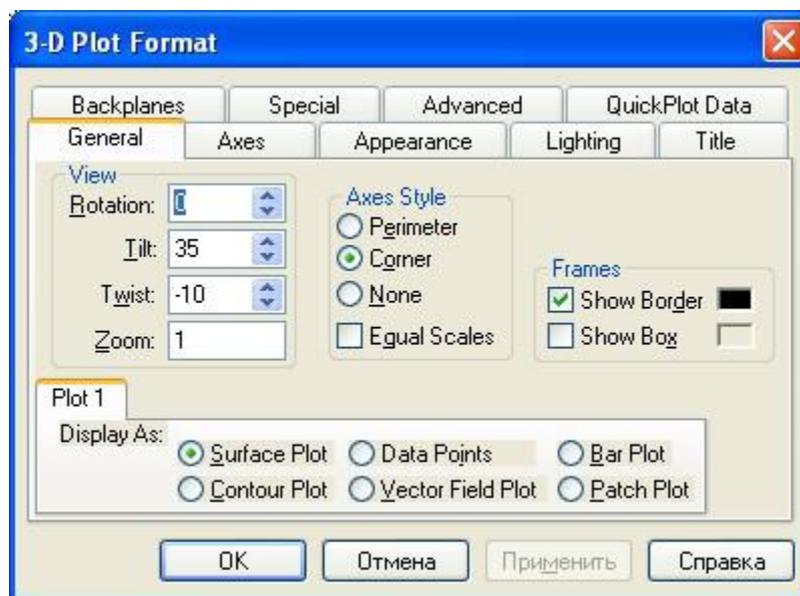


Рис. 37. Панель форматирования 3D-графиков

#### 5.4. Дополнительные возможности работы с графиком

*Вращение графика.* Поместите курсор в область графика. Двигайте курсор при нажатой левой клавише мыши.

*Масштабирование графика.* То же самое при нажатой клавише Ctrl.

*Анимация графика.* То же самое при нажатой клавише Shift. Для остановки вращения щелкнуть левой клавишей мыши внутри поля графика.

Панель форматирования трехмерных графиков (см. рис. 37), содержит 9 вкладок, открывающих большие возможности форматирования графиков.

## 6. ПРОГРАММИРОВАНИЕ В MATHCAD

Огромные возможности MathCAD позволяют решить подавляющее число задач без использования программирования несколькими способами.

Но есть класс задач, которые невозможно решить без программирования. Это задачи, в которых часть документа из нескольких или многих операторов надо выполнить многократно. В таких случаях документ должен состоять из отдельных подпрограмм, объединенных в единую «головную» программу.

Использование раздела «Программирование» позволяет записать в MathCAD программы любой сложности. Средства программирования сосредоточены в наборной панели программных элементов **Programming** (рис. 38), включаемой кнопкой  на панели **Math**.

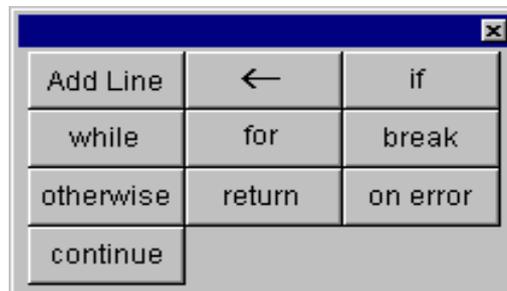


Рис. 38. Панель программирования

Для вставки нужной конструкции в текст составляемой программы достаточно щелкнуть мышью на соответствующем значке наборной панели Программирование.

Реализовать тот или иной алгоритм вычисления в пакете MathCAD можно двумя способами.

1. Вставляя соответствующие операторы или функции в текст документа MathCAD. Такой способ называется программированием в тексте документа.

2. Используя программы-функции, которые содержат конструкции, подобные конструкциям языков программирования: операторы присваивания, операторы циклов, условные операторы и т. д. Написание программ-функций в MathCAD позволяет решать задачи, которые невозможно решить, используя только операторы и функции MathCAD. Такое программирование включает два этапа:

- 1) описание программы-функции;
- 2) вызов программы-функции.

Описание программы-функции в рабочем документе должно находиться перед вызовом программы-функции и включать имя программы-функции, список формальных параметров (необязательный) и тело программы-функции.

Программа-функция MathCAD должна иметь имя, которое используется для вызова программы-функции. Через это имя «возвращается» в рабочий документ результат выполнения программы-функции. После имени программы-функции идет список формальных параметров, заключенный в круглые скобки. Через формальные параметры в программу-функцию «передаются» данные, необходимые для выполнения вычислений внутри программы. В качестве формальных параметров могут использоваться имена простых переменных, массивов и функций. Формальные параметры отделяются друг от друга запятой. Программа-функция может не иметь формальных параметров, и тогда данные передаются через имена переменных, определенных выше описания программы-функции (глобальные переменные). Тело программы-функции включает любое число операторов локальных операторов присваивания, условных операторов и операторов цикла, а также вызов других программ-функций и функций пользователя. Для ввода в рабочий документ описания программы-функции необходимо:

- ввести имя программы-функции и список формальных параметров, заключенный в круглые скобки;
- ввести оператор присваивания;
- открыть наборную панель программирования и щелкнуть кнопкой «addline». На экране появится вертикальная черта и вертикальный столбец

с двумя полями ввода для ввода операторов, образующих тело программы-функции (рис. 39).

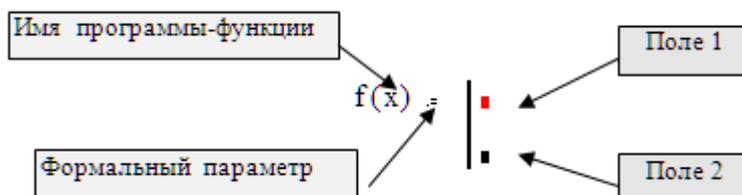


Рис. 39. Программирование в MathCAD

Самое нижнее поле всегда предназначено для определения возвращаемого программой значения, поля ввода для дополнительных операторов открываются с помощью щелчка по кнопке «Add line» панели программирования. При этом поле ввода добавляется внизу выделенного к этому моменту оператора. Для удаления того или иного оператора или поля ввода из тела программы-функции, нужно заключить его в выделяющую рамку и нажать клавишу Delete.

*Обращение к программе-функции MathCAD.*

Для выполнения программы-функции необходимо обратиться к имени программы-функции с указанием списка фактических параметров (если в описании программы присутствует список формальных параметров), т. е.

<имя - программы> (список фактических параметров)

Фактические параметры указывают, при каких конкретных значениях осуществляются вычисления в теле программы. Фактические параметры отделяются друг от друга запятой. Между фактическими и формальными параметрами должно быть соответствие по количеству, порядку следования и типу. Обращение к программе-функции должно находиться после описания программы-функции. При обращении фактические параметры должны быть определены.

Особенности программирования в MathCAD:

- операторы программы нельзя набирать вручную. Их выбирают щелчками мыши по наименованиям из окна программирования. Окно вызывается из меню **View-Toolbars-Programming**;

- все программы являются функциями;
- переменные, объявленные в тексте программы, передаются как значения и не изменяются, если им присваиваются другие значения;
- программы пишутся с указанием начала и конца операторных скобок (for...,while...,if...); такое указание выполняется с помощью вертикальных линий;
- в арифметических выражениях используется знак присваивания стрелка справа налево «←»;
- в логических выражениях и для организации циклов используются – знаки отношения:
  - 1) равно- жирный знак равенства <Ctrl>+<=>;
  - 2) больше (>), меньше(<);
  - 3) больше или равно (<Ctrl >+<круглая закрывающая скобка>;
  - 4) меньше или равно(<Ctrl>+<круглая открывающая скобка>;
- знаки логических действий – условия «И» и «ИЛИ» (ввод знаком умножения(\*) и сложения (+));
- функция должна заканчиваться идентификатором возвращаемых переменных (простая переменная, матрица или структура, т. е. некоторые из переменных, указанных в идентификаторе, являются простыми переменными, а другие – векторами или матрицами);
- программы могут содержать рекурсии.

Оператор **Add Line** выполняет функции расширения программного блока. Расширение фиксируется удлинением вертикальной черты программных блоков или древовидным расширением.

Функция f(x)

**f(x) :=** | ■  
          | ■

Оператор присваивания ← выполняет функции внутреннего локального присваивания, т. е. сохраняется только в теле программы.

Оператор **if** является оператором условного выражения. Он задается в виде:

Выражение if Условие

Оператор **otherwise** означает в иных случаях:

$$f(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ (-1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Оператор **for** используется для организации циклов с заданным числом повторений:

$$\text{sum}(n) := \begin{cases} s \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..n \\ s \leftarrow s + i \end{cases}$$

Оператор **while** служит для организации циклов, выполняющихся до тех пор, пока действует условие:

**While** Условие

Оператор **break** прерывает работу программы. Используется с операторами **if, while, for**:

$$x := \begin{cases} z \leftarrow 0 \\ \text{while } z < 10 \\ \quad \begin{cases} z \leftarrow z + 1 \\ \text{break if } z > 5 \end{cases} \end{cases}$$

Для завершения цикла в конце цикла возможно использование оператора **continue**.

## **7. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ В MATHCAD**

### **7.1. Модели объектов прикладной геоинформатики и исследование их свойств с помощью геометрических объектов**

Изучением разнообразных объектов, процессов и явлений, происходящих на планете Земля, занимается прикладная геоинформатика. Предметом изучения прикладной геоинформатики служит пространственно-временное состояние (ПВС) таких систем. Форма, размеры и положение систем в пространстве, рассматриваемые как функции времени, определяют характеристики их пространственно-временного состояния. Например, пространственно-временными характеристиками могут служить координаты множества точек системы, определяющие положение системы в пространстве, расстояния между ними, углы между направлениями векторов, связанных с точками, уравнения линий. Изменения пространственно-временных характеристик систем проявляются в их движениях и деформациях. Движения системы – это изменения ее положения в пространстве относительно неизменной системы отсчета, а деформации – движения частей относительно друг друга, сопровождающиеся изменениями формы и размеров системы в целом или отдельных ее частей [5].

При изучении пространственно-временных свойств систем в прикладной геоинформатике с каждой системой связывают геометрический объект (множество точек, линия, поверхность и т. д.), который однозначно определяется некоторым набором скалярных величин и геометрических образов. Пространственно-временные свойства этих геометрических объектов принимают в качестве моделей соответствующих свойств изучаемых систем. Выбор геометрического объекта осуществляется в зависимости от цели – характеристик ПВС исследуемой системы [7].

Основным методом исследования в прикладной геоинформатике служит системно-целевой подход [5] и моделирование [7]. Модель создается

для того, чтобы исследование реальной системы заменить исследованием модели. Типичными примерами моделирования в геоинформатике являются многие модели астрономии (модели Солнечной системы), геофизики (модели внутреннего строения Земли), геодезии (модели фигуры Земли), прикладной геодезии (модели пространственно-временного состояния естественных и искусственных систем), картографии (карты, как модели физической поверхности Земли) и др. Модели, в которых отображение объектов осуществляется математическими средствами, называют математическими моделями.

Простейшими математическими моделями в прикладной геоинформатике являются линейные геометрические модели – прямые и плоскости [8, 9]. И прямая и плоскость состоят из бесконечного множества точек, а в прикладной геоинформатике чаще всего они задаются некоторым конечным множеством их точек. Данное противоречие разрешается благодаря тому, что и прямая, и плоскость могут быть определены конечным числом параметров. Аналитически геометрическое место точек определяется с помощью координат точек в *Декартовой* системе координат. Эта система координат позволяет связать с каждой точкой  $M$  пространства, в котором выбраны не лежащие в одной плоскости три направленные прямые  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  (оси координат), пересекающиеся в начале (точка  $O$ ), три вполне определенных действительных числа – координаты точки  $M$ . Единичные векторы (орт-векторы), направление которых совпадает с направлением осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , называют базисными векторами системы координат и обозначают  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$ .

Чтобы определить точку в пространстве, необходимо определить ее координаты в векторе  $\mathbf{OM}$  (см. рис. 40, *a*). Для определения множества точек их координаты определяют в массиве из трех столбцов. Количество строк равно числу точек (на рис. 40, *б* заданы две точки).

Вектор, соединяющий начало координат  $O$  с данной точкой  $M$  называют радиусом-вектором этой точки и пишут:  $\mathbf{r}_M = \overline{OM}$ . Таким образом, точки пространства представляются их радиусом-векторами. На рис. 40, *б* показан радиус-вектор точки  $M$  в виде отрезка, соединяющего начало ко-

ординат с точкой  $M$ . Координатами  $x, y, z$  точки  $M$  пространства называются проекции ее радиус-вектора  $\mathbf{r}_M = \overline{OM}$  на координатные оси:

$$x = r_x, y = r_y, z = r_z.$$

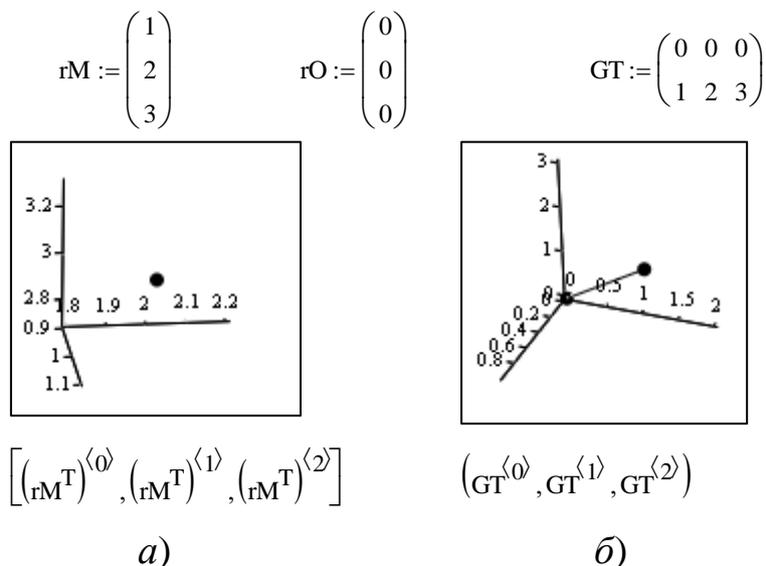


Рис. 40. Радиус-векторы точек пространства

Следовательно, координаты точки являются коэффициентами разложения ее радиуса-вектора по ортам осей:

$$\mathbf{r} = ix + jy + kz.$$

Например, любая пространственная прямая определяется радиусом-вектором одной точки, через которую она проходит, и направляющим орт-вектором этой прямой. Аналогично, любая плоскость определяется радиусом-вектором одной точки и двумя неколлинеарными орт-векторами, принадлежащими плоскости. Аналитическое описание линий и поверхностей может осуществляться по-разному. Среди множества вариантов их описания наиболее простым и удобным для применения является параметрический метод [8].

### *Параметрическое уравнение плоскости.*

В качестве параметров удобно выбрать переменные  $x$ ,  $y$  и выразить  $z = f(x,y)$ .

После этого составляем вектор-функцию, которая и определяет векторно-параметрическое уравнение плоскости:

$$r(x,y) := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z(x,y) \end{pmatrix}$$

## **7.2. Построение плоскости**

Построить чертеж плоскости, содержащей 3 точки, показать точки на этой плоскости.

Дано: координаты 3 точек

Точка1:  $x_0:=1$   $y_0:=2$   $z_0:=3$

Точка2:  $x_1:=2$   $y_1:=1$   $z_1:=2$

Точка3:  $x_2:=3$   $y_2:=3$   $z_2:=1$

Получить: уравнение плоскости, проходящей через эти точки; построить ее чертеж с указанием положения этих точек. Диапазон изменения координат на чертеже:  $0 \leq x \leq 6$ ,  $0 \leq y \leq 6$ .

1. Проверим, не лежат ли точки на одной прямой.

Если да – ответ: плоскость не может быть построена, так как можно построить бесконечное число плоскостей, содержащих одну прямую. Для проверки нужно составить определитель из координат точек.

Если определитель равен 0 – точки лежат на одной прямой.

Используем MathCAD для вычисления определителя.

2. Сформируем шаблон матрицы размерности  $3 \times 3$  и вычислим определитель матрицы. В слоты шаблона вводим координаты точек. От слота к слоту удобно перемещаться клавишей Tab (можно и мышью):

$$\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ y_0 & y_1 & y_2 \\ z_0 & z_1 & z_2 \end{vmatrix} = 12$$

Так как определитель не равен 0, составляем уравнение плоскости. Формируем определитель матрицы:

$$\begin{pmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{pmatrix}$$

Для составления уравнения используем символьные преобразования, встроенные в MathCAD. Используя стрелку (символьный знак равенства) в MathCAD, указываем, что нужно вывести формулу, а не результаты расчета. Если «щелкнуть» левой кнопкой мыши вне формулы, получится «заготовка» для уравнения плоскости:

$$\left| \begin{pmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{pmatrix} \right| \rightarrow 3x - 12 + 3z$$

Составляем уравнение плоскости. Для этого нужно приравнять к нулю полученное выше уравнение относительно одной из координат (обычно относительно аппликаты  $z$ ).

Копируем результат символьного вычисления определителя через буфер обмена и приравниваем его к 0:

$$3x - 12 + 3z = 0$$

Для того, чтобы это можно было сделать средствами символьной математики, знак равенства используется СПЕЦИАЛЬНЫЙ, так называемый ЖИРНЫЙ. Его набирают клавишами  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle = \rangle$ . Затем выделить переменную  $z$  и выбрать на панели Symbolics стрелку со слотом (или клавишами  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle . \rangle$ ) В слот ввести solve,z(решить относительно переменной  $z$ )

$$3 \cdot x - 12 + 3 \cdot Z = 0 \text{ solve, } Z \rightarrow 4 - X$$

Получаем:  $4 - x$

т. е.

$$z(x, y) := 4 - x$$

Для построения чертежа плоскости и показа точек на чертеже используем функцию CreateMesh.

Строим 3-мерные векторы ( $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle M \rangle$ , rows 3, columns 1) и вписываем в них координаты для плоскости Plane и точек T1, T2, T3:

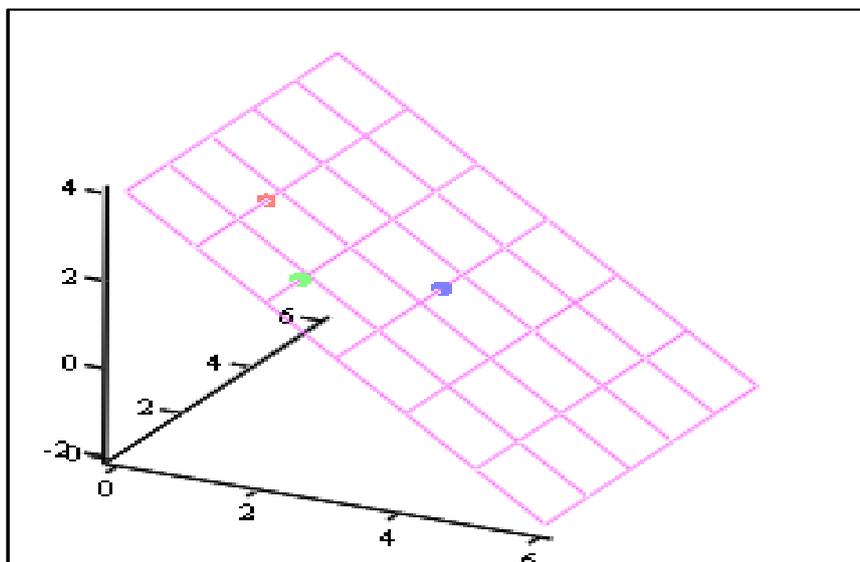
$$\text{Plane}(x, y) := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z(x, y) \end{pmatrix}$$

$$T1(x, y) := \begin{pmatrix} x0 \\ y0 \\ z0 \end{pmatrix} \quad T2(x, y) := \begin{pmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \end{pmatrix} \quad T3(x, y) := \begin{pmatrix} x2 \\ y2 \\ z2 \end{pmatrix}$$

Пользуясь исходными данными для диапазона изменения аргументов плоскости ( $0 \leq x \leq 6$ ,  $0 \leq y \leq 6$ ) и задаваясь числом линий сетки по осям (например, 7 по оси  $x$  и 6 по оси  $y$ ), определяем функцию **CreateMesh** для вывода чертежа:

`P:= CreateMesh (Plane, 0 , 6 , 0 , 6 , 7 , 6)`

Для построения чертежа и установки опций, украшающих его, вызываем шаблон графика двух переменных (из меню **Insert Graph Surface Plot**), внизу вписываем  $P$  и через запятую идентификаторы точек. Сначала будут построены оси графика. Щелчком мышкой вне графика будет построен график плоскости и три точки графика (рис. 41). Для того, чтобы показать точки, щелкнуть по графику 2 раза левой кнопкой мыши (появится окно опций графика). Выбрать вкладку **Appearance** (внешний вид) и для графиков 2, 3, 4 (вкладки Plot 2, Plot 3, Plot 4) включить кнопку **Draw Points** (рисовать точки), указать размер точек (size) 2 (иначе их будет плохо видно) и задать разные цвета (щелчком по кнопке **Solid Color**). После появления точек выбрать цветные опции для плоскости (вкладка Plot1).



$P, T1, T2, T3$

Рис. 41. График плоскости и трех точек

### 7.3. Решение уравнения

Дано: уравнение  $\sin(\varphi) = 2^{-0.6\varphi}$  на интервале изменения аргумента от 0 до  $3.5\pi$ .

Найти: корни уравнения.

Сначала нужно грубо определить, сколько корней имеет это уравнение и какие у них приблизительно значения. Лучше всего это сделать с помощью графика. Для этого зададим изменение аргумента с шагом 0.1, и затем рассчитаем значения левой и правой частей уравнения как функции этого аргумента:

$$\varphi: = 0, 0.1\pi.. 3.5\pi$$

Затем зададим функции левой и правой частей :

$$X(\varphi) := \sin(\varphi)$$

$$Y(\varphi) := 2^{-0.6\varphi}$$

Сделаем заготовку для графика (рис. 42) ( $\langle\text{Shift}\rangle + \langle 2 \rangle$  в слоте для абсциссы запишем  $\varphi$ , а в слот для ординаты внесите  $\sin(\varphi)$ ). Затем клавишей Пробел или стрелочкой вверх-вниз охватите обозначение в слоте синим прямоугольным обводом (это – признак выделения группы символов как единого объекта), нажмите клавишу «запятая». Появится слот для ввода ординаты второй кривой, внесите в него  $2^{-0.6\varphi}$ . Щёлкнем левой кнопкой мыши где-нибудь вне графика.

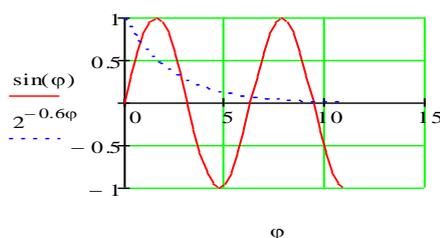


Рис. 42. Решение уравнения

На графике 4 корня:

$$x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 6.5; x_4 = 9.3.$$

Для нахождения корня уравнения используем Given – Find.

Зададим ориентировочное значение корня. Набираем

$$\varphi_1 := 1$$

Ниже набираем слово Given, обозначающее начало области решения уравнения.

Затем набираем уравнение и знак равенства (набирать при нажатой клавише <Ctrl> – специальный знак для решения уравнений).

Given

$$\sin(\varphi) = 2^{-0.6\varphi}$$

Find(φ) = 0.8 – уточненное значение φ

Уточнить остальные корни уравнения.

#### 7.4. Вычисление площади фигуры

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x + 2, \quad y = 2x - \frac{x^2}{2} + 6.$$

Решение.

Находим точки пересечения заданных линий. Для этого решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 2x - \frac{x^2}{2} + 6. \end{cases}$$

Для нахождения абсцисс точек пересечения заданных линий решаем уравнение:

$$x + 2 = 2x - \frac{x^2}{2} + 6$$

или

$$x^2 - 2x - 8 = 0.$$

Находим:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 4$ .

Данные линии представляют собой параболу и прямую, пересекаются в точках  $A(-2; 0)$ ,  $B(4; 6)$  (рис. 43).

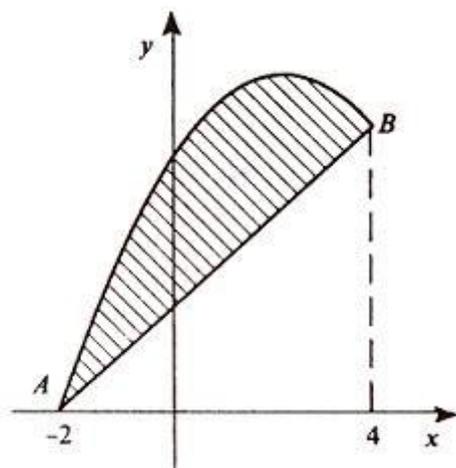


Рис. 43. График системы уравнений

Эти линии образуют замкнутую фигуру, площадь которой вычисляем по указанной ниже формуле:

$$S = \int_{-2}^4 \left( 2x - \frac{x^2}{2} + 6 - x - 2 \right) dx = \int_{-2}^4 \left( x - \frac{x^2}{2} + 4 \right) dx.$$

По формуле Ньютона – Лейбница находим:

$$S = \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + 4x \right) \Big|_{-2}^4 = \frac{16}{2} - \frac{64}{6} + 16 - \frac{4}{2} - \frac{8}{6} + 8 = 18.$$

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему пакет MathCAD пользуется авторитетом у пользователя?
2. Как включить панель Math и наборные панели MathCAD и какие операции они могут выполнять?
3. Для чего используются ранжированные переменные и как их задать в MathCAD.
4. Назначение системной переменной ORIGIN в MathCAD.
5. Способы символьной вычислительной математики.
6. Расширенный и обычный операторы символьного вывода.
7. Какая операция позволяет найти значения выделенной переменной, при которых содержащее ее выражение равно 0.
8. Какие способы символьного решения уравнений вы знаете?
9. Для решения каких систем уравнений используется метод обратной матрицы и в чем он состоит?
10. Метод наименьших квадратов для решения систем уравнений.
11. Какие типы графиков можно построить в MathCAD?
12. Как создать программу-функцию?
13. Формальные и фактические параметры программы-функции.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дьяконов В. П. MathCAD PLUS 7.0 PRO: MathCAD PLUS 7.0 PRO. – Москва: «СК ПРЕСС», 1998.
2. Кирьянов Д. Самоучитель MathCAD 2001. – Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2001. – 543 с.
3. Унру Н. Э. Математический пакет MathCAD для экономистов: учеб.-метод. пособие. – 2006. – 76 с.
4. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в MathCAD. – 68 с.
5. Вовк И. Г. Вычислительная геометрия и геометрическое моделирование в прикладной геоинформатике // Актуальные вопросы образования «Информационно-образовательная среда как фактор устойчивого развития современного инновационного общества»: сб. матер. Междунар. науч.-метод. конф., 27 февраля – 1 марта 2013 г., Новосибирск. В 4 ч. Ч. 3. – Новосибирск: СГГА, 2013. – С. 131–135.
6. Вовк И. Г. Системно-целевой подход в прикладной геоинформатике // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 3 (19). – С. 52–61.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / [ред.] Цлаф Л. Я. Араманович И.Г. Москва : Наука, 1976. стр. 720.
8. Вовк И. Г. Моделирование в прикладной геоинформатике // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 1 (14). – С. 69–76.
9. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. – М.: «Мир», 1982. – 304 с.
10. Вовк И. Г. Ещё один алгоритм определения координат из пространственной линейной засечки // Вестник СГГА. – 2000. – Вып. 5. – С. 137–139.

*Учебное издание*

**Артемьева** Нина Петровна

# **ОСНОВЫ РАБОТЫ В СИСТЕМЕ МАТНСАД**

Редактор *Е. Н. Ученова*

Компьютерная верстка *К. В. Ионко*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.

Подписано в печать 28.04.2015. Формат 60 × 84 1/16

Печать цифровая.

Усл. печ. л. 4,59. Тираж 192 экз.

Заказ . Цена договорная.

Гигиеническое заключение

№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГУГиТ

630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ

630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.