Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«СИБИРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ»
(ФГБОУ ВПО «СГГА»)
Институт геодезии и менеджмента
Кафедра картографии и геоинформатики

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КАРТ

(8 семестр)

Новосибирск
СГГА

Лекция №1. Картографический метод познания действительности. Картографический метод исследования.

Применение карт как средства исследования в науках о Земле и обществе вызвало к жизни многие приемы анализа и преобразования картографического изображения. В их разработке участвовали не только картографы, но и географы разных специальностей, геологи, геофизики, экономисты, математики.

Раздел картографии, изучающий вопросы использования карт для познания изображенных на них явлений, называется картографическим методом исследования.

Главное условие и предпосылка развития картографического метода исследования - наличие карт высокого качества, подробных, точных, составленных на строго научной основе. Успехи в области топографического и особенно тематического картографирования, создание карт новых типов, серий карт, комплексных научно-справочных атласов - все это дало основу для развития картографического метода исследования.

Применение картографического метода исследования основано на работе с картами как пространственными моделями действительности. Существует множество приемов анализа карт, среди которых наиболее распространены:

- **описания**, имеющие целью качественную характеристику явлений, изображенных на карте и позволяющие получить лишь общее представление о них;
- **графические приемы**, включающие построения по картам различных профилей, разрезов, графиков, блок-диаграмм и т.п.;
- **графоаналитические приемы** - картометрические и морфометрические измерения, обеспечивающие проведение различного рода измерений и вычисления количественных характеристик;
  - **математико-картографическое моделирование** - построение и исследование моделей приемами математического, математико-статистического анализа.

Все приемы анализа взаимосвязаны и дополняют друг друга. Практически во всех исследованиях, проводимых по картам, применяется не один какой-либо прием, а их совокупность.

1. Визуальный анализ.

Как правило, визуальный анализ предшествует применению других методов картографического исследования.

При визуальном анализе фиксируются общие закономерности, аномальные ситуации и т.д. Объективность анализа во многом зависит от умения читать карту.

Результаты визуального анализа фиксируются в текстовых описаниях, при этом должны соблюдаться некоторые обязательные требования.

Во-первых, описывая территорию по изображенным явлениям, важно соблюдать порядок **от общего к частному**, т.е. сначала дать характеристику основных, определяющих черт, а затем переходить к деталям и частностям. Любое описание, произведенное по карте, должно сопровождаться выводами.

Во-вторых, всякое научное описание должно быть логично и строго упорядочено, построено по определенному плану.

Важное требование, предъявляемое к описанию - краткость и насыщенность фактическим материалом. Поэтому в него должны быть включены цифровые данные, графики, таблицы.

Суммируя сказанное, можно отметить несколько основных принципов, которым должно удовлетворять научное описание, составляемое по картам:

1. Логичность, упорядоченность и последовательность описания.
2. Отбор и систематизация фактов.
3. Введение в описание элементов сравнения, аналогии, сопоставления с использованием количественных показателей.
4. Оценка описываемых явлений или процессов с точки зрения конкретных задач исследования.
5. Четкая формулировка выводов и рекомендаций.

2. Графические приемы.

Это построение различного рода профилей, разрезов, графиков, диаграмм и блок-диаграмм. Основная задача при этом - дать наглядное двух- или трехмерное изображение изучаемых явлений. Наиболее распространены графики и разрезы.

Способ построения профилей общеизвестен. По горизонтали вдоль выбранного на карте направления откладываются расстояния, а по вертикали наносятся значения профилируемого параметра. Масштабы, принятые для горизонтальных и вертикальных шкал, могут быть различны. Иногда для наглядности масштаб по одной оси берется крупнее. Сами шкалы могут быть линейными и нелинейными, например, логарифмическими.

Для выявления зависимости между явлениями чаще всего составляются **графики.** При изучении разновременных карт, обращаются к составлению графиков, показывающих динамику развития явлений и процессов.

Если надо одновременно показать поверхность какого-либо явления и его структуру, то широко применяются **блок-диаграммы**.

Это трёхмерный рисунок, совмещающий перспективное изображение поверхности с продольными и поперечными разрезами.

Тематика блок-диаграмм разнообразна. На геологических, например, показан рельеф территории совместно с геологическим профилем; на почвенных - рельеф, ландшафт, почвы.

3. Картометрия и морфометрия

Это графоаналитические приемы, предназначенные для измерения и исчисления по картам различных количественных характеристик. В основном эти приемы развивались лишь применительно к топокартам и только в последнее время картометрические и морфометрические измерения распространились на тематические карты.

К сфере **картометрии** относят измерения по картам плановых координат объектов, длин, площадей, горизонтальных и вертикальных углов и т.д.

Результаты таких измерений являются **абсолютными** и могут иметь как самостоятельное значение, так и использоваться для вычисления морфо**метрических показателей.**

Морфометрия определяет форму, плотность, густоту, глубину расчленения рельефа.

Морфометрические показатели, как правило, **относительны** и характеризуют положение одного объекта по отношению к другому. Например, под частотой понимается среднее количество объектов, приходящихся на единицу площади рассматриваемой территории (W=n/p). Или густота, определяемая как средняя протяженность объектов, приходящихся на единицу площади (K=L/P).

4. Методы математической статистики

При выполнении исследований по картам эти методы используют для решения задач трех типов:

- исследования закономерностей распределения однородных объектов по тем или иным количественным признакам, например, рек - по длине, населенных пунктов - по плотности и т.д.;
- исследование связей между явлениями и их характеристиками;
- оценка влияния отдельных факторов на изучаемое явление, выявление главных факторов.

Лекция №2 Основы морфометрии. Морфометрические показатели поверхности (средняя высота, уклоны, горизонтальное и вертикальное расчленение).

Морфометрия (измерение форм) возникла в первой половине 19 века в связи с задачами количественной оценки степени расчленения рельефа. Развитию морфометрии способствовало появление изображения рельефа горизонталями, а также появление крупномасштабных топокарт.

Морфометрия тесно связана с картометрией, изучающей и разрабатывающей способы разнообразных измерений по географическим картам. Морфометрические показатели служат для сравнения линейных или территориальных единиц, их классификации. Изучение связей между различными показателями есть по существу изучение связей между явлениями, оценками которых они являются.

Объектами картографирования являются многие морфометрические показатели. Существуют карты средних уклонов, густоты овражной или речной сети, залесённости и др. Морфометрические показатели, применяемые в различных отраслях знаний, использующих карты, разнообразны по форме и содержанию. В некоторых отраслях число их довольно велико. Например, в геоморфологии число показателей составляет несколько десятков.

Средняя высота профиля

Абсолютная высота вдоль линии AB профиля может быть представлена в виде функции расстояния l текущей точки от некоторой (фиксированной в качестве начальной) точки:

$$H = F(l) \quad (1)$$

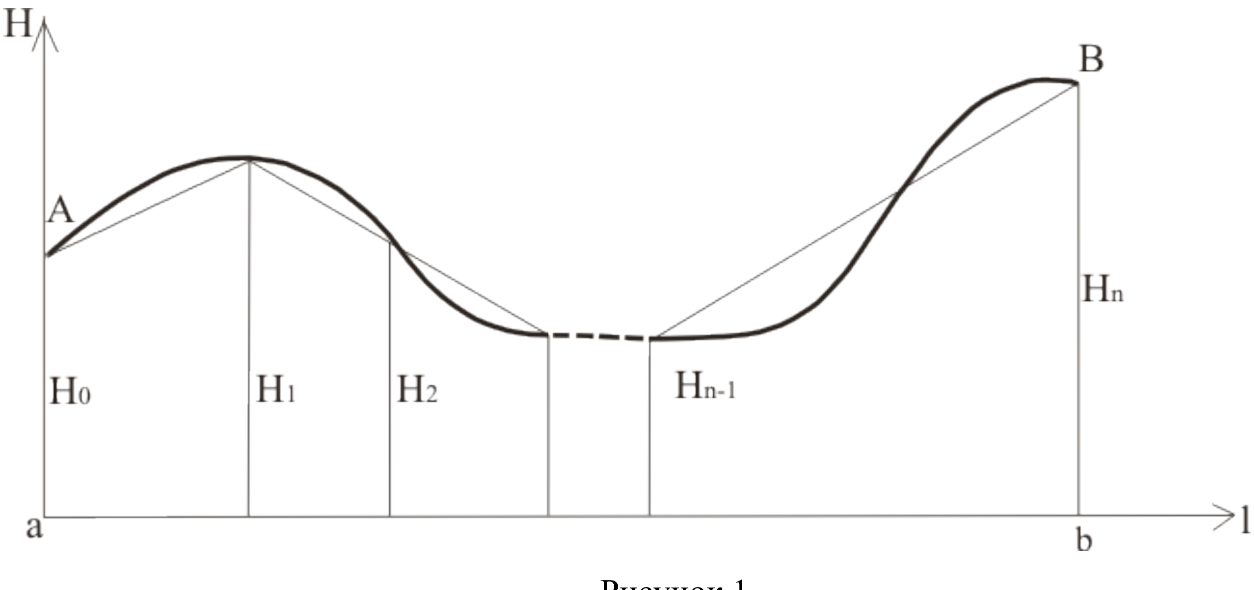


Рисунок 1

Тогда, средняя высот $\overline{\mathrm{H}}$ профиля на отрезке ab определится как среднее интегральное значение высоты на этом отрезке.

$$\bar{H} = \frac{1}{l_{ab}} \int_a^b H dl \quad (2)$$

где l_{ab} - длина отрезка ab.

На практике используются решения, когда интеграл в формуле (2) находится численными методами - по правилу прямоугольников, трапеций или другому.

Средний уклон линий профиля

В некоторых случаях (главным образом при использовании карт в проектировании) различаются положительный и отрицательный уклоны. В этих случаях при определении уклона будет иметь место компенсация положительных и отрицательных значений, что приведет к неверной оценке среднего уклона как морфометрического показателя. Поэтому в морфометрии в качестве характеристики уклона рассматривается его абсолютная величина.

Принимая, как и ранее, H функцией l, частный уклон i в точке M можно определить как отношение бесконечно малого приращения dH высоты, взятого по абсолютной величине, к соответствующему приращению dl горизонтального проложения.

$$i = \frac{/dH/}{dl} \quad (1)$$

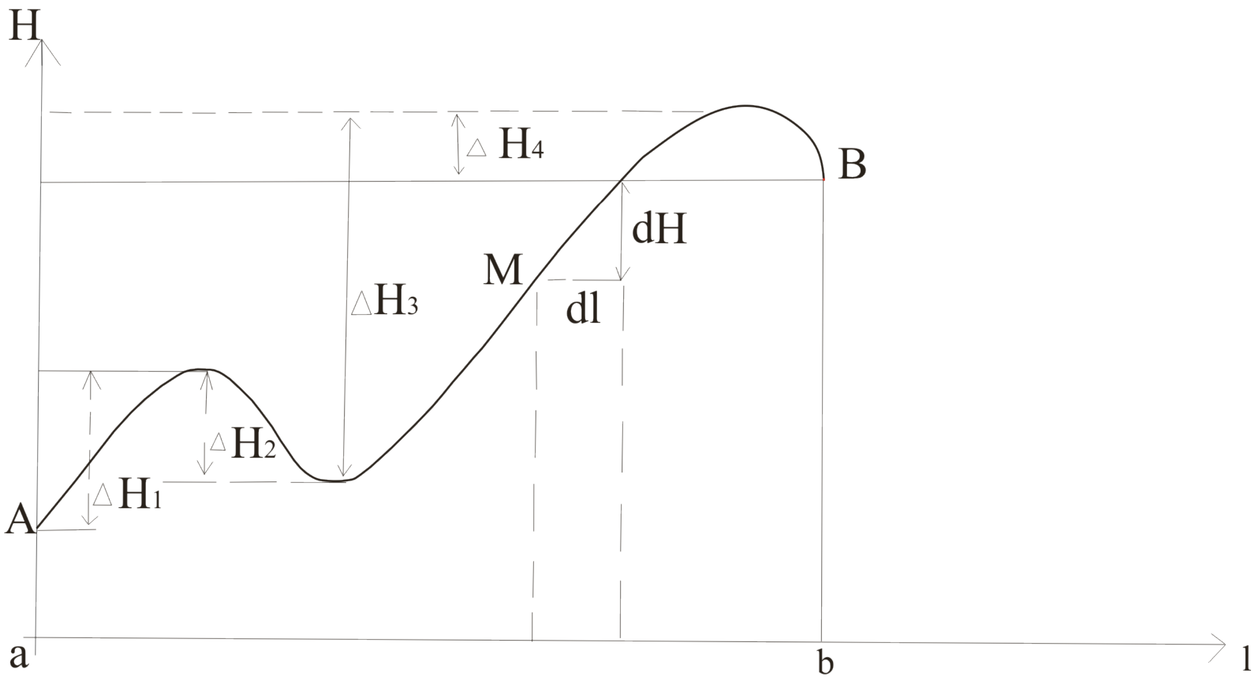


Рисунок 2

Принимая уклон также функцией для его среднего интегрального значения на отрезке профиля, получим:

$$\bar{\imath} = \frac{1}{l} \int idl \quad (2)$$

С учетом (1) получим:

$$\bar{\imath} = \frac{1}{l_{ab}} \int_{a}^{b} /dH/ \quad (3)$$

Величина определенного интеграла здесь есть изменение функции на отрезке .

В геометрическом смысле эта величина (изменение функции) представляет собой сумму абсолютных приращений функции между соседними экстремумами профиля, включая и точки А и В. На рисунке изменение функции на отрезке профиля равно сумме отрезков ΔH_1, ΔH_2, ΔH_3, ΔH_4 , которые представляют разность высот соседних экстремумов. Таким образом, формула (3) может быть представлена в следующем виде:

$$\bar{\imath} = \frac{1}{l_{ab}} \sum_{k=1}^{n} /H_k - H_{k-1}/ = \frac{\sum_{k=1}^{n} / \Delta H_k /}{l_{ab}} \quad (4)$$

где нулевой номер присвоен высоте точки А, а П-й – высоте точки В.

Здесь мы видим, что для того, чтобы произвести расчеты по формуле (4) достаточно снять с карты последовательность высот n+1 экстремальных точек и определить длину самой линии.

Рассмотрим профиль АВ с нанесенными следами плоскостей горизонталей постоянного сечения h (рис.3)

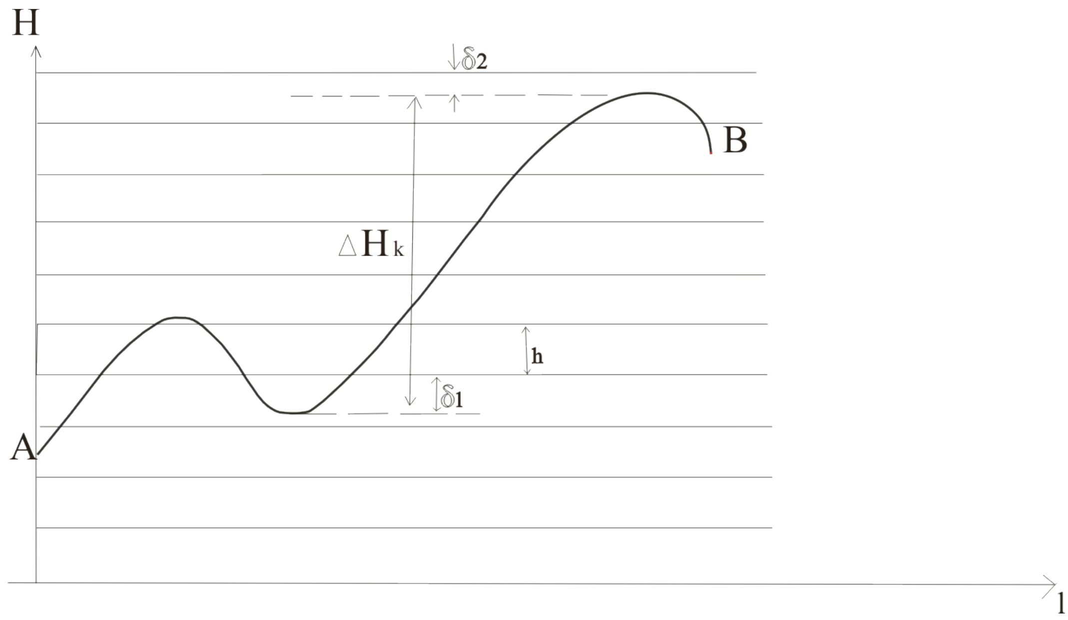


Рисунок 3

Превышение между соседними экстремумами определяется как (в соответствии с рисунком 3):

$$/\Delta\ H_k/=/H_k-H_{k-1}/=h(t_k-1)+\delta_1+\delta_2 \qquad (5)$$

где t_k - число следов горизонталей, пересеченных линией профиля между двумя его экстремумами;

δ_1 и δ_2 - расстояния от экстремумов до ближайших плоскостей горизонталей, заключенных в промежутке между экстремумами.

Расстояние δ_1 и δ_2 можно не измерять, то тогда нужно учесть их как математические ожидания случайных величин, равномерно распределенных на отрезке от О до h, т.е. таких, которые с равной вероятностью могут принимать любые значения на этом отрезке.

Из теории вероятности известно, что для этого закона распределения математическое ожидание случайной величины равно h/2 . Заменив δ_1 и δ_2 в формуле (5) на это значение, получим:

$$/H_k-H_{k-1}/=t_k\cdot h$$

И тогда формула (4) приобретет следующий вид:

$$\bar{\iota} = \frac{h}{l_{ab}} \sum_{k=1}^{n} t_k \quad (6)$$

или

$$\bar{\iota} = \frac{h \cdot t}{l_{ab}} \quad (7)$$

где t - общее число пересечений линий профиля с горизонталями основного сечения рельефа.

Как видно, для расчета по формуле достаточно подсчитать (по карте) число горизонталей основного сечения, пересекаемого линией, и определить ее длину.

Горизонтальное и вертикальное расчленение.

Средняя высота и средний уклон профиля не дают его исчерпывающей характеристики.

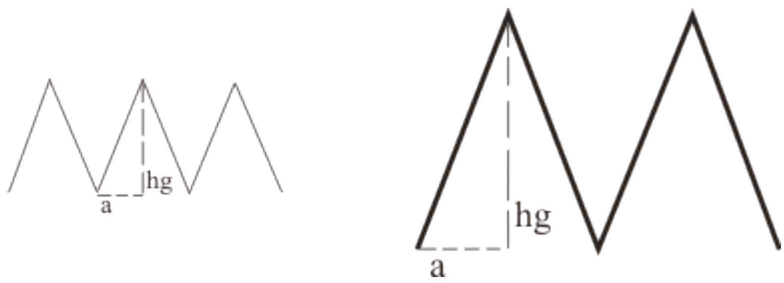


Рисунок 4

На данном рисунке приведены два осредненных профиля, т.е. построенных по средним значениям их морфологических показателей. Для этих профилей значения указанных показателей одинаковы. Но профили отличаются **степенью расчленения,** т.е. частотой чередования максимумов и минимумов высоты. Различают горизонтальное и вертикальное расчленение. Оценкой **горизонтального** расчленения может служить среднее расстояние **a** в плане между соседними экстремумами, а вертикального - среднее расстояние $\mathbf{h_g}$ между ними по вертикали.

Для отдельного ската, т.е. для участка профиля между двумя соседними экстремумами, независимо от формы ската, существует строгая связь между его параметрами:

$$\bar{\iota} = \frac{h_g}{a} \quad (8)$$

Лекция №3. Показатели частоты, густоты и плотности объектов.

Морфометрическими показателями территориального размещения объектов являются их частота, плотность и густота.

Частота (w) отражаетсреднее количество объектов (n), изображенных на карте, приходящихся на единицу площади (P) рассматриваемой территории

$$W = \frac{n}{p}$$

где n –количество объектов территории;

p- площадь территории.

Этот показатель характеризует встречаемость явления на карте. Таким показателем оценивается частота рек, озер, населенных пунктов и других объектов.

Плотность определяет отношение площади P, занимаемой какими- ни будь объектами или явлениями к общей площади района P

$$V = \frac{P}{P}$$

Плотность объектов обычно оценивают в относительной мере. Например, если плотность лесов равна 0,5, то это значит, что 50% площади района занято лесом. Не всегда понятие «плотность» можно использовать в рамках приведенных определений. Например, традиционный термин «плотность населения», который по сути своей означает **частоту**. Поэтому, чтобы установить содержание какого-либо показателя, нужно знать способ определения этого показателя, его размерность.

Рассмотрим пример расчета показателей частоты и плотности.

$S=5*5=25$ мм^2

$P = 25*60=1500$ мм^2=15 км^2

W=12/15= 0,8

V=5/15=0,33 или 33%

Наиболее целесообразно рассчитывать частоту и плотность по естественным природным районам, ландшафтам, бассейнам рек или другим единицам территориального давления. В ряде случаев предпочитают вычислять эти показатели по трапециям, квадратам, окружностям. Тогда показатели, рассчитанные для равновеликих ячеек, легко сравнить между собой. И если сеть ячеек достаточно густота, то можно построить карты в изолиниях плотности и густоты.

Густота является показателем территориального размещения линейных объектов (рек, дорог, границ). Она определяется как средняя протяженность объектов, приходящихся на единицу площади территории.

$$K = \frac{L}{P}$$

Лекция №4 Морфологические показатели участка поверхности (средняя высота, средний уклон, показатели расчленения).

Средняя высота поверхности.

Под средней высотой поверхности над уровнем океана понимают среднее из высот всех элементарно-малых площадок, взятых на этой поверхности.

Представляя высоту Н поверхности функцией прямоугольных координат карты

$$H=F(x, y) \quad (1),$$

Запишем формулу среднего интегрального значения $\overline{H}$ для двумерной области σ:

$$H = \frac{1}{P_\sigma} \iint_\sigma H dx dy \quad (2)$$

где P_σ- площадь области σ.

Формулу (2)можно представить в таком виде:

$$\overline{H} = \frac{1}{P_\sigma} (\iint_{\sigma_1} H dx dy + \iint_{\sigma_2} H dx dy + \cdots + \iint_{\sigma_n} H dx dy) \quad (3)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_n$- профильные доли области σ, заполняющие ее без разрывов и перекрытий.

Формулу (3) можно использовать для определения $\overline{H}$ в том случае, если область σ можно так разделить на доли, чтобы определение средней высоты в ней осуществлялось сравнительно просто.

Например, если за $\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_n$ принять участки поверхности, ограниченные соседними горизонталями, то средние высоты этих высотных поясов будут равны полусумме отметок окаймляющих участок горизонталей.

Тогда интеграл по области σ_k (в скобках формулы 3) можно записать так:

$$\iint_{\sigma_k} H dx dy = \overline{H}_k \iint_{\sigma_k} dx dy = \overline{H}_k \cdot P_k \quad (4)$$

Где P_k- площадь высотного пояса σ_k

И тогда с учетом формулы (4) формула (3) представляется в следующем виде:

$$\overline{H} = \frac{1}{P_\sigma} \sum_{k=1}^{n} \overline{H_k} \cdot P_k \quad (5)$$

По формуле (5) мы получаем, что измерив площади высотных ступеней P_k и найдя их средние высоты (полусуммы отметок ограничивающих горизонталей$(\overline{H}_k)$, получим данные для вычисления средней высоты заданной области σ.Этот способ называется **планиметрическим.**

Рассмотрим другой способ - **точечный.**

Этот способ состоит в том, что на карту наносится произвольная сетка точек. И тогда за среднюю высоту области σ принимается среднее арифметическое из высот $H_к$ всех точек, которые будут находиться в данной области:

$$\overline{H} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} H_k \quad (6)$$

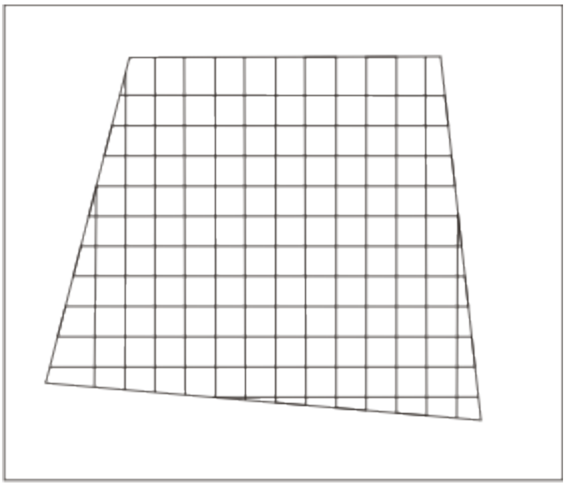


Рисунок 5

Полагая, что высоты сняты в n точках, расположенных в пределах области σ, можно рассчитать ср. кв. ошибку $\overline{H}$ как ошибку репрезентативности выборки точек по формуле:

$$m_p = \frac{\delta_H}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

где σ_H - ср.кв. отклонение высоты.

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(H_k - H_{cp})^2}{n-1}} \quad (8)$$

Если известна ср. кв. ошибка m_H определения высоты в точках (с учетом ошибок карты), то соответствующая ошибка ср. высоты:

$$m_o = \frac{m_H}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

И тогда общая ср. кв. ошибка средней высоты складываются из $m_p и\ m_o$:

$$m_{\bar{H}} = \sqrt{m_{p^2} + m_{o^2}} \quad (10)$$

Или с учетом формул (7) и (9):

$$m_{\bar{H}} = \sqrt{\frac{\delta_{H^2} + m_{H^2}}{n}} \quad (11)$$

Здесь δ_H можно найти с помощью выборки значений $H_k, a\ m_n$определяется по нормативным документам для топокарт.

Формула (11) позволяет рассчитать число точек n, необходимых для определения ср. высоты с заданной m_H, если известны δ_H и m_H:

$$n = \frac{\delta_{H^2} + m_{H^2}}{m^2{}_H} \quad (12)$$

Найдя необходимое число точек n, найдем расстояния между точками, которое необходимо, чтобы соблюдалась заданная точность:

$$\Delta l = \sqrt{\frac{P_\sigma}{n}} \quad (13)$$

где P_σ- площадь области σ.

Средний уклон поверхности.

Средний уклон поверхности также можно определить точечным способом.

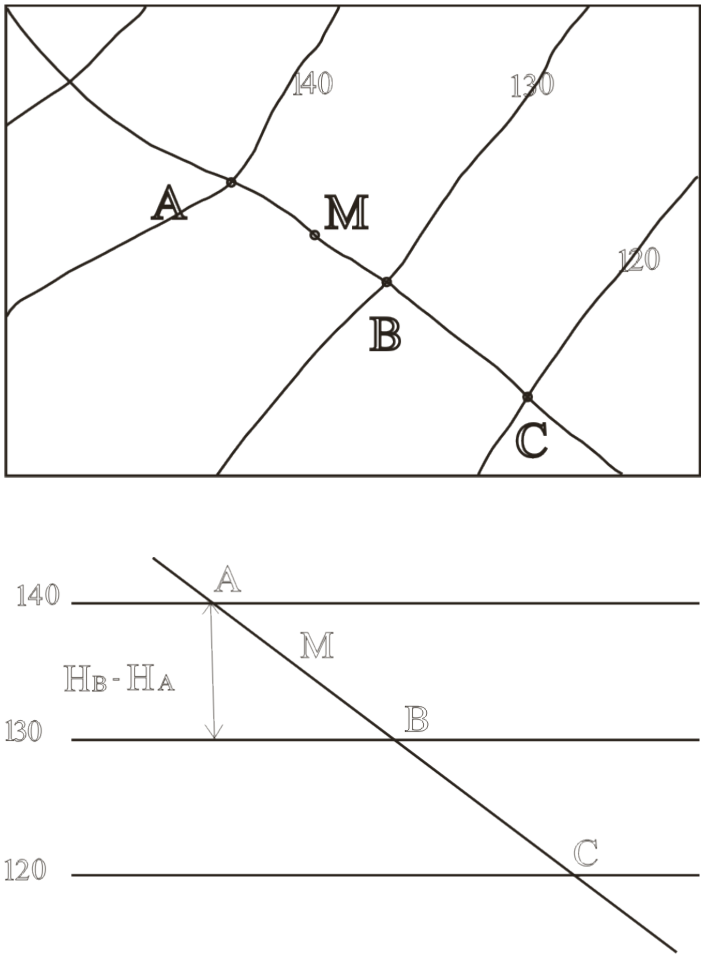


Рисунок 6

Для определения значения уклона в точке М проводится линия АВ, пересекающая горизонтали под прямым углом.

Отношение разности высот горизонталей к длине соответствующего горизонтального положения АВ будет являться средним уклоном линии АВ, значение которого принимается за частный уклон в точке М:

$$i = \frac{/H_B - H_A/}{l_{ab}} \quad (1)$$

Средний же уклон поверхности для области σ определяется как:

$$i = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} i_k$$

Показатели расчленения поверхности.

Существует горизонтальное и вертикальное расчленение поверхности. В **горизонтальном** расчленении к расчленяющим линиям относятся оси максимумов и минимумов поверхности. Если речь идет о рельефе, то расчленяющими будут линии **тальвегов и водоразделов**. Для геолого-структурных поверхностей - оси прогибов и синклиналей. Для барического поля - оси циклонов и антициклонов.

Горизонтальное расчленение подсчитывается по природным районам, ландшафтам, элементарным бассейнам или по квадратным сеткам.

Горизонтальное расчленение бывает слабым и сильным. Степень горизонтального расчленения можно охарактеризовать следующими показателями:

- густота эрозионной сети

$$K = \frac{L}{P}$$

где L - общая протяженность тальвегов и водотоков в рассматриваемой области;

P - площадь области.

- средняя удаленность водоразделов от тальвегов (средняя длина склонов)

$$\tau = \frac{P}{2L}$$

Вертикальное расчленение рельефа характеризуется:

- амплитудой высот в пределах какого-либо участка

$$A = H_{max} - H_{min}$$

- средним превышением водоразделов над тальвегами

$$h_g = \tau \cdot \bar{\iota}$$

Лекция №5 Использование для определения количественных характеристик. Показатели извилистости кривых линий и изрезанности контуров.

Количественные характеристики явлений с последующей оценкой точности получаемых результатов определяются при помощи картометрических исследований.

Картометрия - дисциплина, изучающая способы и средства измерений по картам для определения количественных характеристик различных географических объектов - длины, площади, объема, извилистости и др.

При измерении на картах длин прямых линий пользуются линейным масштабом.

Длины кривых линий (рек, горизонталей) измеряют циркулем с малым растворением (1-2 мм). Измерение выполняется по участкам в прямом и обратном направлении. В данном случае извилистая линия заменяется на ломаную.

Если река имеет много мелких извилин, которые не могут быть учтены при измерениях, вводят поправку за извилистость. Полученная величина умножается на коэффициент извилистости К . Этот коэффициент определяют путем сравнения измеряемой кривой с эталонами извилистости (1,00-1,28).

Измерение площадей выполняется при помощи палеток или планиметра.

Работа с палеткой несложная, но требует большого количества времени.

Планиметр - прибор, используемый для определения площади на картах крупных и средних масштабов.

Ошибка измерения площади планиметром зависит от размеров измеряемой площади и вычисляется по формуле:

$$m_p = 0.002\sqrt{P см^2}$$

Чем больше площадь, тем меньше относительная ошибка измерений. Следовательно, при измерении площади контуров небольшого размера лучше применять палетки, а при определении площади участков значительных размеров - планиметр.

Для характеристики реки измеряют ее длину $L_{КМ}$, длину притоков l *км* и вычисляют общую длину речной сети в бассейне – $\sum l$ *км*.

Кроме длины реки находят ее извилистость, которая складывается из извилистости долины τ (орографическая извилистость), извилистости реки в длине δ (гидрографическая извилистость) и общей извилистости реки i.

Извилистость долины:

$$\tau = \frac{t}{q}$$

t- длина долины;

q - длина замыкающей (линия, соединяющая точки истока и устья реки).

Извилистость реки в долине:

$$\delta = \frac{L}{t}$$

Общая извилистость:

$$i = \frac{L}{q} = \delta \cdot \tau$$

Средний угол падения реки находят по формуле:

$$tg\beta = \frac{H_{ucm} - H_{ycm}}{L}$$

Средняя ширина бассейна реки равна отношению площади этого бассейна к максимальной длине долины:

$$B = \frac{P}{t_{max}}$$

Густота речной сети:

$$K = \frac{\sum l}{P}$$

Бассейн реки характеризуется не только особенностями самой реки (извилистость), но и особенностями рельефа бассейна.

Глубина расчленения рельефа h max:

$$h_{max} = H_{max} - H_{min}$$

H_{max}- наибольшая высота в пределах бассейна, которая берется около водораздельной линии.

H_{min}- наименьшая высота, соответствующая урезу воды в устье реки.

Средняя высота рельефа:

$$H_o = \frac{\sum H}{n}$$

Показатели извилистости кривых линий и изрезанности контуров.

Разработка способов оценки извилистости линий принадлежит к давним и нерешенным до конца задачам морфологии. Объективные трудности в выборе подходящего показателя связаны с тем, что извилистые линии имеют самую различную природу. Так, например, извилистость русла реки не похожа на извилистость долины, изрезанность участка берега моря не идентична изрезанности замкнутой береговой линии озера.

Говоря о большей или меньшей извилистости кривых, имеют в виду либо их визуальное сравнение, либо сравнение некоторых количественных характеристик извилистости.

Большинство таких характеристик выражается соотношением длин оцениваемой линии, и ее плавной огибающей или прямолинейной замыкающей.

1 - извилистая линия;

S - плавная окаймляющая;

D - прямолинейная замыкающая.

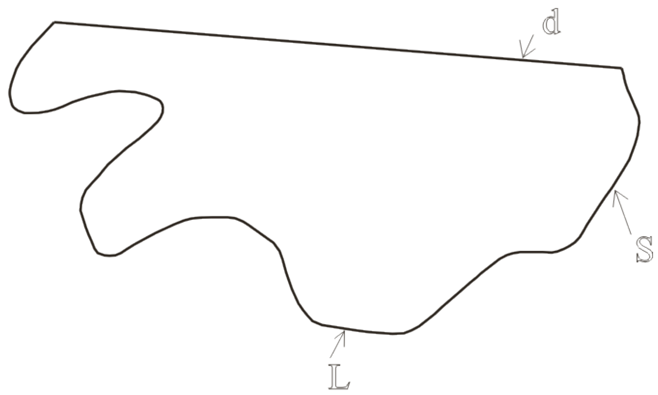


Рисунок 7

В этом случае извилистость участка кривой может быть оценена тремя показателями, отражающими соотношение 1, S, d:

- относительной извилистостью

$$\alpha = \frac{l}{S}$$

- извилистостью общих очертаний (т.е. извилистостью огибающей)

$$\beta = \frac{S}{d}$$

- абсолютной извилистостью

$$\gamma = \frac{l}{d}$$

Нетрудно заметить, что последний показатель является произведением первых двух:

$$\gamma = \alpha \cdot \beta = \frac{l}{S} \cdot \frac{S}{d} = \frac{l}{d}$$

В гидрологии извилистость рек оценивают двумя показателями α и β.

α - гидрографическая извилистость, т.е. извилистость реки в ее долине.

β - орографическая извилистость, т.е. извилистость оси долины.

Если все извилины замкнутого или незамкнутого контура имеют примерно один и тот же размер, т.е. нет резко выделяющихся изгибов большого радиуса или мелких извилин, то удобно воспользоваться сравнительно простым показателем извилистости, который показывает отклонение числа извилин (n) к общей длине линии (l)

$$\delta = \frac{n}{l}$$

Еще проще взять отношение числа извилин к длине плавной огибающей (S)

$$\varepsilon = \frac{n}{S}$$

Определение показателей извилистости связано с поведением плавной огибающей.

Но эта огибающая может быть проведена по-разному, т.е. она несет элемент субъективности. Поэтому рассмотрим показатели извилистости, построенные на осреднении характеристик отдельных извилин.

Извилиной считается дуга кривой, заключенная между 2-мя соседними точками перегиба А и В.Её можно оценить тремя величинами: длиной l_i, угловой величиной α_i и средней кривизной q_i

$$q_i = \frac{/\alpha_i/}{l_i}$$

Лекция №6 Влияние картографической генерализации на результаты количественных определений по картам. Эталонирование характеристик.

Генерализация проводится по нескольким направлениям: обобщается легенда карты, устанавливаются цензы и нормативы отбора, упрощаются очертания контуров. Все эти операции преследуют 2 цели: во-первых, соблюсти по возможности геометрическую точность изображения, во-вторых, сохранить географическое правдоподобие, что приводит к противоречию. Так, на генерализованной карте геометрическая точность часто нарушается в угоду географическому правдоподобию. Например, при генерализации гипсометрического изображения на картах средних и мелких масштабов для сохранения географического правдоподобия изображаемых форм рельефа при редком сечении изолиний допускается сдвиг отдельных горизонталей вверх или вниз по склону, что искажает уклон рельефа. Но, с другой стороны, мелкомасштабная гипсометрическая карта удобна для выявления региональных неотектонических поднятий и опусканий. Можно привести пример и с речной сетью при отборе и обобщении элементов гидрографии на топокартах средних масштабов. Генерализация в этом случае ведёт к изменению количества и общей длины водотоков. Происходит так называемая “потеря густоты” речной сети, что отражено в следующей таблице:

Масштаб	Кол-во водотоков	в % к 1:100000	Длина водотоков	в % к 1:100000	Густота речной сети	в % к 1:100000
1:100000	81	100	450.1	100	0.39	100
1:200000	56	70	387.6	86	0.33	85
1:500000	34	42	304.5	67	0.26	67
1:1000000	15	18	219.0	49	0.19	49

Для учёта влияния генерализации и выявления погрешностей, вносимых генерализацией, применяются следующие способы:

-сравнение с крупномасштабными картографическими источниками;

-сопоставление объектов, изображённых на карте, с их фактическим положением в действительности;

-изучение проявлений генерализации на эталонных, заведомо точно составленных картах разных масштабов.

Наилучшими являются первые 2 способа, позволяющие непосредственно оценить качество генерализации, однако они очень трудоёмки. Также следует учесть, что крупномасштабные источники многих тематических карт в ряде случаев вообще отсутствуют, а точное положение некоторых объектов в действительности установить крайне затруднительно.

Универсальным же способом учёта картографической генерализации является эталонирование количественных характеристик, определённых по картам.

Эталонирование означает исправление значений характеристик, полученных по картам определённого масштаба, на основе их выборочного сравнения с соответствующими эталонными значениями. Эти значения определены с высокой точностью по крупномасштабным картам или аэрофотоснимкам, для которых влияние генерализации являются незначительным.

Пусть определено значение некоего показателя K для N территориальных единиц по карте мелкого или среднего масштаба. Выберем из этих N единиц совокупность в n единиц, для которых определим эталонные значения Kэ. Выведем эмпирическую формулу зависимости Kэ от K и оценим ср.кв. ошибку расчёта Kэ по K-mк. По полученной эмпирической формуле можно перейти от измерённых значений показателя к соответствующим эталонным для всех N территориальных единиц.

Рассмотрим вывод эмпирической формулы связи в виде параболы 2-го порядка:

$$\bar{Y} = ax^2+bx+c \quad (1)$$

где под x будем понимать значение K,а под Y-Kэ.

a,b,c-параметры формулы, определяемые по опытным данным ,т.е. по выборке соответствующих X i и Y i (i=1,2,…n).В основу нахождения параметров a,b,c положим принцип наименьших квадратов, в соответствии с которым сумма квадратов уклонений $\bar{Y}$,вычисляемых по формуле(1) и действительных (эталонных), д.б минимальной, т.е. должно выполняться условие:

$$\sum_{i=1}^{n}(\bar{y_i} - y_i)^2 = \min \ (2)$$

Эта сумма для конкретной выборке является функцией параметров a,b,c и достигает минимума, когда частные производные этой суммы по параметрам a,b,c обращаются в нуль.

Запишем формулу (2) в развёрнутом виде :

$$\sum_{i=1}^{n}(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)^2 = min$$

и найдём производные суммы по параметрам:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)x_i^2$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)x_i$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial c} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)$$

Приравняем правые части к 0,вынесем параметры a,b,c за знак суммы:

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^4 + b\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + c\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i = \quad 0$$
$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + c\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 0 \quad (3)$$
$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i + n \cdot c - \sum_{i=1}^{n} y_i = 0$$

Коэффициенты при неизвестных a,b и c подсчитываются по данным выборки, после чего остаётся решить систему относительно этих неизвестных и подставить полученные их значения в формулу эталонирования (1).

Среднеквадратическая ошибка эталонирования вычисляется по формуле:

$$m_{\bar{y}/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{y_i} - y_i)^2}{n - \tau - 1}}$$

τ-число параметров формулы эталонирования (эмпирической формулы).

Рассмотренная методика вывода эмпирических формул и оценка её точности может быть распространена на параболу любого порядка .В большинстве случаев ограничиваются параболой второго порядка (1).Иногда используют линейную связь

$$\bar{Y} = ax+b \; (4) ,$$

что упрощает процесс эталонирования.

Лекция №7 Изучение по картам взаимосвязей и зависимости явлений. Основные принципы картометрии. Понятие картографической, технической и картометрической ошибок.

Методика исследования данного процесса многообразна .На неё влияют не только способы изучения связей, но и особенности используемых карт, цели исследования и т.д. Очень ценны карты, фиксирующие фактический материал непосредственных наблюдений в действительности. К таким картам принадлежат топокарты, по которым легко изучать взаимосвязи между гидрографией, рельефом и растительностью.

Так же показательно сопоставление топокарт с отраслевыми математическими картами: геологическими, почвенными и т.д. Например, анализ природных взаимосвязей по топокарте и почвенной картам Алтайского края позволяет установить приуроченность многих почвенных контуров к элементам рельефа: солонцов и солончаков - к приозёрным понижениям, аллювиальных почв - к речным поймам и т.д. И подобных примеров можно привести множество.

Для количественной характеристики зависимостей используют методы математической статистики с целью вычисления корреляционных зависимостей. Например, в случае прямолинейной связи между двумя исследуемыми явлениями сила связи определяется вычислением коэффициента корреляции:

$$r=\frac{\Sigma(\alpha_{i-\bar{\alpha}})(b_i-b)}{n \cdot б_a \cdot б_b}$$

$a_{i,} b_i$ -конкретные значения исследуемых явлений в некоторой точке i

n - общее число точек ,и, следовательно величин, измерённых для каждого явления.

$\overline{a}=\frac{\Sigma\, a_i}{n}$; $\overline{b}=\frac{\Sigma b_i}{n}$ – средние значения.

$б_a = \sqrt{\frac{\sum(a_i-\bar{a})^2}{n}}$; $б_b = \sqrt{\frac{\sum(b_i-\bar{b})^2}{n}}$ –дисперсия (рассеивание).

Среднеквадратическая ошибка коэффициента корреляции вычисляется по формуле:

$$m_\tau = \pm\frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$$

Когда коэффициент корреляции r = 1(100%),между явлениями существует функциональная зависимость. Если коэффициент=0.9-0.7(90%-70%),то существует тесная связь между явлениями. Формула среднеквадратической ошибки показывает, что ошибка корреляции зависит от общего объёма выборки n. В математической статистике считается, что связь, выражаемая коэффициентом корреляции, надёжна при $\tau \geq 3\ m_r$.Следовательно, в каждом конкретном случае нетрудно установить объём выборки, обеспечивающий желаемую точность.

Основные принципы картометрии. Понятие картографической , технической и картометрической ошибок.

К сфере картометрии относятся **измерения** по картам плановых координат объектов, длин, расстояний, площадей плоских поверхностей, объёмов, горизонтальных и вертикальных углов и т.д.

В задачи картометрии входит также оценка точности измерений с учётом масштаба и проекции карты.

Кроме этого изучаются способы измерения количественных характеристик объектов и явлений.

Основной принцип картометрии – получение результатов, имеющих место в действительности. При этом необходимо выполнение 2-х задач:

1. Определение количественных характеристик изображений, объектов и явлений на картах. Достигается это при помощи технических средств и способов измерений без учёта свойств карты.
2. Переход от полученных значений количественных характеристик к значениям, имеющим место в действительности. При этом учитывается искажение картографической проекции, деформация картографической бумаги, влияние картографической генерализации на размеры объекта. Также осуществляется переход от размеров проекции объектов на эллипсоиде к их размерам на физической земной поверхности.

Картометрические измерения всегда приводят к приближённым результатам. Поэтому необходима оценка точности этих результатов(для определения степени соответствия действительности).

Существуют **картографическая, техническая и картометрическая ошибки.**

1.Картографическая ошибка. Это разновидность значений характеристик объектов на карте и в действительности.

К картографическим относятся ошибки, обусловленные искажениями картографической проекции, генерализацией изображения объектов, деформацией бумаги. Эти составляющие могут быть с той или иной степенью точности определены и учтены, т.е. в результаты измерений могут быть введены соответствующие поправки.

За счёт погрешностей определения поправок получается случайная картографическая ошибка. Значение её не может быть определено в конкретном случае, но оно может установить степень соответствия полученных результатов действительности. Этой степенью являются среднеквадратическая ошибка, средняя ошибка.

2. **Техническая ошибка**. Это ошибка измерений, без учёта свойств карты. Её можно представить как разность размера объекта (l,S,…) на карте и результата его измерения.

Способы измерений предлагают определённые методики выполнения измерений и их обработки, исключающие систематические ошибки. Случайная же техническая ошибка зависит от средств измерений и от некоторых параметров измеряемых объектов.

Понятие картографической и технической ошибок относится к измерениям по картам размеров объектов, показанных масштабными и линейными условными знаками (измерение площадей и длин кривых).

3.**Картометрическая ошибка** возникает в процессе выполнения и обработки измерений. Например, если численность населённых пунктов показана на карте пунсоном при помощи непрерывной шкалы отображения, то значение численности определяется как функция диаметра пунсона.

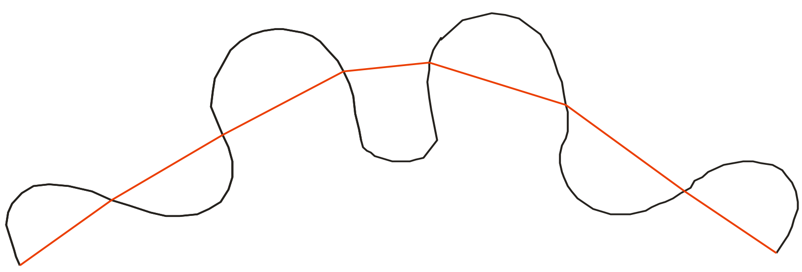
В этом случае технической ошибкой является ошибка измерения диаметра пунсона.

Соответствующая же ошибка в численности, имеющая смысл разности её значений, показанных пунсоном на карте и рассчитанного по измерённому диаметру пунсону, называется картометрической ошибкой.

Лекция №8 Приближенные способы измерения длин кривых. Измерение длин кривых линий.Циркулярные измерения; способы перехода от длин ломаных к длинам кривых.

На картах крупных и средних масштабов длины прямых и ломаных линий измеряют с помощью циркуля-измерителя и поперечного масштаба с точностью, близкой к предельной для данной карты. Трудности возникают при измерении длин извилистых линий: рек, береговых линий, озёр и морей, контуров, горизонталей.

Универсальным способом считается использование циркуля-измерителя с малыми растворами 1.0; 1.5; 2.0; 4.0 мм. Лучше всего иметь измеритель с микрометренным винтом, который более точно удерживает установленный раствор игл. Измерение выполняется при постоянной величине растворения и заключается в подсчёте числа растворений, укладывающихся по хордам кривой, начиная с точки А.



А В

Рисунок 8

При последнем уложении циркуль устанавливается так, что бы конец кривой (точка В) находился в створе игл. В этом положении делается отсчёт доли растворения по концу кривой. Измерения в обратном ходе начинаются с точки В. Произведение среднего числа отложений из прямого и обратного ходов на величину растворения даёт длину осреднённой ломаной, вписанной в измеряемую кривую.

Точность определения длин ломаных зависит от длины ломаной, степени извилистости кривой и от величины растворения циркуля.

Установлена закономерность распределения погрешности измерения в зависимости от величины раствора циркуля.

Относительная среднеквадратическая ошибка (ОСКО) измерения подсчитывается по формуле:

$$M_1 = \frac{M_\delta}{\sqrt{n}}$$

где n - число отложений циркуля;

M_δ – ср.кв. ошибка одного отложения для циркуля с величиной растворения δ;

M_δ является функцией извилистости кривой и определяется коэффициентом извилистости

$$R_\delta = \frac{l - l_\delta}{l}$$

где l - длина кривой

l_δ- длина ломаной, измерённая циркулем с растворением δ(δ=1,2,3,4 и $>$мм)

Вычислив R_δ, по специальной таблице мы по значению δ получим M_δ.

Для получения длин кривых используют разные способы. Рассмотрим 2 из них.

В 1929г. Шокальский предложил способ, суть которого заключается в том, что длина ломаной, измерённая циркулем с растворением 1мм,умноженная на поправочный коэффициент, который мы выбираем, визуально сравнивая измеряемую кривую с кривыми на шкале извилистости. Для этих эталонов установлены значения коэффициентов.

Точность этого способа оценивается относительной среднеквадратической ошибкой около 2.5%.

Второй способ был предложен Волковым, который предложил использовать для измерения кривых 2 циркуля с различными величинами растворений.
Относительная разность длин ломаных l_1 и l_2, соответствующих δ_1 и δ_2, является показателем извилистости кривой

$$Q_{1,2} = \frac{l_1 - l_2}{l}$$

Механический способ определения длин линий.

Для приближённого измерения длин прямых и кривых линий применяются различные курвиметры, непригодные для измерения извилистых линий, т.к. колёсиком курвиметра практически невозможно следить за всеми мелкими извилинами линии, а они и создают длину такой линии.

Простейший курвиметр:

Путь обводного колёсика а с помощью системы зубчатых передач передаётся на счётный механизм δ, состоящий из неподвижной стрелки при подвижной шкале (или наоборот).

Прокатывая обводным колёсиком по измеряемой кривой, замечаем отсчёты в начале и конце пути. Разность отсчётов даёт длину кривой в делениях курвиметра.

При измерениях кривых курвиметрами должны соблюдаться следующие условия:

1.Вертикальная ось курвиметра должна быть перпендикулярна плоскости бумаги.

2.Плоскость обводного колёсика должна располагаться по касательной к кривой в каждой её точке.

Но одновременно придавать курвиметру и поступательное и вращательное движение довольно трудно, особенно не точно выполняется вращательное движение.

Был предложен усовершенствованный курвиметр «КС». Здесь диаметр обводного колёсика уменьшен до 3 мм и смещена его ось относительно вертикальной оси стержня, что увеличивает манёвренность курвиметра в отношении поворотов. Исследования показали, что курвиметр «КС» даёт удовлетворительные по точности результаты при измерении кривых с коэффициентом извилистости до 1.11 по шкале извилистости (что соответствует 7-му номеру кривых при 9-ти: №8 -1.21, №9 -1.28).Средние ошибки измерений в таких случаях составляют около 2%.

В основном курвиметр «КС» применяется в системе Гидрометиослужбы.

Общим недостатком описанных курвиметров является то, что обводное колёсико и рука исполнителя закрывают изображение кривой в месте обводки.

Приближённые способы измерения длин кривых.

Большинство приближённых способов основано на измерениях величин, которые находятся во взаимосвязи с длиной системы кривых. Так, например, при исследовании статистической связи между длиной А внешнего контура, который ограничивает участок, длиной L заполняющей участок дорожной сети, и числом ячеек n, на которые делит участок эта сеть, была установлена связь между вышеперечисленными характеристиками:

$$L = \frac{A}{2}(\sqrt{n} - 1) \qquad (1)$$

L-общая протяжённость линий без учёта внешнего контура.

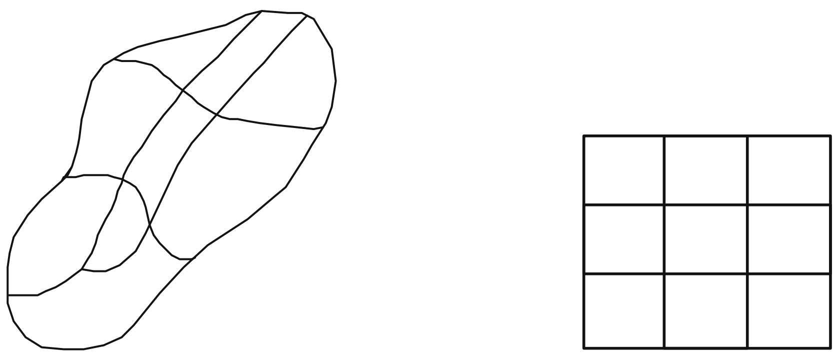


Рисунок 9

Формула (1) может быть получена геометрическим путём, если допустить, что рассматриваемая сеть без существенного искажения длин может быть представлена квадратной сеткой. Получим, что число малых квадратов вдоль стороны большого равна $\sqrt{n}$,а число внутренних линий, параллельных этой стороне равна $\sqrt{n}$-1.Длина каждой из этих линий равна $\frac{A}{4}$.

Учитывая также линии, параллельные другой стороне большого квадрата, получим формулу (1).

Для получения общей длины линий с учётом внешнего контура (L),формула будет иметь следующий вид:

$$L' = \frac{A}{2}(\sqrt{n} + 1)$$

Лучшие результаты по этим формулам могут быть получены тогда, когда сеть дорог внутри какого-либо контура однородна по густоте. Периметр квадрата может быть найден через его площадь:

$$A = 4\sqrt{S},$$

и формула (1) может быть приведена к такому виду:

$$L = 2\sqrt{S}(\sqrt{n} - 1)$$

Для вычисления протяжённости речной сети существует формула , полученная в результате математико-статистических исследований:

$$L = 1.5\sqrt{S \cdot n} \text{ (км)}$$

где S - площадь бассейна

n- общее число рек бассейна.

Для определения общей протяжённости речной и овражно-балочной сети горных и предгорных районов применяется следующая формула:

$$L = 2\sqrt{S \cdot n} \text{ (км)}$$

N - число всех тальвегов длиной не менее 1 км.

Рассмотренные способы характеризуются средней ошибкой $\approx$ 5-10%. Основное их преимущество состоит в том, что объём необходимых косвенных измерений гораздо меньше, чем прямых.

Лекция №9 Измерение длин кривых способом Штейнгауза .

В 1930 г. Польским математиком Г. Штейнгаузом был разработан оригинальный способ, с помощью которого можно определить длину одной кривой, а также общую длину некоторой совокупности кривых без измерения отдельных кривых. Процесс измерения состоит в следующем. Прозрачная палетка с равноотстоящими линиями – строками произвольно накладывается на изображение кривых и подсчитывается число n_1 пересечений строк с измеряемыми кривыми.

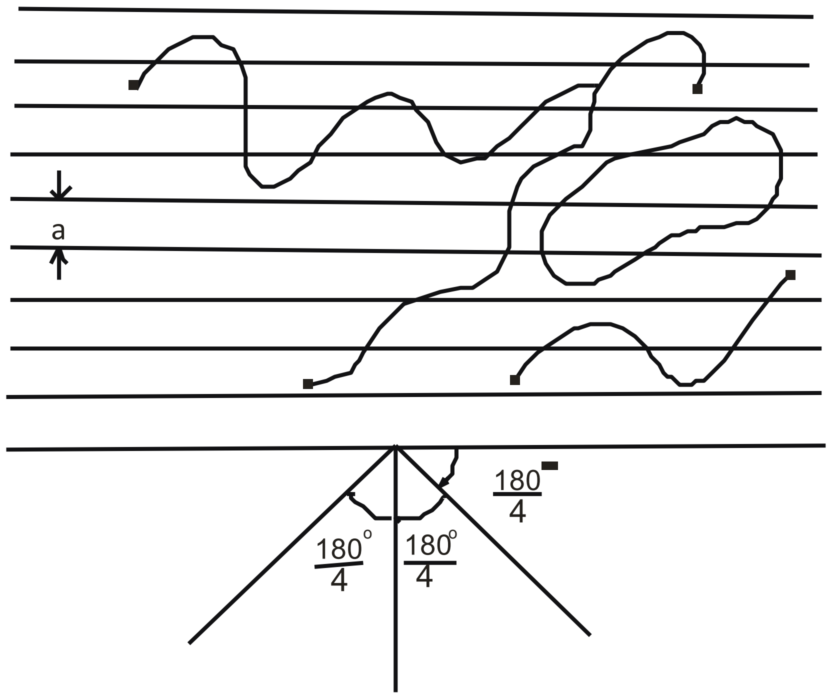


Рисунок 10

После этого направление строк изменяется на $\angle 180^{\circ}/N$,где N- целое число (в данном случае N=4) и подсчитывается число пересечений n_2 и т.д. – всего N подсчётов.

Длина кривых вычисляется по формуле :

$$l = \frac{\pi \cdot a}{2N} \sum_{i=1}^{n} n_i ,$$

где a- расстояние между строками, которое может быть найдено через измерение палеткой (как линейкой) отрезка линии с известной длиной на плане или карте.

Относительная средняя квадратическая ошибка измерений по способу Штейнгауза может быть рассчитана по следующей приближённой формуле:

$$M = \sqrt{\frac{0.04}{N^4} 70.26a^2 \left(\frac{q}{N \cdot l} + \frac{0.79K}{N \cdot l^2}\right)} \text{ , где}$$

q- средняя кривых;

K-число свободных концов кривых.

Измерения площадей контуров.

Обзор способов измерений.

Необходимость измерения площадей возникла в связи с учётом и разделом земельных угодий. Первым по времени использовался способ, называемый **аналитическим.** Суть его состоит в вычислении площадей геометрических фигур по результатам измерения их линейных параметров.

В 1661 г. Итальянец Риччиоли описал способ, получивший название **графоаналитического**. В этом способе измеряемая территория неправильной формы заменяется эквивалентными ей по площади сочетанием геометрических фигур, площади которых определяются аналитическим способом. В дальнейшем графоаналитический способ совершенствуется применительно к географическим картам: измеряемая территория на основе глазомерной оценки заменяется равновеликой по площади сферической трапецией или сочетанием таких трапеций в соответствии с имеющейся на карте картографической сеткой. Площади трапеций вычисляются по широтам и долготам ограничивающих их параллелей и меридианов.

Чтобы исключить ошибки глазомерной оценки при замене произвольного контура сочетанием трапеций стали применять **геометрический** способ, который применялся в землемерном деле и состоял в измерении площадей с помощью палеток - клетчаток. Эти палетки представляли собой сетки равновеликих квадратов на прозрачной основе. Подсчитывалось общее число квадратов, а доли оценивались на глаз. Позже стали использоваться и другие палетки, состоящие из правильных шестиугольников, линейные и точечные.

Совершенно новые основания в измерении площадей внесло изображение **планиметра**. Сам принцип измерения освобождал исполнителя от утомительного подсчёта мелких квадратиков палетки, от необходимости оценки на глаз долей этих квадратиков. В настоящее время известен ряд планиметров общего и специального назначения. Для измерения площадей на планах и картах применяются полярные компенсационные планиметры.

Погрешность при измерении площадей планиметром зависит от величины, формы периметра измеряемого участка, от масштаба карты и качества бумаги, от положения инструмента относительно измеряемого контура.

Растровый метод измерения площадей.

Измерение площадей растровым методом состоит в подсчёте равновеликих по площади ячеек некоторой регулярной сетки в пределах измеряемого контура.
Такой подсчёт можно выполнить, например, с помощью палетки-клетчатки, положенной на измеряемую площадь.

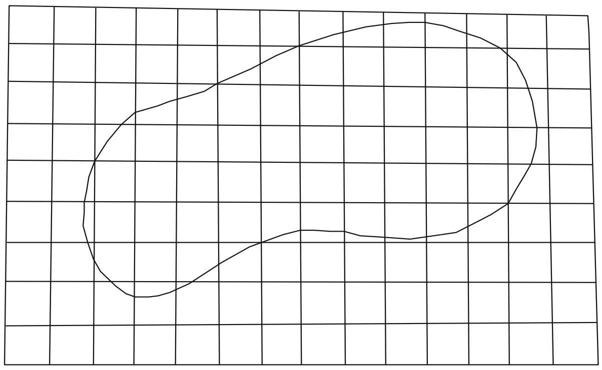


Рисунок 11

$$S=a^2\cdot n$$

где a - сторона квадрата, выраженная в масштабе карты;

n-число квадратов, попавших в пределы контура (части квадратов оцениваются на глаз).

При работе с палеткой, состоящей из системы параллельных линий (рис.12), подсчитывается с помощью измерителя или линейки длина отрезков, отсекаемых контуром измеряемого участка.

Площадь пропорциональна их суммарной длине:

$$S=d\cdot\Sigma l$$

где d - расстояние между линиями палетки.

Σl - сумма длин отрезков.

Обе величины выражаются в масштабе карты.

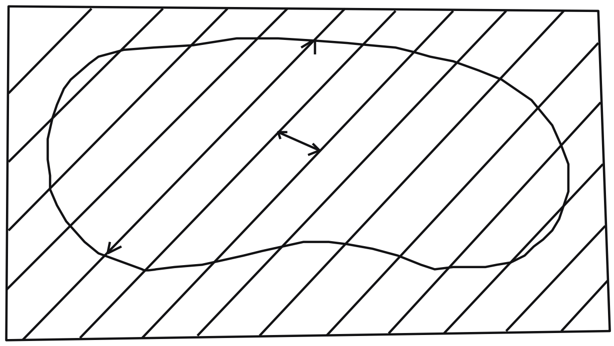


Рисунок 12

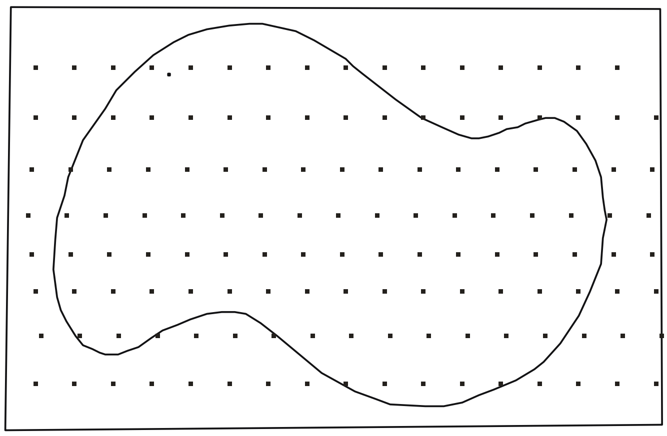


Рисунок 13

Палетка, состоящая из точек (рис. 13), расположенных по квадратной сетке, представляет собой лишь видоизменённый вариант квадратной палетки, т.к. каждая точка является центром квадрата. Подсчёт площади ведётся по той же формуле, что и для квадратной палетки, но а-расстояние между точками, а n- их число. Если точка попадает на контур измеряемого участка, то она суммируется с весом 0.5, иначе говоря, две точки, лежащие на контуре, считаются за одну.

Точки могут быть расположены не по квадратной сетке, а по сетке шестиугольников (рис.14). Такая палетка предпочтительнее, т.к. шестиугольники обычно лучше вписываются в неправильный контур измеряемой площади. Палетка шестиугольников легко может быть построена на миллиметровой бумаге, а затем перенесена на прозрачную кальку или на пластик.

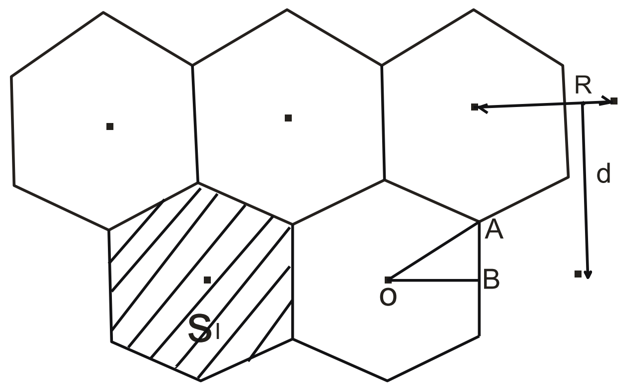


Рисунок 14

$$d = \frac{R}{2}\sqrt{3}$$

где R-расстояние между точками в строке;

d- расстояние между строками

$$S_i = \frac{3}{2} \cdot \tau^2 \sqrt{3} \ ,$$

где τ-сторона шестиугольника.

Из Δ AOB : $\tau^2 = \frac{R^2}{3}$, следовательно

$$S = S_i \cdot n = \frac{3}{2} \cdot \frac{R^2}{3} \sqrt{3} \cdot n = \frac{R^2}{2} \sqrt{3} \cdot n = 0.8666 R^2 \cdot n$$

Точность измерения.

Точность измерений квадратной точечной палеткой оценивается среднеквадратической ошибкой M

$$M = \frac{0.53\sqrt{K_H}}{N^{3/4}}$$

где N - площадь контура в делениях палетки;

K_H-коэффициент изрезанности фигуры, определяемый по формуле

$$K_H = \frac{l}{2\sqrt{\pi S}}$$

l-периметр;

S - площадь.

Коэффициент K_H-безразмерный. Наименьшее его значение, равное 1, имеет место для окружности.